

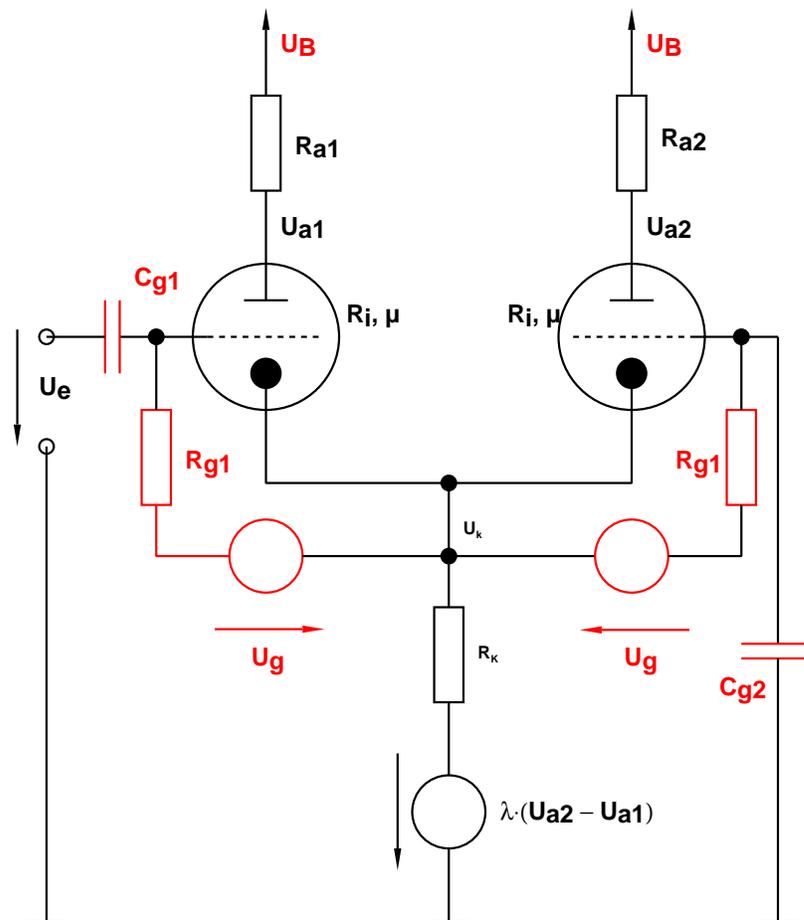
# Trioden - Differenzverstärkerschaltung mit Signalkückführung in die Kathodenleitung

## Einleitung

Es war die Fragestellung aufgetaucht, ob eine Rückführung eines Teils des Ausgangssignals einer Verstärkerstufe auf die Summenleitung in der Kathode eines Eingangsdifferenzverstärkers als Mitkopplung zu betrachten ist oder nicht. In der folgenden Ausarbeitung werden zunächst die theoretischen Zusammenhänge abgeleitet. Daran anschließend folgt eine Diskussion der gefundenen Formelzusammenhänge, anhand derer die Abhängigkeiten trotz ihrer Komplexität gut visualisiert werden können.

## Grundlagen

Eine Differenzverstärkerstufe ist aus zwei gesteuerten Quellen mit einem gemeinsamen Kathoden (Emitter-, Source-) Widerstand aufgebaut. Die Anordnung zeigt **Fig. 1**.



**Fig. 1:** Struktur der im folgenden betrachteten Differenzverstärkerstufe. Rot eingefärbte Komponenten werden vorausgesetzt, ihre Dimensionierung so angenommen, dass Rückwirkungen auf die Schaltung vernachlässigbar sind.

Alle Parameter wie Gittervorspannung, Entkoppelkondensatoren, Ruhestrom usw. werden für die folgende Analyse in erster Näherung vernachlässigt, d. h. geeignet dimensioniert vorausgesetzt, dass sie ohne merkliche Rückwirkungen auf die zu untersuchenden Eigenschaften sind.

Die Signalarückführung auf die Kathode wird dadurch verwirklicht, dass die Differenz der Spannungen an den Anoden der beiden Trioden mit einem Faktor  $\lambda$  gewichtet als Spannungsquelle in der gemeinsamen Kathodenleitung wirksam wird. Begründet werden kann diese Vorgehensweise mit dem Sachverhalt, dass hinter dem Differenzverstärker zwei Endröhren arbeiten. Aus der Differenz der beiden Anodenströme entsteht nach dem Ausgangsübertrager die Ausgangsspannung, dieses Signal wird geeignet zurückgeführt, das ist hier durch die in **Fig. 1** gezeigte Spannungsquelle in der gemeinsamen Kathodenleitung nachgebildet.

