

1. Sformułuj i udowodnij twierdzenie Fermata.
2. Sformułuj i udowodnij twierdzenie Rolle'a.
3. Sformułuj i udowodnij twierdzenie Lagrange'a.
4. Podaj reguły de l'Hospitala.
5. Omów związek pomiędzy znakiem pochodnej a monotonicznością funkcji.
6. Omów związek pomiędzy znakiem drugiej pochodnej a rodzajem wypukłości funkcji.
7. Omów sposoby znajdowania ekstremów lokalnych funkcji przy użyciu rachunku różniczkowego.
8. Sformułuj wzór Taylora.
9. Podaj definicję funkcji pierwotnej funkcji f . Pojęcie zobrazuj przykładami.
10. Wyjaśnij powiedzenie „dwie pierwotne funkcje f różnią się o stałą”. W tym celu sformułuj i udowodnij odpowiednie twierdzenie oraz wyjaśnij, co dzieje się, gdy dziedzina funkcji f jest sumą dwóch rozłącznych przedziałów.
11. Podaj definicję całki nieoznaczonej funkcji f . Pojęcie zobrazuj przykładami.
12. Wyjaśnij, na czym polega liniowość całki względem funkcji podcałkowej.
13. Podaj wzór na całkowanie przez części, tzn. sformułuj i udowodnij odpowiednie twierdzenie. Przykład użycia mile widziany.
14. Na przykładzie całki $\int (x^3 + 4x^2 - 5x + 7)e^x dx$ omów metodę współczynników nieoznaczonych („metodę przewidywań”) znajdowania całki.
15. Na przykładzie całki $\int x^n e^x dx$ omów metodę rekurencyjną obliczania całek.

16. Podaj uogólniony wzór na całkowanie przez części i przykład jego użycia.
17. Podaj wzór na całkowanie przez podstawienie, tzn. sformułuj i udowodnij odpowiednie twierdzenie. Podaj przykład jego użycia.
18. Podaj definicję ułamka prostego I-go rodzaju. Omów sposób całkowania ułamków prostych I-go rodzaju na przykładach.
19. Podaj definicję ułamka prostego II-go rodzaju. Omów sposób całkowania ułamków prostych II-go rodzaju na przykładach.
20. Podaj definicję funkcji wymiernej właściwej i sformułuj twierdzenie o rozkładzie funkcji wymiernej właściwej na sumę ułamków prostych. Wyjaśnij na przykładach sposoby wyliczania współczynników rozkładu.
21. Podaj algorytm całkowania funkcji wymiernych. Przedstaw przykład wymagający zastosowania wszystkich kroków algorytmu.
22. Podaj zasadę obliczania całek postaci $\int R\left(x, \sqrt[m]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) dx$, gdzie R jest funkcją wymierną dwóch argumentów, m liczbą naturalną, zaś a, b, c, d stałymi.
23. Podaj wszystkie przypadki całkowalności różniczek dwumiennych $x^k(a+bx^n)^p dx$. Każdy z nich zobrazuj odpowiednim przykładem.
24. Omów podstawienia Eulera. Każde z nich zobrazuj odpowiednim przykładem.
25. Omów podstawienie uniwersalne. Zagadnienie zobrazuj odpowiednio dobranym przykładem.
26. Omów całkowanie różniczek typu $R(\sin x, \cos x) dx$ przy założeniu różnego rodzaju parzystości funkcji R .
27. Omów całkowanie wyrażeń postaci $\sin^a x \cdot \cos^b x$, gdzie $a, b \in \mathbb{Q}$.
28. Omów całkowanie wyrażeń postaci $f(mx) \cdot g(nx)$, gdzie $f, g \in \{\sin, \cos\}$.
29. Podaj definicję całki oznaczonej funkcji ciągłej na przedziale $[a, b]$. Przedstaw kilka przykładów wyliczania takiej całki.

30. Omów liniowość całki oznaczonej, tzn. sformułuj i udowodnij odpowiednie twierdzenie.
31. Podaj i sformułuj twierdzenie o całkowaniu przez części dla całki oznaczonej. Podaj przykład użycia.
32. Podaj i udowodnij twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie dla całki oznaczonej. Podaj przykład użycia.
33. Podaj i udowodnij twierdzenie o podziale przedziału całkowania. Podaj przykład użycia.
34. Podaj definicję podziału przedziału $[a, b]$ oraz średnicy podziału. Kiedy ciąg przedziałów nazywamy normalnym. Pojęcia zobrazuj przykładami.
35. Zdefiniuj dolną i górną sumę całkową funkcji f dla podziału P . Podaj przykłady wyliczeń dolnej i górnej sumy całkowej. Co to jest suma całkową funkcji f dla podziału P , wyznaczona przez punkty pośrednie y_1, y_2, \dots, y_n ?
36. Sformułuj definicję funkcji całkowalnej w sensie Riemanna na przedziale $[a, b]$. Podaj dwa przykłady obrazujące.
37. Sformułuj warunek konieczny i dostateczny całkowalności funkcji f w sensie Riemanna. Przedstaw znane ci klasy funkcji całkowalnych w sensie Riemanna. Podaj twierdzenie Newtona-Leibniza.
38. Podaj znane ci własności całki Riemanna. Pokaż ich zastosowanie na przykładach.
39. Sformułuj i udowodnij *twierdzenie całkowane o wartości średniej*.
40. Podaj twierdzenie o własnościach całki jako górnej granicy całkowania.
41. Podaj definicję całki Riemanna o nieograniczonym przedziale całkowania. Kiedy mówimy, że taka całka jest zbieżna, a kiedy, że jest rozbieżna? Podaj przykłady.
42. Podaj definicję całki Riemanna funkcji nieokreślonej w skończenie wielu punktach. Pojęcia zobrazuj przykładami.

