

Chapitre 3 :

Entreprise et coût des facteurs de production : approche primale.

→ **Chapitre précédent : poser et définir les grandes notions au cœur de la stratégie technique de production.**

→ Maintenant : **étude du comportement de l'entreprise.**

→ **Analyse des décisions de la firme** : détermination de.

→ Quantité produite.

→ Choix des modalités : atteindre ce niveau de production.

→ **Problème de l'entrepreneur rationnel** : répondre à ces deux questions.

→ **Combien produire ?**

→ **Comment produire ?**

→ **Première hypothèse.**

→ **Objectif de l'entrepreneur rationnel : maximisation de son profit.**

→ **Profit** : se définit comme la différence entre la recette totale et le coût total.

→ $\pi = RT - CT.$

→ **Recette totale** : produit de la quantité vendue par le prix de vente.

→ $RT = p \cdot y.$

→ **Coût total** : se définit comme un coût variable et un coût fixe.

→ **Coût variable** : dépend de la quantité vendue.

→ $CV(y).$

→ **Coût fixe** : indépendant de la quantité vendue.

→ $CF.$

→ $\pi = p \cdot y - [CV(y) + CF].$

→ **Hypothèse.**

→ **Secteur privé** : très réaliste.

→ **Secteur public** : discutable.

→ Entreprise publique : trois objectifs.

→ **Efficiences.**

→ **Équilibre budgétaire.**

→ Égaliser les recettes et coûts à la fin de l'exercice.

→ **Équité.**

→ Maximisation : bien-être social.

→ Perspective : intérêt général.

→ **Deuxième hypothèse : plus restrictive que la première.**

→ **Double condition.**

→ **Condition sur les prix.**

→ Entreprise : considère le prix de facteurs de production comme une donnée.

→ Aucune influence sur ses facteurs.

→ Prix de vente des produits.

→ Déterminé sur le marché : donnée.

→ **Condition sur la quantité.**

→ Entreprise.

→ Peut acquérir la quantité de facteur dont elle a besoin.

→ Vend la quantité de bien qu'elle produit.

→ **Concurrence pure et parfaite : cadre conceptuel théorique.**

→ Cadre de référence : par rapport aux autres situations de marché.

I _ Objectif de l'entreprise rationnelle.

→ **Objectif de l'entreprise.**

→ **Choisir.**

→ **Combinaison** de facteurs de production.

→ **Volume** de production.

→ **Pour.**

→ **Maximiser** son profit en considérant les prix donnés.

→ **Facteur de production : coût.**

→ **Produit : quantité du facteur utilisée par son prix.**

→ **Facteurs variables.**

→ Prix : p_1, p_2, \dots, p_m .

→ Quantité : z_1, z_2, \dots, z_m .

→ **Facteurs fixes.**

→ Prix : p_{m+1}, \dots, p_{m+l} .

→ Quantité : z_{m+1}, \dots, z_{m+l} .

→ $\pi = p \cdot y - [p_1 z_1 + p_2 z_2 + \dots + p_m z_m] - [p_{m+1} z_{m+1} + p_{m+2} z_{m+2} + \dots + p_{m+l} z_{m+l}]$.

→ **Court terme : différence entre facteurs fixes et variables.**

→ **Long terme : tous les facteurs deviennent variables.**

→ **n : quantité de facteurs utilisés par l'entreprise.**

→ **Si $n = m$:** tous les facteurs sont variables.

→ $\pi = p \cdot y - [p_1 z_1 + p_2 z_2 + \dots + p_n z_n]$.

→ **Si non :** distinction facteurs fixes et variables.

→ **Objectif du producteur : maximiser son profit.**

→ Maximisation : contrainte par le volume de production.

→ Deux programmes d'optimisation différents.

→ **Programme de maximisation de la production : sous contrainte du coût des facteurs.**

→ **Max $f(y)$.**

→ **S/c CT.**

→ **Programme de minimisation du coût : sous contrainte d'un niveau de production y fixé.**

→ **Min CT.**

→ **S/c y^b .**

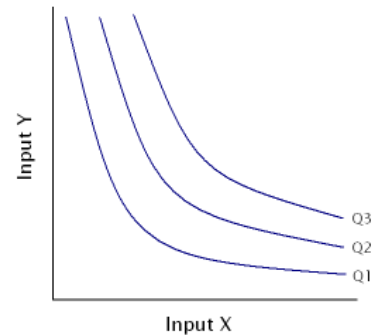
1 _ Choix des technologies et demande des facteurs de production.

