

a) Potential außerhalb der Kugel ($r > R$)

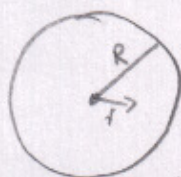
mit Gauß'schen Satz:

$$\phi = \oint_{\text{Kugel}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow |\vec{E}| \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\hookrightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

$$\hookrightarrow \varphi(r) = - \int_{\infty}^r E(r) dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \propto \frac{1}{r}$$



$$\rho = \rho_0 \quad r \leq R$$

$$\rho = 0 \quad r > R$$

$\hookrightarrow$ Gesamtladung im Kugel:

$$Q = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho_0$$

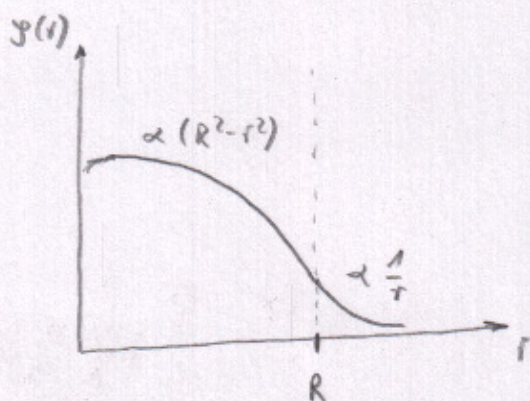
Potential innerhalb der Kugel ($r \leq R$)

$$\hookrightarrow \phi = 4\pi r^2 E(r) = \frac{\int \rho dV}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0$$

$$\text{mit } \rho_0 = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cdot r}{R^3}$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow \varphi(r) &= - \int_{\infty}^R E dr - \int_R^r E dr = \varphi(R) - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \int_R^r r' dr' \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \left(\frac{1}{2} r^2 - \frac{1}{2} R^2 \right) \propto R^2 - r^2 \end{aligned}$$



b) $r_1 = \infty \rightarrow r_0 = 10 \text{ fm}$ $z = 6$

Es muss das Potential überwinden werden...

$$\varphi(r_0) = - \int_{r_1}^{r_0} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\overbrace{2 \cdot e^2}^{Q \cdot q}}{r^2} = - \frac{2 \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_0} = \frac{2 \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_0} - \underbrace{\frac{1}{r_1}}_{\rightarrow 0} \right)$$

$$\varphi(r_0) = E_{\text{pot}} = \frac{2 \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_0} = 1,38 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 0,86 \cdot 10^6 \text{ eV}$$

$\hookrightarrow E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} \Rightarrow \frac{3}{2} kT = E_{\text{pot}}$

$$\Leftrightarrow T = \frac{2 E_{\text{pot}}}{3k} = \underline{\underline{6,66 \cdot 10^9 \text{ K}}}$$

c) $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_p V^2$

$$\hookrightarrow V^2 = \frac{2 E_{\text{kin}}}{m_p} = 1,65 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Maxwell-Boltzmann-Verteilung E_{kin} der mittleren kinetischen Energie pro Teilchen

$$P(V) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot V^2 e^{-\frac{1}{2} \frac{m V^2}{k_B T}}$$

So folgt aus der Theorie

$$\text{Des Wertes gilt } \int_{-\infty}^{\infty} P(V) dV = 1$$

$$\hookrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} P(V) dV = 1$$

Gesucht ist jetzt T für das gilt:

$$\int_V^{\infty} P(V) dV = 0,05$$

$$\Rightarrow \int_0^V 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B} \right)^{\frac{3}{2}} T^{-\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{m V^2}{2 k_B T}} dV = (1 - 0,05) = 0,95$$

Mathematisch

$$\Rightarrow 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot T \cdot \frac{(-2 \frac{m}{2 k_B} e^{-\frac{m V^2}{2 k_B T}} \cdot V^2 + \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{m V^2}{2 k_B T}} \cdot T \cdot \text{Erf}\left(\frac{m V^2}{2 k_B T}\right))}{\cancel{4 \frac{m^2 V}{k_B}}} = 0,95$$

Mathematisch

$$\Rightarrow T = \frac{\frac{m}{2 k_B} \cdot V^2}{\text{Erf}^{-1}\left(\frac{2,14392 \cdot \left(\frac{m}{2 k_B}\right)^{\frac{3}{2}}}{4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B}\right)^{\frac{3}{2}}}\right)^2} \approx \frac{10 \cdot 10^9}{\text{Erf}^{-1}(0,9499)^2} \text{ K}$$

$$\Rightarrow T =$$