Es sind zwei Maschengleichungen erforderlich, um die Anordnung gemäß **Fig. 1** vollständig zu beschreiben. Diese sind **Gl. (1)** und **Gl. (2)**

$$i_1(R_{a1} + R_i) - s R_i(U_e - U_k) + R_k(i_1 + i_2) + \lambda(U_{a2} - U_{a1}) = 0 \quad (1)$$

und

$$i_2(R_{a2} + R_i) + s R_i U_k + R_k(i_1 + i_2) + \lambda(U_{a2} - U_{a1}) = 0 \quad (2)$$

weiterhin gilt **Gl. (3)**

$$U_k = R_k(i_1 + i_2) + \lambda(U_{a2} - U_{a1}) \quad (3)$$

sowie die Randbedingungen gemäß **Gl. (4)**

$$i_1 = -\frac{U_1}{R_{a1}}, i_2 = -\frac{U_2}{R_{a2}}, s R_i = \mu \quad (4)$$

Einsetzen von **Gl. (3)** und **Gl. (4)** in **Gl. (1)** führt auf **Gl. (5)**

$$i_1(R_{a1} + R_i) - \mu U_e + (1 + \mu)(R_k(i_1 + i_2) + \lambda(U_{a2} - U_{a1})) = 0 \quad (5)$$

bzw. **Gl. (3)** und **Gl. (4)** in **Gl. (2)** auf **Gl. (6)**

$$i_2(R_{a2} + R_i) + (1 + \mu)(R_k(i_1 + i_2) + \lambda(U_{a2} - U_{a1})) = 0 \quad (6)$$

Weiterhin Ersetzen von  $i_1$  und  $i_2$  resultiert in

$$U_{a1} \left( 1 + \frac{R_i}{R_{a1}} + (1 + \mu) \left( \frac{R_k}{R_{a1}} + \lambda \right) \right) + U_{a2} (\mu + 1) \left( \frac{R_k}{R_{a2}} - \lambda \right) = -\mu U_e \quad (7)$$

bzw. **Gl. (8)**

$$U_{a1} (1 + \mu) \left( \frac{R_k}{R_{a1}} + \lambda \right) + U_{a2} \left( 1 + \frac{R_i}{R_{a2}} + (1 + \mu) \left( \frac{R_k}{R_{a2}} - \lambda \right) \right) = 0 \quad (8)$$

**Gl. (8)** nach  $U_2$  umgestellt

$$U_{a2} = -U_{a1} \frac{(1 + \mu) \left( \frac{R_k}{R_{a1}} + \lambda \right)}{\left( 1 + \frac{R_i}{R_{a2}} + (1 + \mu) \left( \frac{R_k}{R_{a2}} - \lambda \right) \right)} \quad (9)$$

Nun **Gl. (9)** in **Gl. (7)** eingesetzt und umgestellt

$$\frac{U_{a1}}{U_e} = \frac{-\mu R_{a1}}{R_{a1} + R_i + (1 + \mu)R_k \left(1 + \lambda \frac{R_{a1}}{R_k}\right) \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{R_{a2} + R_i}{(1 + \mu)R_k \left(1 - \lambda \frac{R_{a2}}{R_k}\right)}}\right)} \quad (10)$$

im nächsten Schritt wird **Gl. (8)** nach  $U_1$  umgestellt, das führt auf **Gl. (11)**

$$U_{a1} = -U_{a2} \frac{\left(1 + \frac{R_i}{R_{a2}} + (1 + \mu) \left(\frac{R_k}{R_{a2}} - \lambda\right)\right)}{(1 + \mu) \left(\frac{R_k}{R_{a1}} + \lambda\right)} \quad (11)$$

Setzt man jetzt **Gl. (11)** in **Gl. (7)** ein und stellt um, so resultiert **Gl. (12)**

$$\frac{U_{a2}}{U_e} = \frac{\mu R_{a2}}{R_{a2} + R_i + (1 + \mu)R_k \left(1 - \lambda \frac{R_{a2}}{R_k}\right) \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{R_{a1} + R_i}{(1 + \mu)R_k \left(1 + \lambda \frac{R_{a1}}{R_k}\right)}}\right)} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_{a1} + R_i}{(1 + \mu)R_k \left(1 + \lambda \frac{R_{a1}}{R_k}\right)}\right)} \quad (12)$$

Damit sind die Zusammenhänge zwischen Eingangsspannung und Ausgangsspannung unter den gemachten Voraussetzungen beschrieben. In einem ersten Schritt wird nun die grundlegende Wirkungsweise der Schaltung analysiert, daran anschließend erst der Einfluß der vom Ausgang rückgekoppelten Spannung betrachtet.

