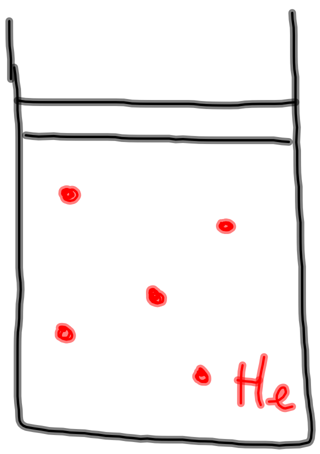
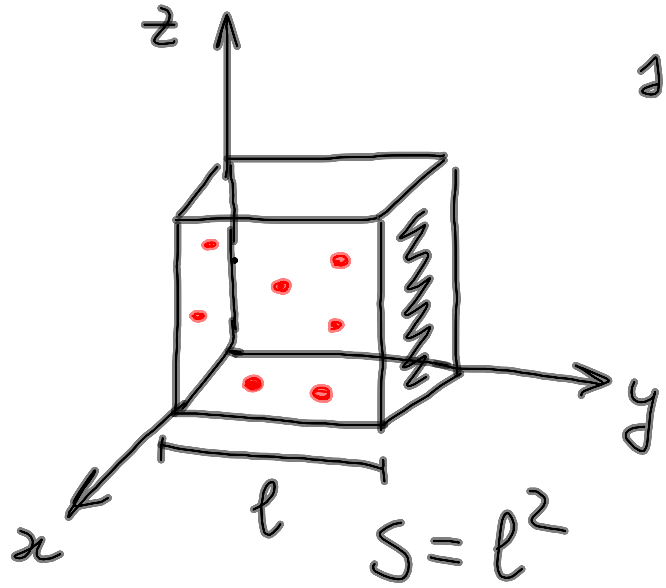
+0

Calcolo della pressione di un gas perfetto



N = numero di atomi (o molecole) che costituiscono il gas.

