Universidade Vigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Fac. CC. Económicas e Empresariais
Campus de Vigo
E-36310 Vigo

Tel. 986 812 440
Fax 986 812 401
webs.uvigo.es/depc05
depc05@uvigo.es

Calculo de Probabilidades y Variables aleatorias

Apelidos: **Nome:** **DNI:**

Para facilitar la corrección de la prueba, marque en la tabla la letra de la respuesta que considere correcta para cada una de las cuestiones propuestas[1].

Pregunta 1	a	b	**c**
Pregunta 2	a	**b**	c
Pregunta 3	a	**b**	c

1. *(2 puntos)* Una determinada CPU tiene las averías dentro de 3 grupos: problemas de memoria, de temperatura y de ventilación. Se ha observado que el 20 % de las reparaciones son por problemas de memoria y que el 75 % de las CPU's con problemas de memoria inscriben la incidencia por la mañana. Además el 15 % presentan problemas de ventilación y se genera la incidencia por la mañana, y el 40 % tienen problemas de temperatura y generan la incidencia también por la mañana. Si una incidencia de la CPU se genera por la tarde ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga problemas de memoria?.

   a) 0.786
   b) 0.876
   c) 0.833.

   solución correcta: c)
   Tenemos que $P(PM) = 0.2$, $P(PT\cap M) = 0.4$, $P(PV\cap M) = 0.15$ y $P(M|PM) = 0.75$. De aquí obtenemos que $P(PM\cap M) = P(M|PM)P(PM) = 0.75\times 0.2 = 0.15$. Nos pide

   $$P(\bar{PM}|T) = 1 - P(PM|T) = 1 - \frac{P(PM\cap T)}{P(T)}$$

   y

   $$P(T) = 1 - P(M) = 1 - P(PM\cap M) - P(PT\cap M) - P(PV\cap M) = 1 - 0.15 - 0.4 - 0.15 = 0.3$$

   Ahora $P(PM\cap T)$ lo obtenemos de

   $$P(PM) = P(PM\cap M) + P(PM\cap T),$$

   es decir, $P(PM\cap T) = 0.2 - 0.15 = 0.05$. Por lo tanto:

   $$P(\bar{PM}|T) = 1 - \frac{P(PM\cap T)}{P(T)} = 1 - \frac{0.05}{0.3} = 0.83333$$

2. *(2 puntos)* Sea X una variable aleatoria $Bi(1000, 0.01)$, la $P(5 \leq X < 10)$ teórica y con aproximación normal con corrección de continuidad es (con 3 decimales):

   a) 0.554 y 0.397
   b) 0.429 y 0.397
   c) 0.554 y 0.444

   solución correcta: b)
   sum(dbinom(5:9, size=1000,prob=0.01)) = 0.4286142 con aproximación normal con continuidad: pnorm(9.5, mean=10,sd=sqrt(9.9)) - pnorm(4.5, mean=10, sd=sqrt(9.9))= 0.396639

3. *(2 puntos)* La lluvia anual caída en una determinada región por año se distribuye según una $N(\mu = 40, \sigma = 42)$ (en l/m^2). ¿Cuál es la probabilidad de que en 2 de los próximos 4 años el agua de lluvia supere los $50l/m^2$ cada año? (con 3 decimales).

   a) 0.814
   b) 0.349
   c) 0.186.

   solución b):
   Sea X=*lluvia caída anual*$\sim N(40, 42)$, la probabilidad de que un año supere los 50 l/m2 es:
   pp <- 1- pnorm(50,40,42).
   Sea Y=*nº de años en 4 años en que la lluvia caída supera los 50l/m2*, $Y \sim Bi(4, pp)$
   Entonces $P(Y = 2) = round(dbinom(2, 4, pp), 3)$

[1] 3 respuestas incorrectas penalizan una respuesta correcta. Las preguntas en blanco no penalizan.
No se considerarán las respuestas contestadas sin su correspondiente desarrollo.

UniversidadeVigo

Departamento de Estatística e Investigación Operativa

Fac. CC. Económicas e Empresariais
Campus de Vigo
E-36310 Vigo

Tel. 986 812 440
Fax 986 812 401
webs.uvigo.es/depc05
depc05@uvigo.es

1. *(4 puntos)* Por razones de seguridad, el 5 % de los mensajes pasados por una red son falsos. Un receptor sabe con la llave apropiada si el mensaje es falso o no. De 4000 mensajes enviados, cuál es el número esperado de mensajes falsos, suponiendo que ellos se intercalan aleatoria e independientemente entre los válidos?. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de mensajes falsos exceda de 175 pero sea menor que 225?. Realizar la aproximación con continuidad. Razonar detalladamente todos los pasos.

   Solución: Sea X= *Nº de mensajes falsos* $\sim Bi\,(n = 4000, p = 0.05) \approx N\left(4000 \times 0.05, \sqrt{4000 \times 0.05 \times 0.95}\right)$ aproximación válida porque $n > 30$ y $np(1-p) = 190 > 5$

$$P\,(175 < X < 225) = \sum_{i=176}^{224} \binom{4000}{i} 0.05^i (1-0.05)^{4000-i} \approx$$
$$P\,(176 - 0.5 < N(200, 13.784)) < 224 + 0.5) =$$
$$P\,(N(200, 13.784)) < 224 + 0.5) - P\,(N(200, 13.784)) < 176 - 0.5) =$$
$$pnorm(224.5, 200, 13.784) - pnorm(175.5, 200, 13.784) = 0.9245013$$

   Sin aproximación a la normal tenemos $sum(dbinom(176 : 224, size = 4000, prob = 0.05)) = 0.9246718$ $\square$