Equazioni goniometriche parametriche

$$\begin{cases} K \operatorname{sen} x - 2K + 1 = 0 & (1) \\ 0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi \end{cases}$$

eq. parametrica elementare

C.E. $K \neq 0$

(1) $\operatorname{sen} x = \dfrac{2K-1}{K}$

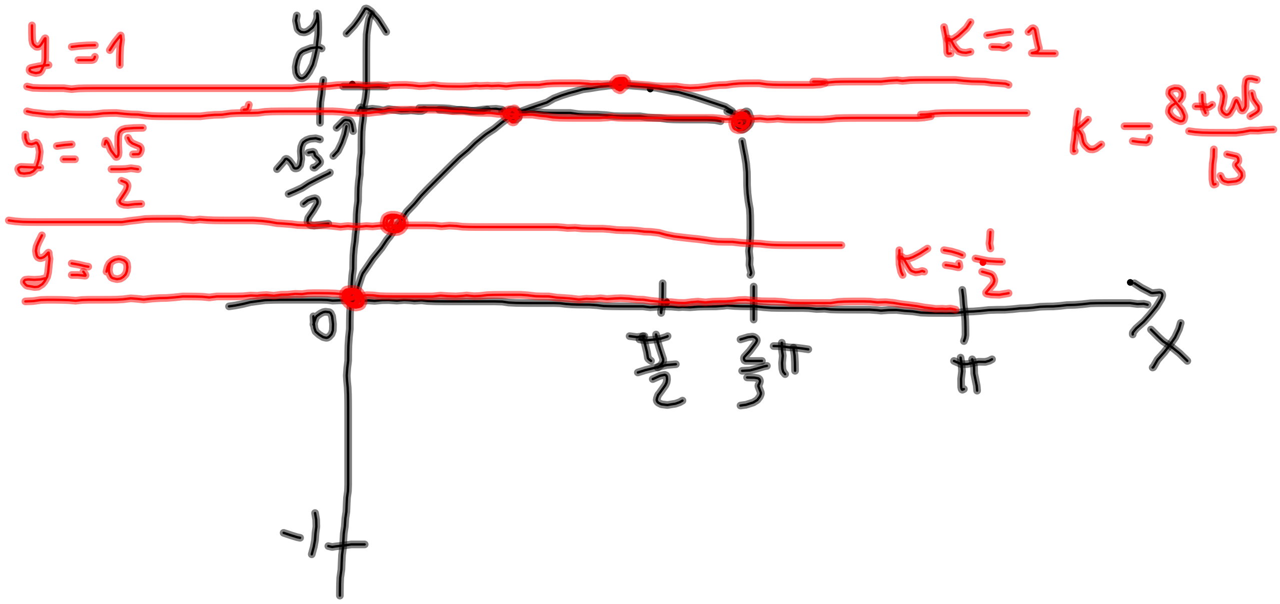
$0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$

$y = \operatorname{sen} x$

$y = \dfrac{2K-1}{K}$

$$y = \sin x \qquad 0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$$

$$y = \frac{2K-1}{K}$$



1) Le rette orizzontali comprese tra la retta $y=0$ e la retta $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$ intersecano il grafico del seno in un sol punto. La retta $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$ è esclusa.

2) Le rette orizzontali compre=
se tra le rette $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e
$y = 1$ intersecano il
grafico del seno in
2 punti. La retta $y = 1$,
che interseca il grafico del seno
in un sol punto, è esclusa.

$$\frac{2K-1}{K}=0 \rightarrow 2K=1 \rightarrow K=\frac{1}{2}$$

$$K=\frac{1}{2} \longrightarrow y=0$$

$$\frac{2K-1}{K}=\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow 2(2K-1)=K\sqrt{3}$$

$$4K-2=K\sqrt{3} \rightarrow 4K-K\sqrt{3}=2$$

$$K(4-\sqrt{3})=2 \rightarrow K=\frac{2}{4-\sqrt{3}}\cdot\frac{4+\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} \rightarrow K=\frac{2(4+\sqrt{3})}{16-3}$$

$$K = \frac{2(4+\sqrt{3})}{16-3} \longrightarrow K = \frac{8+2\sqrt{3}}{13} \simeq 0,8$$

Per $\frac{1}{2} \leq K < \frac{8+2\sqrt{3}}{13}$ 1 soluzione

Per $\frac{8+2\sqrt{3}}{13} \leq K < 1$ 2 soluzioni

Per $K = 1$ 1 soluzione

$$\frac{2K-1}{K} = 1 \rightarrow 2K-1=K$$

$$2K-K=1 \rightarrow K=1$$

$P_n(x)$ polinomio di grado n

$P_n(x) = 0$ ha al più n soluzioni (teorema fonda=mentale dell'algebra)

(polinomio = combinazione lineare di potenze)