## Vereinfachungen

In einem ersten Ansatz werden zwei vereinfachende Annahmen getroffen und untersucht:

- die Rückkopplung von der Anode der zweiten Röhre wird zu 0 angenommen ( $\lambda = 0$ ),
- die Arbeitswiderstände  $R_{a1}$  und  $R_{a2}$  werden zunächst als identisch angenommen und mit  $R_a$  bezeichnet

Mit diesen Vorgaben resultieren aus **Gl. (10)** und **Gl. (12)** die Gleichungen **Gl. (13)** und **Gl. (14)**

$$\frac{U_{a1}}{U_e} = \frac{-\mu R_a}{R_a + R_i + (1 + \mu)R_k \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{R_a + R_i}{(1 + \mu)R_k}}\right)} \quad (13)$$

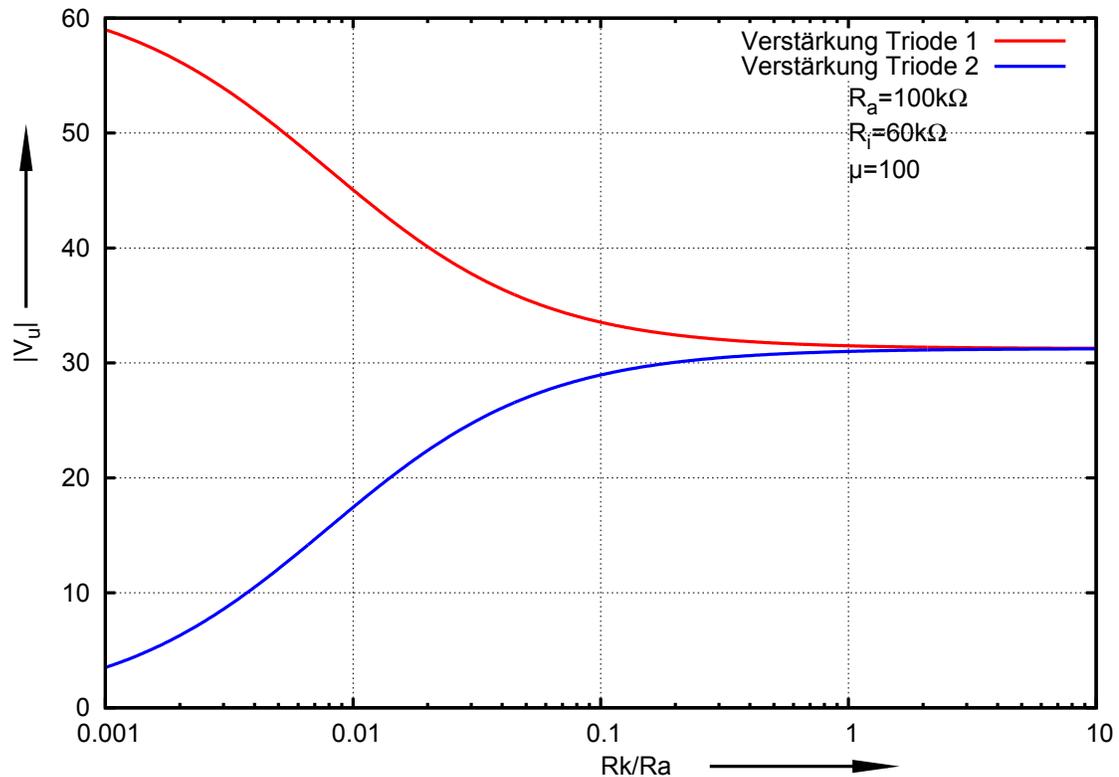
$$\frac{U_{a2}}{U_e} = \frac{\mu R_a}{R_a + R_i + (1 + \mu)R_k \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{R_a + R_i}{(1 + \mu)R_k}}\right)} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_a + R_i}{(\mu + 1)R_k}\right)} \quad (14)$$

Abgesehen von dem negativen Vorzeichen bei **Gl. (13)** und dem zusätzlichen Faktor  $\frac{1}{\left(1 + \frac{R_a + R_i}{(\mu + 1)R_k}\right)}$

bei **Gl. (14)** stimmen beide Ausdrücke miteinander überein.