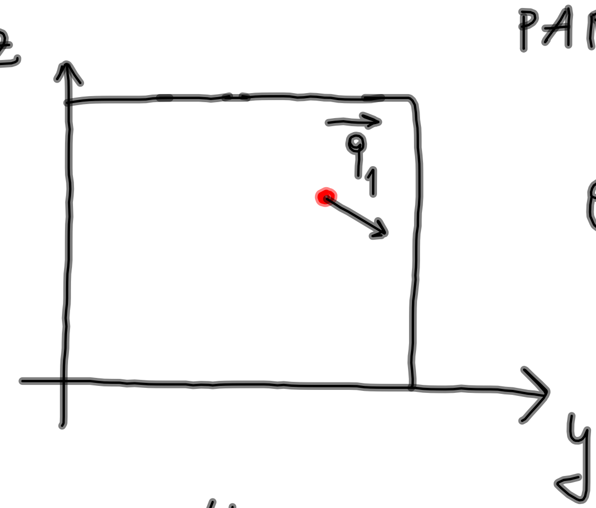


cubo di spigolo (lato) l

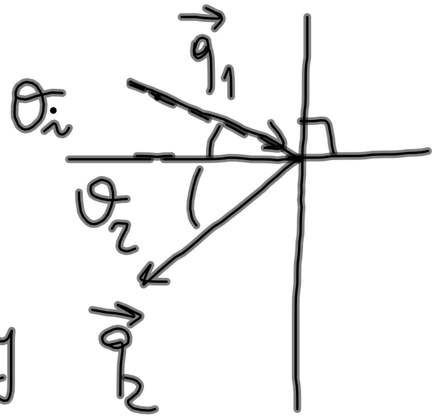
$V = l^3$

$S = l^2$ $\quad p = \dfrac{F}{S}$

F = forza che il gas esercita su una parete del recipiente



PARETE $y = \ell$



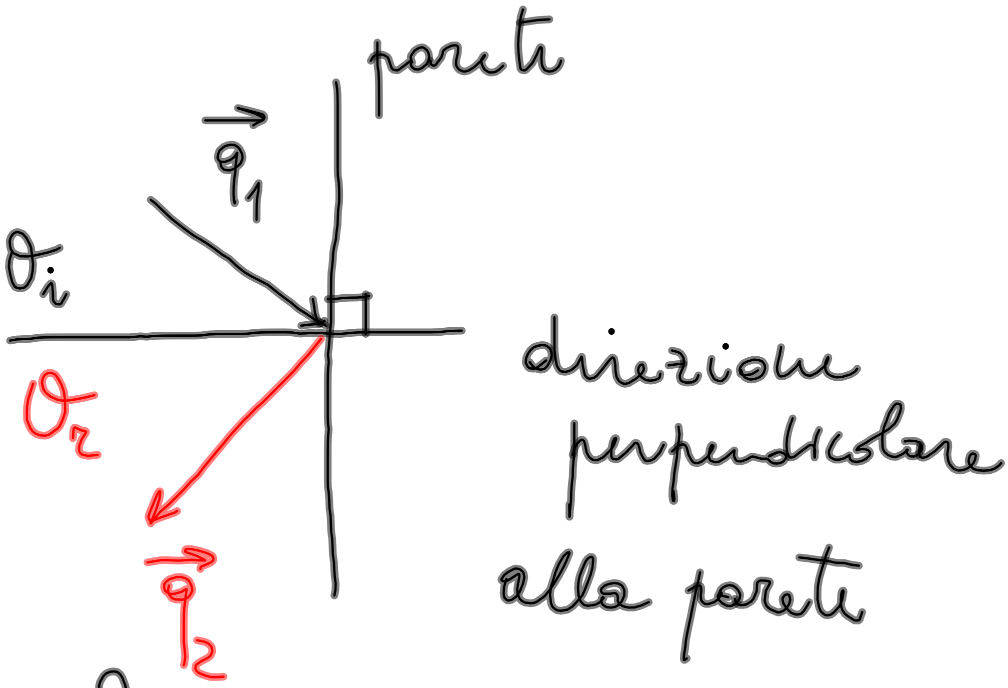
$\vec{q}_1$ è il vettore quantità di moto dell'atomo considerato prima dell'urto contro la parete

θ_i = angolo di incidenza.
É l'angolo formato dal vettore $\vec{q}_1$ quantità di moto (prima dell'urto) e la direzione perpendicolare alla parete. [θ (theta)]

$\vec{q}_2$ è il vettore quantità di moto dell'atomo dopo l'urto.

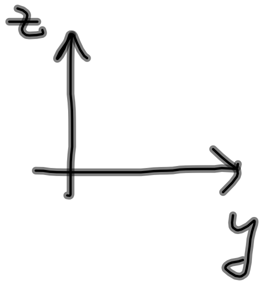
ϑ_2 = angolo di riflessione

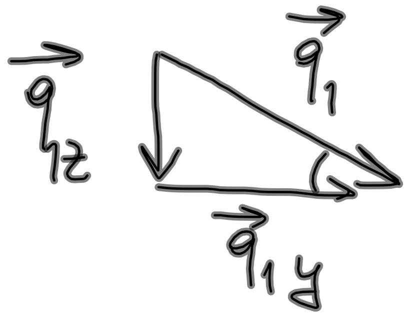
Angolo formato dal vettore $\vec{q}_2$ e la direzione perpendicolare alla parete.



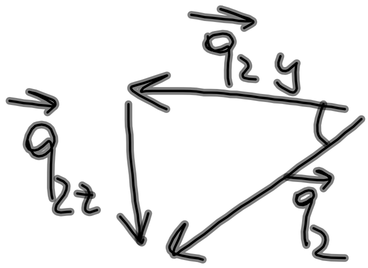
$$\vartheta_r = \vartheta_i$$

L'atomo emerge dal
l'urto con una quantità
di moto $\vec{q}_2$ che forma
con la direzione ortogonale
alla parete un angolo di rifles
sione pari all'angolo di incidenza





$$\vec{q}_1 = \vec{q}_{1z} + \vec{q}_{1y}$$



$$\vec{q}_2 = \vec{q}_{2z} + \vec{q}_{2y}$$

$$\Delta\vec{q} = \vec{q}_2 - \vec{q}_1 = \vec{q}_{2z} + \vec{q}_{2y} - \vec{q}_{1z} - \vec{q}_{1y}$$

