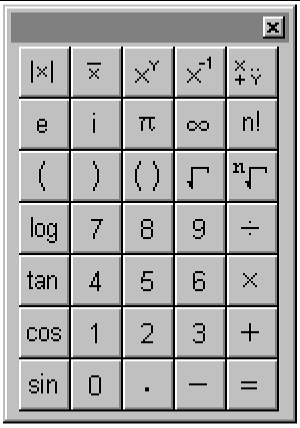
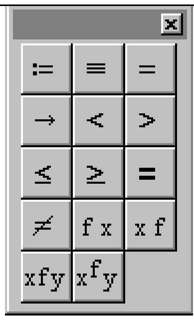
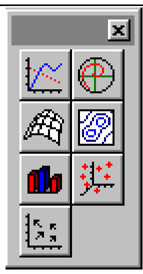
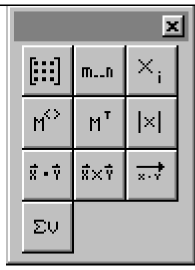
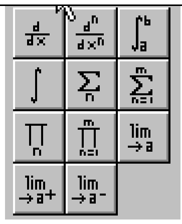
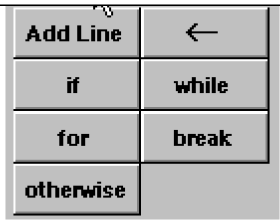
Wprowadzenie do programu MATHCAD

Zaletami programu MathCad, w porównaniu do innych programów służących do obliczeń matematycznych, takich jak Matlab, Mathematica, są proste i intuicyjne zasady pracy z programem, umożliwiające opanowanie go w krótkim czasie. Obszar roboczy głównego okna programu można traktować jak arkusz papieru, na którym w dowolnym miejscu, wskazanym kursorem myszki, można wpisywać wyrażenia i równania matematyczne. Graficzna postać wpisywanych wyrażeń zgodna jest z ich wyglądem na tradycyjnej kartce papieru dla powszechnie stosowanej konwencji zapisu matematycznego.

MathCad oblicza wyrażenia i równania matematyczne w kolejności w jakiej występują one na arkuszu obliczeniowym w kierunku na prawo i w dół arkusza.

Operatory matematyczne używane w wyrażeniach matematycznych można wprowadzać z klawiatury, bądź z palet dostępnych na pasku narzędzi. Po otwarciu palety, należy wybrać odpowiednią ikonkę, wprowadzającą operator matematyczny w miejscu wskazanym kursorem myszki:

<table>
<tr><th>paleta operatorów arytmetycznych</th><th>paleta operatorów relacji i logicznych</th><th>paleta wykresów</th><th>paleta wektorów i macierzy</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td></td><td></td></tr>
</table>

paleta operatorów analizy	paleta programowania	paleta liter greckich
		

W przykładach podanych w poniższej tabeli, w prawej kolumnie zamieszczono komentarze i sposoby wykonywania obliczeń.

Wyrażenia arytmetyczne	
$35 \cdot 2 + 40 = 110$	Nacisnąć po kolei klawisze (przecinków nie wprowadzamy): `35,*,2,+40,=`
$\frac{3 + 5 \cdot 2}{72} - 3 = -2.819$	Nacisnąć po kolei klawisze: `3,+,5,*,2,spacja,spacja,/,72,spacja,-3,=`
$\frac{2 \cdot \sqrt{15} + \frac{3}{4}}{2 \cdot 10^2 - 1} = 0.043$	`2,*,\,15,spacja,+,3,/,4,spacja,spacja,spacja,/,2,*,10,^,2, spacja,-,1=`
Definiowanie zmiennych	
$t := 10$	Nacisnąć klawisze: `t,:,10` „t” jest nazwą zmiennej, 10 jest jej wartością. Jest to definicja **zmiennej lokalnej**, która obowiązuje od miejsca, w którym została zdefiniowana do końca dokumentu (na prawo i w dół). Aby wyświetlić wartość zdefiniowanej zmiennej, piszemy jej nazwę i znak =
$\beta := 4$ $y := 3 \cdot \beta + 5$	Litery greckie wprowadzamy z palety, albo pisząc odpowiednik polski litery greckiej i naciskając CTRL+G. `y=17`