Darüber hinaus beinhalten beide Gleichungen die Grundgleichung für die Verstärkung einer Triode mit Kathodenwiderstand - allerdings mit einem zusätzlichen Faktor an dem Term mit dem Kathodenwiderstand im Nenner.

Die resultierenden Verstärkungen als Funktion von  $R_K$  bei festem  $R_a$  und  $R_i$  zeigt Fig. 2



**Fig. 2:** Verstärkung der Differenzverstärkerstufe als Funktion des Verhältnisses von  $R_a/R_k$ .

Fig. 2 zeigt, dass für kleine Verhältnisse  $R_k/R_a$  die Symmetrie der Anordnung schlecht ist. Triode 1 (die durch  $U_e$  gesteuerte Triode) zeigt die bekannte Verstärkung einer einzelnen Triode (sie geht im vorliegenden Beispiel gegen 62.5 für  $\frac{R_k}{R_a} \rightarrow 0$  gegen  $\infty$ ), die über den Kathodenwiderstand angekoppelte Triode 2 hat zunächst eine sehr geringe Verstärkung, die erst allmählich mit wachsendem Verhältnis  $R_k/R_a$  größer wird.

Die Symmetrie verbessert sich, die Verstärkung jeder Einzelstufe fällt auf den (erwarteten) Wert von der Hälfte der Verstärkung einer Einzelstufe ohne Gegenkopplung über den Kathodenwiderstand. Es lässt sich zeigen, dass Gl. (13) für  $R_k \rightarrow \infty$  gegen den Ausdruck

$$\frac{U_{a1}}{U_e} = \frac{-\mu R_a}{2(R_a + R_i)} \quad (15)$$

konvergiert.

Eine brauchbare Symmetrie des Differenzverstärkers ergibt sich bei einem Verhältnis von  $R_k/R_a = 0.2$ . Gut wird die sie für  $R_k/R_a \geq 1$ . Dies ist der Grund, warum in transistorisierten Differenzverstärkerstufen immer Stromquellen in der gekoppelten Source- oder Emitterleitung zum Einsatz kommen, weil nur dadurch eine hohe Symmetrie (und eine gute Gleichtaktunterdrückung) erreichbar ist. Die Betriebsspannung der Verstärkerstufe ist in diesem Fall geeignet anzuheben, um den zusätzlichen Spannungsabfall am Kathodenwiderstand zu kompensieren.

Im vorliegenden Beispiel beträgt das Verhältnis  $R_k/R_a$  etwa 0.012, dementsprechend ist die Asymmetrie sehr groß.

Für sehr große  $R_k$  (bzw. beim Einsatz einer Stromquelle in der gemeinsamen Kathodenleitung) kann ein extrem klirrarmer Verstärker realisiert werden. Durch die starke Kopplung in der Kathode kommen völlig symmetrischen Stromverläufen in beiden Trioden zustande. Gradzahlige Verzerrungen können dann prinzipbedingt gar nicht mehr auftreten. Streuungen zwischen den Trioden wirken sich ebenfalls nicht auf das Ausgangssignal aus.

## Untersuchung der Rückkopplung in der Kathodenleitung

Gl. (10) und Gl. (12) schließen die Rückkopplung auf die gemeinsame Kathodenleitung mit ein, wie es in der diskutierten Differenzverstärkerschaltung (Fig. 1) erkennbar ist. Die Symmetrie der Terme ist gegenüber den Vereinfachungen in Gl. (13) und Gl. (14) verändert. Mit dem eingeführten Rückkoppelkoeffizienten  $\lambda$  (der bestimmt, wie viel der Differenz der Ausgangsspannung der beiden Stufen auf die gemeinsame Kathodenleitung rückgeführt wird) weisen beide Gleichungen unterschiedliche Vorzeichen bei den Zusatzfaktoren auf. Die berechnete Auswirkung von  $\lambda$  auf die Verstärkung beider Stufen für die Ursprungsschaltung mit  $1.2\text{k}\Omega$  Kathodenwiderstand zeigt Fig. 3.