43. Podaj definicję i własności funkcji gamma. Przedstaw rozumowanie prowadzące do naszkicowania wykresu tej funkcji.
44. Podaj twierdzenie Cauchy-Maclaurina (o zależności między zbieżnością całki a zbieżnością szeregu nieskończonego). Przytocz przykłady użycia.
45. Przedstaw wzór na pole obszaru ograniczonego wykresami danych funkcji. Podaj przykłady użycia tego wzoru.
46. Przedstaw wzór na długość krzywej będącej wykresem danej funkcji. Podaj przykład użycia tego wzoru.
47. Przedstaw wzór na objętość figury utworzonej przez obrót obszaru $D = \{(x, y) : a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq |f(x)|\}$. Podaj założenia dotyczące funkcji f . Przedstaw przykład użycia tego wzoru.
48. Przedstaw wzór na pole powierzchni bocznej figury utworzonej przez obrót obszaru $D = \{(x, y) : a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq f(x)\}$. Podaj założenia dotyczące funkcji f . Przedstaw przykład użycia tego wzoru.
49. Podaj definicję ciągu funkcyjnego. Kiedy mówimy, że ciąg $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ zbiega do f ? Jak nazywamy ten rodzaj zbieżności? Przedstaw przykłady ciągów funkcyjnych (takich, które mają granicę i takich, które jej nie mają).
50. Podaj definicję zbieżności jednostajnej ciągu funkcyjnego. Podaj przykłady obrazujące.
51. Podaj twierdzenie dotyczące granicy jednostajnie zbieżnego ciągu funkcji ciągłych. Czy założenie jednostajnej zbieżności jest istotne?
52. Podaj warunek konieczny i dostateczny zbieżności oraz zbieżności jednostajnej ciągu funkcyjnego.
53. Przedstaw twierdzenie o pochodnej granicy ciągu funkcyjnego. Które założenia są istotne, a które można osłabić?
54. Podaj definicję szeregu funkcyjnego oraz definicje zbieżności (punktowej) i zbieżności jednostajnej szeregu. Co to jest obszar zbieżności szeregu?

55. Sformułuj i udowodnij twierdzenie o sumie jednostajnie zbieżnego szeregu funkcji ciągłych.
56. Podaj warunek konieczny i dostateczny zbieżności (zbieżności jednostajnej) szeregu funkcyjnego.
57. Podaj i udowodnij kryterium Weierstrassa zbieżności szeregu funkcyjnego.
58. Podaj definicję i przykłady szeregu potęgowe. Co wiadomo o obszarze zbieżności takiego szeregu?
59. Podaj definicję promienia zbieżności i przedziału zbieżności szeregu potęgowego. Pojęcia zobrazuj przykładami.
60. Podaj wraz z dowodem twierdzenie, z którego można wyliczyć promień zbieżności dla niektórych szeregów potęgowych.
61. Podaj znane Ci własności szeregów (dotyczące sumy, zbieżności jednostajnej, równości dwóch szeregów, całkowania i różniczkowania wyraz za wyrazem).
62. Podaj twierdzenie o rozwijaniu funkcji w szereg Taylora. Jaki jest przykładowy warunek dostateczny spełnienia założeń tego twierdzenia.
63. Podaj wzór zwany szeregiem dwumiennym.
64. Przedstaw (łącznie z wyprowadzeniem) wzoru na rozwinięcie w szereg potęgowy funkcji $\ln(1+x)$ oraz $\arctg x$ dla $|x| < 1$.
65. Podaj twierdzenie o aproksymacji funkcji ciągłej za pomocą funkcji przedziałami liniowych.
66. Podaj twierdzenie Weierstrassa o aproksymacji funkcji ciągłych za pomocą wielomianów.
67. Podaj wraz z wyprowadzeniem wzory Eulera-Fouriera na współczynniki rozwinięcia Fouriera funkcji f .
68. Sformułuj kryterium Dirichleta zbieżności szeregu Fouriera funkcji f .
69. Wyjaśnij zasadę rozwijania funkcji $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ w szereg samych sinusów lub szereg samych cosinusów.