$G \equiv 10$	Definicja **zmiennej globalnej**. Należy nacisnąć klawisze: `G,~(tylda),10` Zmienna globalna obowiązuje w całym dokumencie (również powyżej miejsca jej zdefiniowania). Definicja lokalna zawsze przysłania definicję globalną.
$M_1:=34$	Nazwa zmiennej z dolnym indeksem. Należy nacisnąć klawisze: `M,.(kropka),1,:,34`
Definiowanie funkcji	
$f(x) := 3 \cdot x^2$	Funkcja jednej zmiennej. „x” jest argumentem funkcji. Przy wywołaniu funkcji podajemy aktualny argument (nazwę, która może być inna niż x, lub wartość) np.: `f(2.3)=15.87`

$g(x,y) := 3 \cdot x + 6 \cdot y$	Funkcja dwóch zmiennych. Wywołanie np.:
	`a:=2.4`
	`g(a,a)=21.6`
	`g(1,2*a)=31.8`

$z(r,fi) \equiv r \cdot \cos(fi)$	Definicja funkcji globalnej, obowiązującej w całym dokumencie. (Symbol ≡ wstawiamy z palety, lub naciskając klawisz ~ (tylda)).
Zmienna iterowana	
$k := 10, 11 .. 20$	Zmienna iterowana „k” przyjmuje kolejne wartości 10, 11 itd. co 1 do 20. Zmienną taką definiuje się podając: początkową wartość, następną wartość i po symbolu złożonego z dwóch kropek, wartość końcową. Symbol złożony z dwóch kropek wprowadza się z palety lub naciskając klawisz ; (średnik). Jeśli nie podamy następnej wartości (w przykładzie: `11`), to domyślnie przyjmowany jest przyrost wartości równy 1. Wszystkie wartości zmiennej „k” otrzymamy, pisząc `k=`. Zmiennej iterowanej używa się w obliczeniach powtarzanych w pętli, lub do kreślenia wykresów.
$dt := 0, 0.01 .. 1$	Zakres zmienności zmiennej „dt” obejmuje liczby od 0 do 1 co 0.01.
Zastosowanie zmiennej iterowanej	
$t := 10, 11 .. 20$ $a := 9.8$ $\frac{a}{2} \cdot t^2$	Wyrażenie $\frac{a}{2} t^2$ zostanie obliczone dla każdej wartości zmiennej *t* z zakresu 10 .. 20 (co 1).

Definiowanie macierzy	
$\begin{pmatrix} 2.3 \\ 2+x \\ 24 \end{pmatrix}$	Aby utworzyć macierz (wektor), należy wskazać kursorem początkowy punkt i nacisnąć klawisze `CTRL+M` lub skorzystać z palety. W okienku należy podać liczbę wierszy (rows=3) i kolumn (columns=1), następnie wypełniać poszczególne komórki.
$A := \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & 9 \\ 0.5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ $A_{1,2} = 9$	Standardowo wiersze i kolumny są numerowane od zera (można to zmienić). Aby odwołać się do elementu A[2,3] naciskamy klawisze: `A,[,1,przecinek,2,=`
$B_{0,0} := 1$ $B_{0,1} := 3$ $B_{1,0} := 7$ $B_{1,1} := 5$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$	Macierz można również utworzyć przez nadanie wartości jej poszczególnym elementom.
$zero_{3,3} := 0$ $zero = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	Macierz zerową najprościej utworzyć przez utworzenie jej ostatniego elementu. Pozostałe, niezdefiniowane elementy będą miały domyślną wartość zerową.
$M := \mathrm{identity}(3)$ $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	Macierz jednostkową wprowadzamy wywołując wbudowaną funkcję `identity(n)`, gdzie n oznacza wymiar macierzy. Zdefiniowane w MathCadzie funkcje wywołujemy wybierając myszką ikonkę „f(x)”, lub z menu: „Math” → „Choose Function”. Z wyświetlonej listy wybieramy odpowiednią funkcję.
$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ $B := \begin{pmatrix} 11 & 22 \\ 44 & 33 \end{pmatrix}$ $C := \mathrm{augment}(A,B)$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 11 & 22 \\ 5 & 6 & 44 & 33 \end{pmatrix}$ $D := \mathrm{stack}(A,B)$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \\ 11 & 22 \\ 44 & 33 \end{pmatrix}$	Macierz można utworzyć z podmacierzy korzystając z wbudowanych funkcji `augment` i `stack`.