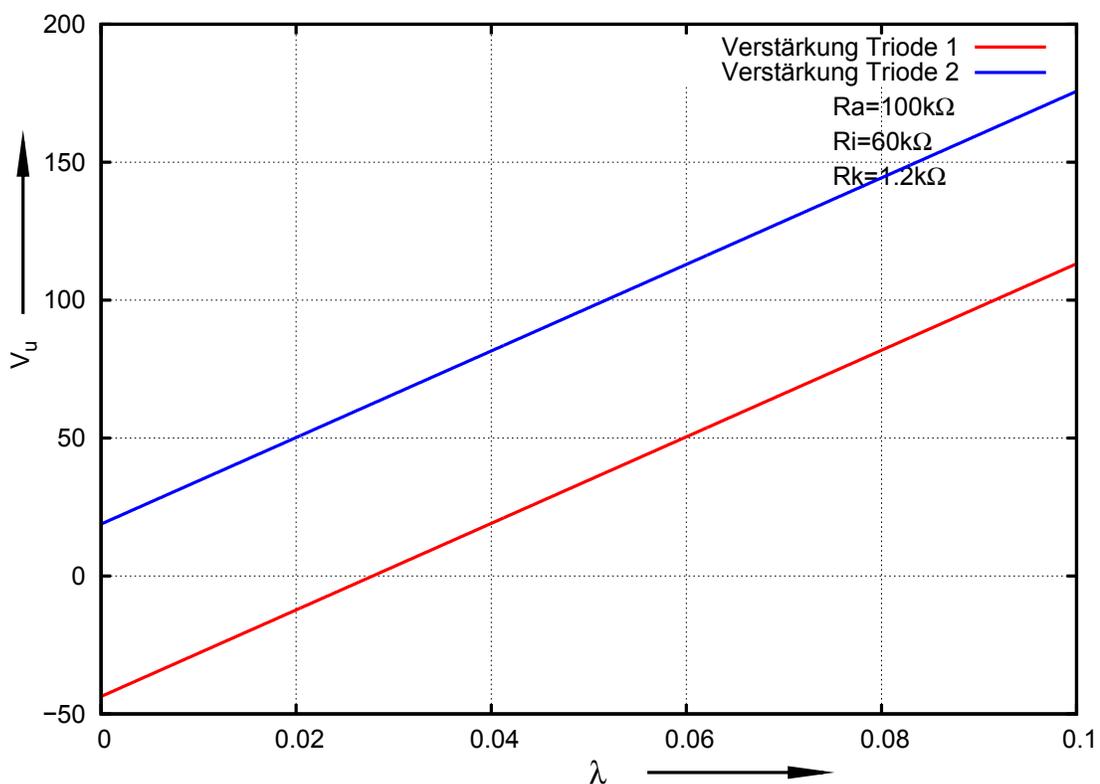


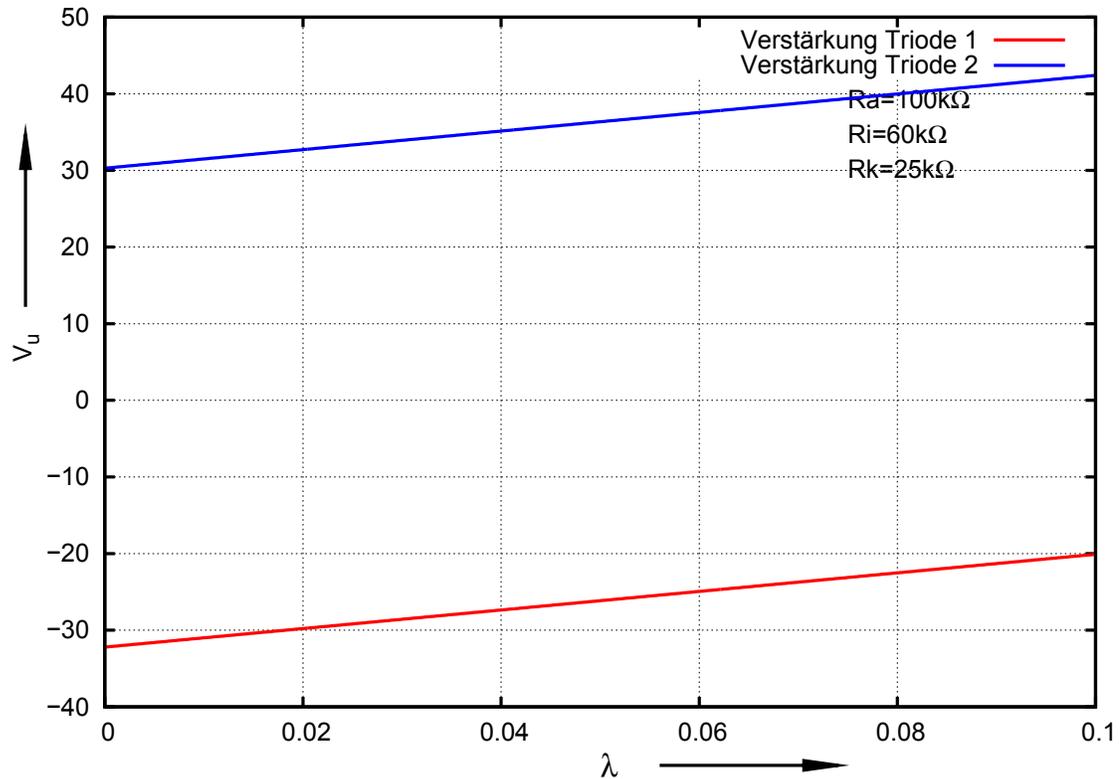
Fig. 3: Verstärkung der Differenzverstärkerstufe als Funktion von  $\lambda$  für  $R_a/R_k = 0.012$ .

