

15) אלו מעוצות F ו $A \in M_{n \times n}(F)$

ניתן לכתוב באופן יחיד $A = B + C$

כאשר B מתכנסה (סימטרית)

C מתכנסה (אנטי סימטרית)

נעזר ב 2 נוסחאות:

(א) $A + A^t = \text{סימטרית}$

(ב) $A - A^t = \text{אנטי סימטרית}$

שים לב: $A = \frac{1}{2}(A + A^t) + \frac{1}{2}(A - A^t)$

($\frac{A + A^t}{2} + \frac{A - A^t}{2} = \frac{A}{2} + \frac{A^t}{2} + \frac{A}{2} - \frac{A^t}{2} = A$)

אם כן $B = \frac{1}{2}(A + A^t)$, $C = \frac{1}{2}(A - A^t)$

נראה כי זהו פתרון יחיד, וזוהי תוצאה של פירוק

$A = B + C$ יחידות

$A = B' + C'$

כאשר B, B' סימטריות ו C, C' אנטי סימטריות.

$B + C = B' + C'$

$(B - B') = (C' - C)$

אנטי-סימטרית

אם כן קיבלנו קבוצת פתרונות סימטרית וקבוצת

מתכנסה אנטי סימטרית ופירוק ביניהם (המתכנסה היחידה

שהיא גם סימטרית וגם אנטי סימטרית היא מתכנסה

האם וכן $B = B'$

$C = C'$

זוהי הפירוק היחיד של A לפי

נוסחה: $1) A + A^t = \text{סימטרית}$

$(A + A^t)^t = A^t + (A^t)^t = A^t + A$

$2) A - A^t = \text{אנטי סימטרית}$

$(A - A^t)^t = A^t - (A^t)^t = A^t - A = -(A - A^t)$

16 הנ"ל R_i^A היא הורה R_i^A ו- i הוא

$$AB = \begin{pmatrix} R_1^A B \\ R_2^A B \\ \vdots \\ R_m^A B \end{pmatrix}$$

יש A $n \times m$ $A \in M_{m \times n}(F)$

$$A = \begin{pmatrix} R_1^A \\ R_2^A \\ \vdots \\ R_m^A \end{pmatrix}$$

הורה R_i^A היא הורה R_i^A ו- i הוא i, j $D = (d_{ij})$

$$d_{ij} = (R_i^A B)_j = (a_{i1} \dots a_{in}) \begin{pmatrix} b_{1j} \\ \vdots \\ b_{nj} \end{pmatrix}$$

$R_i^A B$ היא הורה $R_i^A B$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj} \\ \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj} \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj} = (AB)_{ij}$$

יב קיבלו

$$B^{n+1} = \begin{bmatrix} 1 & n+1 & 1/2 \left[(n+1)^2 - (n+1) \right] \\ 0 & 1 & n+1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

סין הצבר נכח
ם כל ה אק
כלומר כל
מתקיימת כי

$$B^n = \begin{bmatrix} 1 & n & \frac{1}{2}(n^2 - n) \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = A$$

8/ (א) A, B (נ) ויקראו: ויקראו: ויקראו:

$$B \quad A = B$$

$$B^2 = B, \quad A^2 = A, \quad S_3$$

$$A^2 = A \cdot A = AB \cdot A = A \cdot (BA) = AB = A$$

$$A^2 = A \quad \text{and } AB = 0$$

$$B^2 = B \cdot B = BA \cdot B = B(AB) = B \cdot A = B$$

$$B^2 = B$$

$n=2$ קטן ו'סל $A, B \in M_{n \times n}(F)$ ית' (ג)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = A \Rightarrow AB = A$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = B \quad BA = B$$

2039