Działania i operacje na macierzach	
$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ $B := \begin{pmatrix} 11 & 22 \\ 44 & 33 \end{pmatrix}$ $C := A + B$ $D := A \cdot B$	Dodawanie i mnożenie macierzy. $C = \begin{pmatrix} 12 & 25 \\ 49 & 39 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 143 & 121 \\ 319 & 308 \end{pmatrix}$
$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ $D := A^{-1}$ $D = \begin{pmatrix} -0.667 & 0.333 \\ 0.556 & -0.111 \end{pmatrix}$	Macierz odwrotna. Symbol „-1" można wprowadzić korzystając z palety lub wpisując z klawiatury: `A,^,-1`
$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 4 & 3 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$	Transpozycja macierzy. Symbol „T" można wprowadzić korzystając z palety lub wpisując z klawiatury CTRL+1
Odwoływanie się do kolumn i wierszy macierzy	
$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 33 \\ 10 & 27 & 4 \\ 22.0 & 3.4 & 5 \end{pmatrix}$ $A^{\langle 0 \rangle} = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 22 \end{pmatrix}$ $\left(A^{T}\right)^{\langle 0 \rangle} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 33 \end{pmatrix}$	$A^{<0>}$ – kolumna „0" $(A^{T})^{<0>}$ – wiersz „0" Symbol „<0>" można wprowadzić korzystając z palety lub wpisując z klawiatury CTRL+6

Wykresy x-y

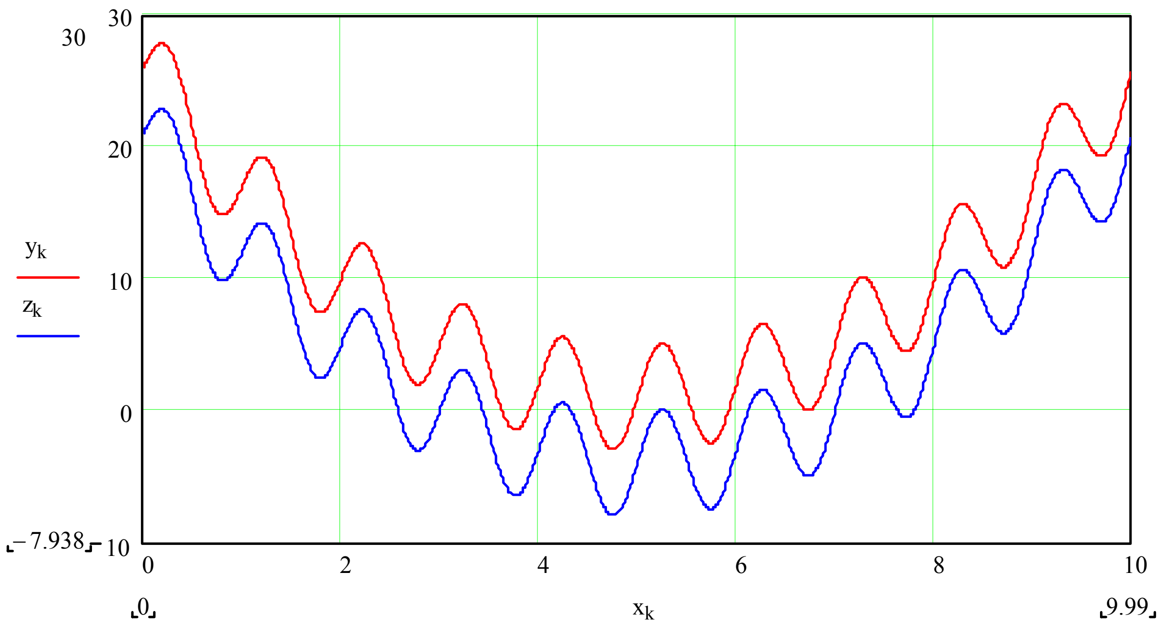
$k := 1..\,1000$

$x_k := 0.01 \cdot (k - 1)$

$$y_k := \left[(x_k - 5)^2 + 1\right] + 4\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi\cdot x_k}{1}\right) \qquad z_k := \left[(x_k - 5)^2 + 1\right] + 4\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi\cdot x_k}{1}\right) - 5$$

Zapis x_k oznacza k-ty element wektora „x”. Wektor „x” zawiera 1000 elementów. MathCad nanosi kolejne punkty wykresu o współrzędnych (x_k, y_k) i łączy je linią tworząc pierwszą krzywą wykresu. Drugą krzywą tworzą punkty (x_k, z_k).