Es ist erkennbar, dass eine Vorzeichenumkehr für die Verstärkung der Triode 1 bei bestimmten Faktoren  $\lambda$  zustande kommt. Zugleich wird die Verstärkung der Triode 2 sehr groß (sie

wächst proportional zu  $\lambda$ ), hier liegt tatsächlich eine Mitkopplung vor. Simuliert man die Anordnung, so kommt es zur Oszillation, sobald man versucht,  $\lambda$  so groß zu machen, dass die Vorzeichenumkehr bei der Verstärkung von Triode 1 erreicht wird.

Im Intervall  $0 \leq \lambda \leq 0.02$  gibt es einen Punkt, an dem die Verstärkung beider Trioden betragsmäßig gleich groß wird. Auch das deckt sich mit den Erfahrungen bei der Untersuchung der Schaltungsanordnung durch Simulation.

Im Beispiel ist die Kopplung der beiden Verstärkerstufen gering, das Verhältnis  $R_a/R_k$  ist zu 0.012 angenommen. Modifiziert man das Verhältnis auf einen Wert, der für einen Differenzverstärker als sinnvoll anzusehen ist, weil erst dann eine brauchbare Symmetrie erzielt wird, so resultiert der Verlauf, wie er in Fig. 4 gezeigt ist.



**Fig. 4:** Verstärkung der Differenzverstärkerstufe als Funktion von  $\lambda$  für  $R_a/R_k = 0.25$ .

Die Steilheit der Verstärkungsänderung als Funktion von  $\lambda$  fällt erheblich ab (man beachte die unterschiedliche Skalierung der y-Achse in Fig. 3 bzw. Fig. 4). Weiteres Vergrößern von  $R_a/R_k$  führt zu einem noch flacheren Verlauf, bis die Einkopplung des Signales für sehr große  $\frac{R_k}{R_a}$  keinen Einfluß mehr auf die Verstärkung der Anordnung hat.

Ebenso ist erkennbar, dass kaum gegenkoppelnde Wirkung erkennbar ist, die Verstärkung von Triode 2 steigt im gleichen Maße, wie die Verstärkung von Triode 1 abfällt.

## Zusammenfassung

Um die Auswirkung einer Rückführung des Ausgangssignals einer Differenzverstärkerstufe in die Summenleitung der Kathoden zu untersuchen, wurde die Stufe unter Einführung eines Rückführungskoeffizienten  $\lambda$  durchgerechnet. Es zeigt sich, dass für kleine gemeinsame  $R_k$  die Rückführung tatsächlich zu einer Mitkopplung in dem Sinne werden kann, dass der Verstärker schwingt. Je größer der gemeinsame Kathodenwiderstand ist, desto geringer wird dieser Einfluß, bis er für sehr große Kathodenwiderstände schließlich völlig verschwindet.

Für die Anwendung in einem Verstärker ist die Art der Rückkopplung ungeeignet. Aufgrund der sehr geringen Gegenkopplung und der schlechten Symmetrie und Klirrunterdrückung sollten entweder konventionelle Phasenumkehrstufen zum Einsatz kommen oder der Differenzverstärker durch die Verwendung eines hinreichend großen Widerstands  $R_k$  und durch Gegenkopplung auf das Gitter von Triode 2 sinnvoll beschaltet werden.