:

$$3x^2 + 2x + 1 = 0$$

equazione polinomiale
di 2° grado

$$7x^8 - x^4 + 2x^3 = 0$$

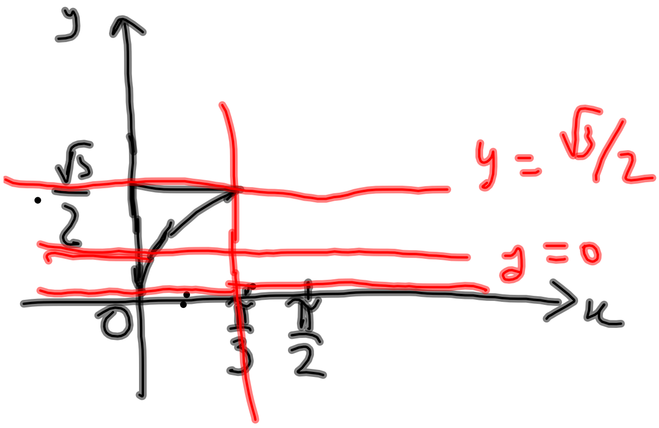
di 8° grado

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{\sin x} + \cos^3 x = -1$$

Es. 674 pag. 82 Q

$$\begin{cases} \sin x = 2K - 1 \\ 0 \le x \le \frac{\pi}{3} \end{cases}$$



$2K-1=0 \rightarrow K=\frac{1}{2}$

$2K-1=\sqrt{3}/2 \rightarrow 2K=\frac{\sqrt{3}}{2}+1 \rightarrow$

$\rightarrow 2K=\frac{\sqrt{3}+2}{2} \rightarrow K=\frac{\sqrt{3}+2}{4}=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{2}{4}=$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{2}>\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}\leq K\leq\frac{\sqrt{3}+2}{4}$

UNA SOLUZIONE

Equazioni parametriche lineari in seno e coseno

$$\begin{cases} K \operatorname{sen} x - \cos x - 1 = 0 \\ 0 < x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$y = \frac{\cos x + 1}{K}$$

$$K \operatorname{sen} x - \cos x = 1$$

$K \neq 0 \quad \sin x - \frac{\cos x}{K} = \frac{1}{K} \qquad \sin x = \frac{\cos x}{K} + \frac{1}{K}$

...

Devo applicare un metodo risolutivo diverso da quello che abbiamo utilizzato per le eqq. parametriche elementari.
Tale metodo è detto metodo della circonferenza goniometrica

Poniamo

$X = \cos x$ $\qquad Y = \operatorname{sen} x$

$$x = 0 \longrightarrow \begin{cases} X = \cos 0 = 1 \\ Y = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{4} \longrightarrow \begin{cases} X = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ Y = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} K \operatorname{sen} x - \cos x - 1 = 0 \\ 0 < x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} KY - X - 1 = 0 \\ X^2 + Y^2 = 1 \end{cases}$$

$A(1,0) \quad B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

L'equazione parametrica di partenza si riduce alla determinazione delle intersezioni tra le rette del fascio $KY - X - 1 = 0$ e l'arco della circonferenza goniometrica di estremi $A(1,0)$ e $B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

$$KY - X - 1 = 0$$

$$ax + by + c + K(a'x + b'y + c') = 0$$

generatrici

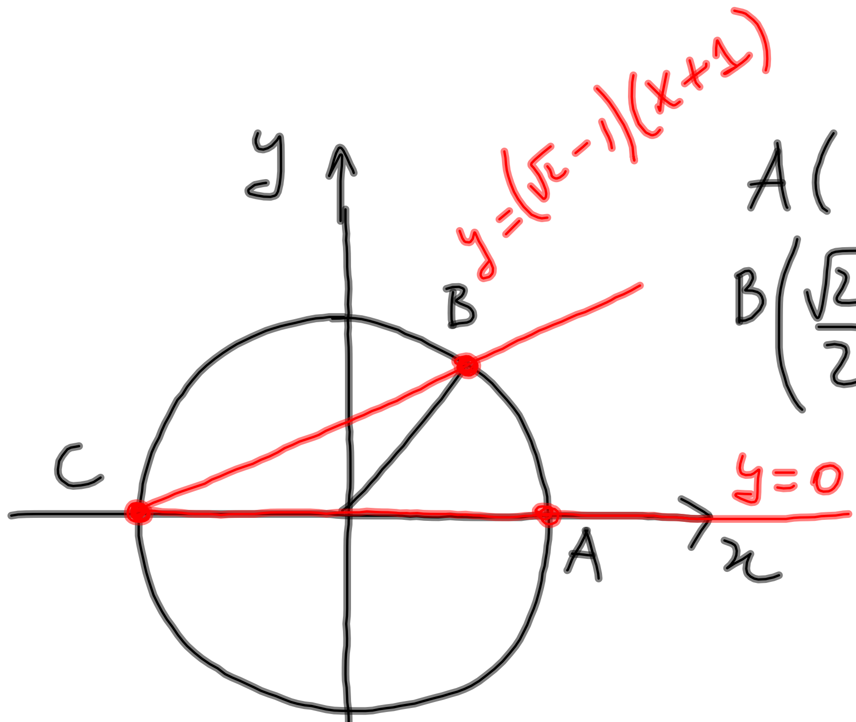
$$ax + by + c = 0$$

$$a'x + b'y + c' = 0$$

$r_1)$ $Y = 0$

$r_2)$ $-X - 1 = 0 \Rightarrow X = -1$

Centro del fascio $C(-1, 0)$



$A(1,0)$

$B\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$C(-1,0)$

$$m(CB)=\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{-1-\frac{\sqrt{2}}{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}\left(-\frac{\cancel{2}}{2+\sqrt{2}}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$$

$$m(CB) = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{4-2} = \frac{\cancel{2}(\sqrt{2}-1)}{\cancel{2}}$$

$$y = (\sqrt{2}-1)(x+1)$$

Trovare la retta del fascio che passa per A e quella che passa per B.

Esercizi pag. 82 Q

da 675 a 679

pag. 83 Q 686