

I. Rappel:

Définition: Champ électrostatique

L'action à distance des forces électriques sur une charge donnée due à la présence d'autres corps chargés met en évidence l'existence d'un champ électrique. Il est donc défini comme étant une force électrique par unité de charge.

$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q} \quad (\text{N} \cdot \text{C}^{-1}).$$

Travail élémentaire d'une force électrostatique:

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \text{avec } d\vec{r} = d\vec{OM}.$$

$$= \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i d\left(\frac{1}{\|\vec{A}_i M\|}\right)$$

Énergie potentielle

$$\delta W = -dE_{pe} \quad \text{avec } E_{pe} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{\|\vec{A}_i M\|} + \text{cte}$$

Le flux du champ électrostatique:

$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cos(\vec{E}, \vec{n}) ds = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \Omega \rightarrow \text{Si la charge est à l'intérieur de la surface:}$$

$$\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

→ Si la charge est à l'extérieur de la surface

$$\phi = 0.$$

Théorème de Gauss: $\phi = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{\epsilon_0}$

→ Forme intégrale:

$$\oint_S \vec{E}(M) \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho(M) dv$$

→ Forme locale: $\text{div} \vec{E}(M) = \frac{\rho(M)}{\epsilon_0}$

Équation de Poisson:

$$\Delta V(M) + \frac{\rho(M)}{\epsilon_0} = 0 \Leftrightarrow V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho(P) dv}{\|\vec{PM}\|}$$

Équation de Laplace: En milieu dépourvu de charge: $\Delta V(M) = 0.$

Équations de Maxwell:

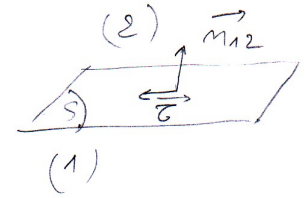
1^{ère} loi de Maxwell:

2^{ème} loi de Maxwell:

$$\boxed{\begin{aligned} \text{div} \vec{E}(M) &= \frac{\rho(M)}{\epsilon_0} \\ \text{rot} \vec{E}(M) &= \vec{0} \end{aligned}}$$

Relations de passage du champ électrostatique à la traversée des surfaces chargées:

Composante normale: $\vec{n}_{12}(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$



Composante tangentielle: $\vec{E} \cdot (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0$

Invariance de Jauge en électrostatique:

On dit que $\vec{E}$ reste invariant par rapport à la transformation globale du potentiel appelée transformation de Jauge: $V'(r) = V(r) + \text{cste}$
Le choix d'un potentiel correspond au choix de la jauge.
On dit que $\vec{E}$ est invariant de Jauge.

Étude de l'énergie électrostatique:

- ① Définition: L'énergie électrostatique est la quantité d'énergie nécessaire pour construire un système de charges ou celles que l'on peut récupérer lorsqu'on décompose un tel système.
L'énergie électrostatique d'un système est l'énergie potentielle d'interaction entre les différentes charges qui le constituent.
- ② Énergie potentielle d'un système à deux charges:

$$E_e = \frac{1}{2} [q_1 V_1 + q_2 V_2]$$

③ Généralisation:

$$E_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i V_i$$

Énergie électrostatique d'une distribution continue de charge:

Distribution volumique de charge: $E_e = \frac{1}{2} \iiint_V \rho V d\tau$

Distribution surfacique de charge: $E_e = \frac{1}{2} \iint_S \sigma V ds$

Distribution linéique de charge: $E_e = \frac{1}{2} \int_L \lambda V dl$

Localisation de l'énergie - Densité d'énergie:

$$E_e = \iiint_V \frac{\epsilon_0 E^2}{2} d\tau = \iiint_V U_e d\tau$$

$$U_e = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{dE_e}{d\tau}$$

densité d'énergie électrostatique

⚠ L'énergie électrostatique est localisée dans les régions de l'espace où règne un champ électrostatique non nul.

Dipôle électrostatique:

Définition:

C'est l'ensemble de deux charges fixes et constantes de même valeur absolue et de signes opposés $-q$ et $+q$ (doublet) tq la distance qui les sépare est très inférieure aux distances d'observation.

$a \ll r$: approximation dipolaire.

$$OM = r, \theta = (\vec{OM}, \vec{OB})$$

$$\vec{p} = q\vec{AB} = q\vec{AB} \text{ avec } \vec{p}: \text{moment dipolaire}$$

Potentiel créé par un dipôle électrostatique:

$$V(M) = \frac{qa \cos \theta}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi \epsilon_0 r^3}$$

Champ électrique:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{2p \cos \theta}{r^3} \vec{u}_r + \frac{p \sin \theta}{r^3} \vec{u}_\theta \right) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 r^3} \left[\frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^2} \vec{r} - \vec{p} \right]$$

$$\|\vec{E}\| = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{p}{4\pi \epsilon_0 r^2} \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}$$

Ligne de champ:

$$\vec{E} \wedge d\vec{r} = \vec{0} \Rightarrow \frac{E_r}{dr} = \frac{E_\theta}{r d\theta} \Rightarrow r = k \sin^2 \theta \text{ avec } k = \text{cte.}$$

Surface équipotentielle:

$$r = r_0 \sqrt{|\cos \theta|} \text{ avec } r_0 = r(\theta=0) \text{ c'est la valeur maximale de } r.$$

Énergie d'un dipôle placé dans un champ extérieur $\vec{E}_0$:

$$E_d = -\vec{p} \cdot \vec{E}_0 \text{ avec } \vec{E}_0 \text{ champ uniforme.}$$

Position et nature d'équilibre:

Elle est définie par $\frac{dE_d}{d\theta} = 0$

- $\theta = 0 \Rightarrow$ L'équilibre est stable.
- $\theta = \pi \Rightarrow$ L'équilibre est instable.