- wykres tworzymy korzystając z palety wykresów lub z menu
- w zaznaczonym polu na osi x wpisujemy x_k
- w polu na osi y wpisujemy y_k, wpisujemy przecinek (,) i w polu poniżej wpisujemy z_k
- klikamy myszką poza obszar wykresu. Krzywe zostaną wykreślone. Jedną krzywą tworzą punkty (x_k,y_k), drugą krzywą tworzą punkty (x_k,z_k).
- wykres można powiększyć. Kliknąć na wykresie, aby go zaznaczyć. Ustawić kursor np. w prawym rogu ramki tak aby przybrał postać ukośnej dwustronnej strzałki, nacisnąć i przeciągnąć myszkę do innego punktu.



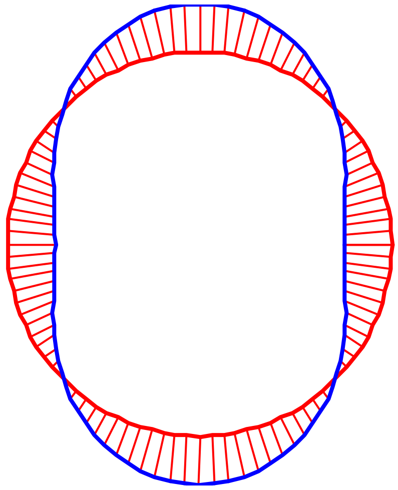
- formatowanie wykresu jest dostępne w okienku wyświetlanym po dwukrotnym kliknięciu na wykresie
- aby wykres przeskalować, najpierw trzeba go zaznaczyć (kliknąć na wykresie). Potem kliknąć na jednej z czterech liczb wyświetlanych po lewej stronie osi y i u dołu osi x i zwyczajnie je zmienić (edycja wartości liczby)

Wykresy w układzie współrzędnych biegunowych

A:=0.5
R:=2

$fi := 0, 2\frac{\pi}{100} .. 2\pi$

$r(fi) := R + A\cdot\sin\left(2\cdot fi - \frac{\pi}{2}\right)$



- wykres tworzymy korzystając z palety wykresów lub z menu: Insert – Graph – Polar Plot (lub Ctrl+7)
- w polu dolnym wpisujemy kąt fi
- w polu lewym wpisujemy promienie: R (krzywa 1: okrąg), wpisujemy przecinek, r(fi) (krzywa 2). Aby zakreskować obszar pomiędzy obydwoma krzywymi, rysujemy je jeszcze raz: przecinek, R (krzywa 3), przecinek, r(fi) (krzywa 4).

Klikając dwukrotnie w obszarze rysunku, otwieramy okno formatowania.

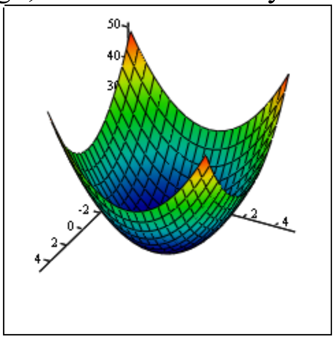
  - Na zakładce „Polar Axes” wyłączamy wszystkie pola, zaznaczamy tylko Axis Style: „None”
  - Na zakładce „Traces” dla krzywej 3 i 4, w polu „Type” wybieramy „error”. Zaznaczamy „Hide Arguments” i „Hide Legend”.

(Uwaga: aby wkleić rysunek z Mathcada do Worda bez żadnych opisów, umieszczono blisko rysunku w polu tekstowym – kropkę. Następnie skopiowano do schowka obydwa obiekty (rysunek i kropkę)
i wklejono do Worda).