$$\Delta\vec{q} = \vec{q}_2 - \vec{q}_1 = \vec{q}_{2z} + \vec{q}_{2y} - \vec{q}_{1z} - \vec{q}_{1y}$$

$$\vec{q}_{1z} = \vec{q}_{2z}$$

$$\vec{q}_{1y} = -\vec{q}_{2y}$$

$$\Delta\vec{q} = \cancel{\vec{q}_{2z}} + \vec{q}_{2y} - \cancel{\vec{q}_{2z}} + \vec{q}_{2y} = 2\vec{q}_{2y}$$

$\langle v \rangle$ (v media)

media delle velocità reali degli atomi (o delle molecole)

$$\Delta q = F \Delta t \qquad (1)$$

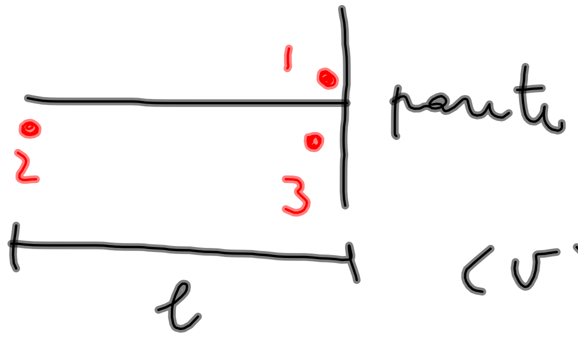
$$F = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Δq = variazione della quantità di moto dell'atomo che urta contro la parete.

F = forza che l'atomo trasmette alla parete durante l'urto.

Δt = intervallo di tempo tra due urti consecutivi.

$$\Delta q = 2 q_{2y} = 2 m \langle v \rangle \quad (2)$$



$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{\langle v \rangle} = \frac{2\ell}{\langle v \rangle} \quad (3)$$

Per ricavare F basta sostituire (2) e (3) in (1)

$$F = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{2m\langle v\rangle}{\frac{2l}{\langle v\rangle}} =$$

$$= \frac{\cancel{2}m\langle v\rangle\langle v\rangle}{\cancel{2}l} = \frac{m\langle v\rangle^2}{l}$$

F è la forza che 1 solo atomo trasmette alle pareti.

La forza complessiva che il gas trasmette alle pareti per effetto degli urti è

$$F_{TOT} = \frac{N}{3} F$$

$$F_{TOT} = \frac{N}{3} \frac{m \langle v \rangle^2}{\ell}$$

$$p = \frac{F_{TOT}}{S} = \frac{N}{3} \frac{m \langle v \rangle^2}{\ell \cdot \ell^2} =$$

$$= \frac{N}{3} \frac{m \langle v \rangle^2}{V}$$

Energia cinetica di un punto materiale di massa m

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$p = \frac{N}{3} \frac{m \langle v \rangle^2}{V} \qquad m \langle v \rangle^2 = 2 \langle K \rangle$$

Allora $$p = \frac{2}{3} N \frac{\langle K \rangle}{V}$$

$$V \cdot p = \frac{2}{3} N \frac{\langle K \rangle}{\cancel{V}_1} \cdot \cancel{V}_1$$

$$pV = \frac{2}{3} N \langle K \rangle \quad (4)$$

Ma per l'eq. di stato dei gas perfetti.

$$pV = nRT \quad (5)$$

..

Eguagliando i secondi membri di (4) e (5) otteniamo

$$\frac{3}{2}\frac{1}{N}\,\frac{2}{3}N\langle K\rangle = nRT\,\frac{3}{2}\frac{1}{N}$$

da cui $\langle K\rangle = \frac{3}{2}\frac{n}{N}RT$

n numero di moli

$$n = \frac{N}{N_A}$$

N_A numero di Avogadro

$$\frac{n}{N} = \frac{1}{N_A} \qquad \langle K \rangle = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T$$

$$K_B = \frac{R}{N_A}$$ costante di Boltzmann

$$\langle K \rangle = \frac{3}{2} K_B T$$

teorema di Boltzmann