Wykres 3D

$f(x, y) := x^2 + y^2$

1. Naciskamy Ctrl+2 (lub z menu: Insert – Graph – Surface Plot).
   W polu pod wykresem wpisujemy nazwę funkcji **f**.
2. Dwukrotnie klikamy na wykresie i na zakładce **Appearance** zaznaczamy „Fill Surface” i „ColorMap”
3. Po zamknięciu okna dialogowego, można obracać wykresem, przez przeciąganie myszki.



f

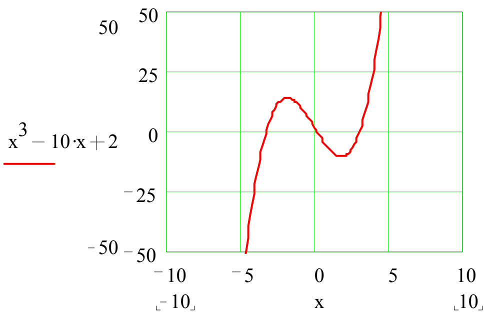
Edycja wyrażeń	
Zmiana operatora: $x^2 - 3 \cdot a \rightarrow x^2 + 3 \cdot a$	Aby w wyrażeniu zmienić operator matematyczny np. znak „–” na znak „+”, należy zaznaczyć lewostronnie cyfrę 3 (tak aby pionowa niebieska kreska znajdowała się z lewej strony cyfry 3), nacisnąć klawisz „Backspace” i wpisać nowy operator. Do zmiany zaznaczenia lewostronnego na prawostronne i odwrotnie naciskamy klawisz INS.
$3 + \sqrt{2 \cdot x} \rightarrow 3 + (2 \cdot x)^2$ $3 + \sqrt{2 \cdot x}$ $3 + 2 \cdot x$	Aby wyrażenie „2x” podnieść do kwadratu zamiast pierwiastkowania, należy zaznaczyć lewostronnie wyrażenie podpierwiastkowe i nacisnąć klawisz „Backspace”. Zostanie usunięty symbol pierwiastka. Następnie zaznaczyć prawostronnie wyrażenie podnoszone do potęgi (2·x) i wprowadzić operator podnoszenia do kwadratu.

$x^2 \rightarrow 2 + x^2$	Aby przed wyrażeniem „x^2” dopisać operator dodawania, należy zaznaczyć lewostronnie to wyrażenie i wpisać nowy operator „+”. Następnie wpisujemy lewy operand.
$x + y \rightarrow \sqrt{x + y}$	Aby wstawić operator pierwiastkowania dla całego wyrażenia „x+y” należy wyrażenie x+y zaznaczyć lewostronnie lub prawostronnie i wprowadzić nowy operator – pierwiastek.

Wprowadzanie tekstu	
`Wyrażenie algebraiczne`	Aby rozpocząć pisanie tekstu, należy wskazać kursorem początkowy punkt i nacisnąć klawisz `" (cudzysłów)`

Rozwiązywanie nieliniowych równań algebraicznych
Aby rozwiązać nieliniowe równanie algebraiczne **f(x)=0**, należy podać początkową wartość zmiennej $\mathbf{x=x_0}$ (punkt startowy). Funkcja **root** znajduje pierwiastek równania **f(x)=0** najbliższy podanemu punktowi startowemu. Wykorzystywana jest metoda siecznych. Funkcja ta nie znajduje wszystkich pierwiastków. O obecności innych pierwiastków można się przekonać, wykreślając wykres funkcji: Poniżej rozwiązano równanie $x^3-10x+2=0$

$x := -10, -9.9 .. 10$



$x := -5 \qquad \mathrm{root}\left(x^3 - 10 \cdot x + 2, x\right) = -3.258$

$x := 0 \qquad \mathrm{root}\left(x^3 - 10 \cdot x + 2, x\right) = 0.201$

$x := 5 \qquad \mathrm{root}\left(x^3 - 10 \cdot x + 2, x\right) = 3.057$

Rozwiązywanie układu liniowych równań algebraicznych

Rozwiązać układ równań liniowych: `3x+6y=9`
`2x+0.54y=4`

Tworzymy macierz współczynników i wektor danych, następnie wywołujemy funkcję **lsolve**

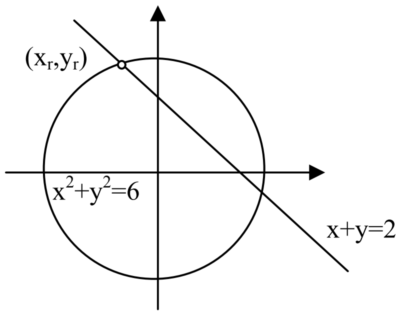
$M := \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 0.54 \end{bmatrix} \qquad V := \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix}$

$\mathrm{lsolve}(M, V) = \begin{bmatrix} 1.844 \\ 0.578 \end{bmatrix}$

Rozwiązywanie nieliniowych równań algebraicznych metodą Levenberga-Marquardta

Rozwiązać układ równań nieliniowych:

$\left.\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 6 \\ x + y &= 2 \end{aligned}\right\}$ z ograniczeniami $x \le 1, \; y > 2$



$x := 1 \qquad y := 1$

Given

$x^2 + y^2 = 6$

$x + y = 2$

$x \le 1$

$y > 2$

$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} := \mathrm{Find}(x, y)$

$x_r = -0.414 \qquad y_r = 2.414$

1) szacujemy początkowe wartości zmiennych (punkt startowy)
2) Blok rozwiązujący, zaczynający się słowem kluczowym `Given`, a kończący się wywołaniem procedury rozwiązującej `Find`, zawiera równania i ograniczenia w postaci nierówności
3) W równaniach, symbol równości wprowadzamy z palety lub przez naciśnięcie klawiszy Ctrl =
4) Ograniczenia nie są konieczne. Ich zastosowanie spowodowało odrzucenie drugiego rozwiązania równań (prawego, dolnego punktu przecięcia prostej z okręgiem).

Rozwiązywanie układu równań różniczkowych

Rozwiązanie układu liniowych równań różniczkowych zwyczajnych I rzędu

$\frac{d}{dt}[X]=[A][X]+[B]$ z warunkami początkowymi $[X]=[X_0]$

`D(t,X):=[A][X₀]+[B]`

`Z:=rkfixed(X,tpocz,tkonc,liczbapunktow,D)`

t_{pocz} – czas początkowy dla którego znany jest warunek początkowy $[X_0]$

t_{konc} – czas końcowy obliczeń

`liczbapunktow` – liczba punktów dla których zostanie wyznaczone rozwiązanie. Liczba ta określa krok całkowania.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} t & x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{array} \\ Z = & \left[\begin{array}{ccccc} 0 & x_1^0 & x_2^0 & \cdots & x_n^0 \\ 0.001 & x_1^1 & x_2^1 & \cdots & x_n^1 \\ 0.002 & x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{konc} & x_1^{konc} & x_2^{konc} & \cdots & x_n^{konc} \end{array}\right] \end{array}$$

$Z^{<0>}$ - w pierwszej kolumnie znajduje się czas t

W następnych kolumnach znajdują się wartości poszczególnych elementów wektora stanu X:

$Z^{<1>}=x_1$, $Z^{<2>}=x_2$, itd.

Rozwiązać równanie różniczkowe

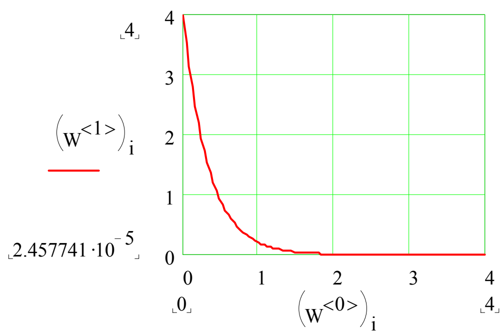
$\frac{dy}{dt}+3y=0$ z warunkiem początkowym $y(0)=4$

$y_0 := 4$

$D(t,y) := -3 \cdot y$

$W := \text{rkfixed}(y, 0, 4, 100, D)$

$i := 0..\ \text{rows}(W) - 1$



1) Najpierw wprowadzamy warunek początkowy. Zmienna określająca ten warunek ma być wektorem. W rozpatrywanym przykładzie jest to wektor jednoelementowy. Indeks „0" wprowadzamy za pomocą klawisza „ [„
2) Funkcja D określa pierwsza pochodną równania. Wektor „y" zawiera tylko jeden element „y_0"
3) Rozwiązanie obliczone jest w przedziale czasu (0,...,4) sekundy, w 100 krokach i jest zapisane w macierzy W
4) $W^{<0>}$ – pierwsza kolumna macierzy W zawierająca kolejne wartości czasu
5) $W^{<1>}$ – druga kolumna macierzy W zawierająca kolejne wartości funkcji y
6) indeks „i" numeruje kolejne wiersze macierzy W (numery kroków całkowania). Funkcja „`rows`" oblicza liczbę wierszy macierzy W.

Rozwiązać układ równań różniczkowych

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + x - y &= e^t \\ \frac{dy}{dt} - x + y &= e^t \end{aligned}\right\}$$

z warunkami początkowymi `x(0)=0, y(0)=1`

$z := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$D(t,z) := \begin{bmatrix} -z_0 + z_1 + e^t \\ z_0 - z_1 + e^t \end{bmatrix}$

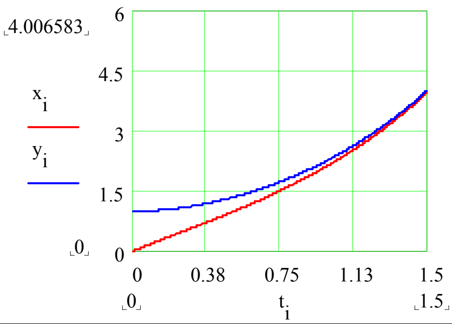
$W := \mathrm{rkfixed}(z, 0, 1.5, 1000, D)$

$i := 0 .. \mathrm{rows}(W) - 1$

$t_i := \left(W^{<0>}\right)_i$

$x_i := \left(W^{<1>}\right)_i$

$y_i := \left(W^{<2>}\right)_i$



1) Wektor zmiennych oznaczono literą „z”. Najpierw wprowadzamy warunek początkowy (wektor)
2) Funkcja D określa pierwsze pochodne równania
3) Rozwiązanie obliczone jest w przedziale czasu (0,...,1.5) sekundy w 1000 krokach i jest zapisane w macierzy W

Obliczenia symboliczne

Rozwiązać symbolicznie równanie kwadratowe

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$

⬇

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[-b + \left(b^2 - 4 \cdot a \cdot c\right)^{\frac{1}{2}}\right] \\ \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[-b - \left(b^2 - 4 \cdot a \cdot c\right)^{\frac{1}{2}}\right] \end{bmatrix}$$

1) Wprowadzamy równanie (ze znakiem równości Ctrl+=, lub bez) i zaznaczamy zmienną
2) Z menu „Symbolics” wybieramy: Variable – Solve

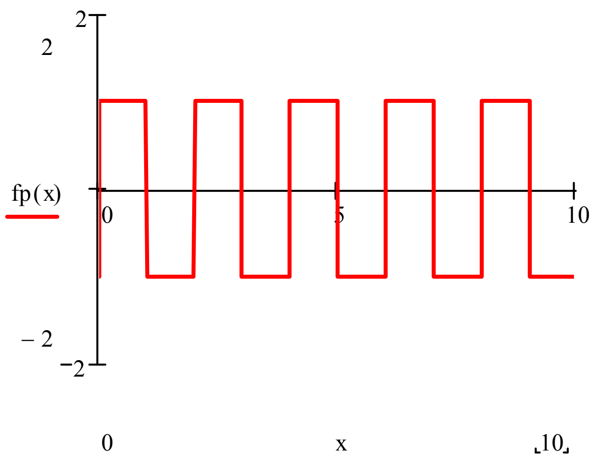
Odwrócić symbolicznie macierz $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$	
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1}$ ⬇ $\begin{pmatrix} \frac{d}{a \cdot d - b \cdot c} & \frac{-b}{a \cdot d - b \cdot c} \\ \frac{-c}{a \cdot d - b \cdot c} & \frac{a}{a \cdot d - b \cdot c} \end{pmatrix}$	1) Wpisujemy macierz z symbolem odwracania i zaznaczamy ją 2) Z palety „Symbolics” wybieramy: Evaluate – Symbolically Inny sposób: 1) Wpisujemy macierz z symbolem odwracania i zaznaczamy ją 2) Naciskamy klawisze Ctrl+. (kropka), naciskamy ENTER

Różniczkowanie funkcji $\frac{d}{dx}\left(x^3 \sin(x)\right)$	
$\frac{d}{dx}\left(x^3 \cdot \sin(x)\right) \rightarrow 3 \cdot x^2 \cdot \sin(x) + x^3 \cdot \cos(x)$	**Ctrl** + **.** <ENTER>

Całkowanie funkcji	
Całka oznaczona: $\int_1^c x^3 \, dx \rightarrow \frac{1}{4} \cdot c^4 - \frac{1}{4}$ Całka nieoznaczona: $\int b \cdot x^2 \, dx \rightarrow \frac{1}{3} \cdot b \cdot x^3$	**Ctrl** + **.**(kropka) <ENTER>

Wzory trygonometryczne	
Rozwinąć wzór trygonometryczny $\sin(\alpha + \beta)$: $\sin(a + b) \text{ expand}, a \rightarrow \sin(a) \cdot \cos(b) + \cos(a) \cdot \sin(b)$	1) Po napisaniu wzoru, wybieramy z palety „Symbolics” „expand”, wpisujemy w wyświetlonym polu „a” i naciskamy ENTER

Przekształcenie Laplace'a	
Wyznaczyć transformatę Laplace'a funkcji $\frac{1}{z}\cdot\left(1-e^{-z\cdot t}\right)$ $\frac{1}{z}\cdot\left(1-e^{-z\cdot t}\right) \text{ laplace}, t \rightarrow \frac{1}{z}\cdot\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+z}\right)$ $\frac{1}{z}\cdot\left(1-e^{-z\cdot t}\right) \text{ laplace}, t \rightarrow \frac{1}{z}\cdot\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+z}\right) \text{ simplify} \rightarrow \frac{1}{s\cdot(s+z)}$	1) Po wpisaniu funkcji, z palety **Symbolic** wybieramy l**aplace** i w wyświetlonej komórce wpisujemy zmienną **t**. Naciskamy ENTER 2) Można teraz zaznaczyć wynikowe wyrażenie i wybrać z palety **simplify**. Nacisnąć ENTER. Wynik zostanie uproszczony.
Wyznaczyć odwrotną transformatę Laplace'a wyrażenia operatorowego $\frac{1}{s(s+z)}$ $\frac{1}{s\cdot(s+z)} \text{ invlaplace}, s \rightarrow \frac{1}{z}-\frac{1}{z}\cdot e^{-z\cdot t}$	1) Po wpisaniu wyrażenia operatorowego, z palety **Symbolic** wybieramy **invlaplace** i w wyświetlonej komórce wpisujemy zmienną **s**. Naciskamy ENTER

Elementy programowania	
Zdefiniowanie funkcji o przebiegu prostokątnym $fp(x) := \begin{cases} 1 & \text{if } mod(ceil(x),2) = 1 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$	
	1) Wpisujemy fp(x):= 2) z palety „Programming" wybieramy „Add line" 3) w pierwszej komórce wpisujemy 1 4) z palety „Programming" wybieramy „if" 5) wpisujemy mod(ceil(x),2)=1 6) w drugiej komórce wpisujemy -1 7) z palety „Programming" wybieramy „otherwise" Funkcja ceil(x) zwraca najbliższą liczbę całkowitą ≥ x. Funkcja mod(x,y) zwraca resztę z dzielenia całkowitego x/y.

Pętla **for** $pfor := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..3 \\ \quad a \leftarrow a + i \\ a \end{array} \right.$	Zostaną powtórzone działania określone wewnątrz pętli **for** dla kolejnych wartości **i**: 0, 1, 2, 3.

Pętla **while** $silnia(n) := \left\| \begin{array}{l} f \leftarrow 1 \\ \text{while } n \leftarrow n - 1 \\ \quad f \leftarrow f \cdot (n + 1) \\ f \end{array} \right.$ $silnia(5) = 120$	Zastosowanie pętli **while** do zdefiniowania funkcji do obliczania silni.