- **Volume de production : donnée à priori fixé à $y = y^b$.**
 - **Max π** : choisir une combinaison de facteur de production.
 - Permettant de minimiser les coûts de la production.
 - **Programme de production.**
 - $\text{Min } p_1 z_1 + p_2 z_2 + \dots + p_n z_n$.
 - $S/c \ y^b = f(z_1, z_2, \dots, z_n)$.

a _ Résolution géométrique : graphique.

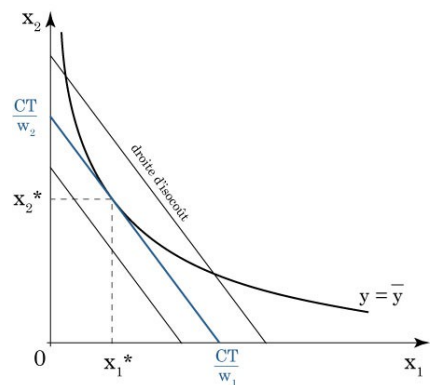
- **Facteurs de production : K et L.**
 - **Prix du facteur capital : r (rate).**
 - **Prix du facteur travail : w (wage).**

- **Programme.**
 - $\text{Min CT} = wL + rK$.
 - $S/c \ y^b = f(K, L)$.



- **Ensemble des vecteurs de facteurs de production K et L que l'entreprise peut choisir.**
 - **Doit vérifier la contrainte : $y = y^d$.**
 - Combinaison des facteurs de production : dépend du coût.
 - Quantité de facteurs affectée de leurs prix.

- **Définition : droite d'iso-coûts.**
 - **Représentation dans le plan (L,K) des coûts de production.**
 - $L = -(r/w)K + CT/w$.
 - Coefficient directeur : $-(r/w)$.
 - Ordonnée à l'origine : CT/w .
 - Abscisse à l'origine : CT/r .



- **Chaque niveau de coûts : une droite d'iso-coûts.**
 - **Choix optimal du producteur : point de tangence** entre.
 - Courbe d'isoquante considérée.
 - Droite d'iso-coûts la plus faible possible.

- **Pente de l'isoquante en un point : égale au TMST.**
 - $\text{TMST} = PmL / PmK = |-r/w|$.
 - r : prix du capital.
 - w : prix du travail.

- **Rapport des prix des facteurs de production : augmentation.**
 - **Rapport r/w : augmentation.**
 - r/w : coefficient directeur de la droite d'iso-coûts.
 - Pente : augmentation.

- **Substitution des facteurs de production.**
 - r augmente et w stable : diminution de la quantité demandée de capital.
 - w diminue et r stable : augmentation de la quantité demandée de travail.

b _ Raisonnement analytique.

→ Cas général : n facteurs.

→ Programme d'optimisation : maximisation du profit.

$$\rightarrow \text{Min CT} = p_1 z_1 + p_2 z_2 + \dots + p_n z_n.$$

$$\rightarrow \text{S/c } y^b = f(z_1, z_2, \dots, z_n).$$

→ Résolution : fonction de Lagrange.

→ Intègre la fonction objectif et sa contrainte qui va être pondérée par le multiplicateur de Lagrange : λ .

→ $\mathcal{L} = f(\text{objectif}) + \lambda[\text{contrainte}]$.

$$\rightarrow \mathcal{L} = [p_1 z_1 + p_2 z_2 + \dots + p_n z_n] + \lambda[y^b - f(z_1, z_2, \dots, z_n)].$$

→ Combinaison optimale des facteurs de production : deux conditions.

→ Dérivées partielles premières : nulles en même temps.

$$\rightarrow \partial \mathcal{L} / \partial z_h = 0 \quad \forall h = 1, 2, \dots, n.$$

→ Dérivées secondes : positives (car minimum à trouver).

$$\rightarrow \partial^2 \mathcal{L} / \partial z_h^2 > 0.$$

→ $(\partial f / \partial z_1) / p_1 = (\partial f / \partial z_2) / p_2 = \dots = (\partial f / \partial z_n) / p_n$.

$$\rightarrow \text{Car : } p_h - \lambda(\partial f / \partial z_h) = 0.$$

→ Rapports des productivités marginales sur leurs prix : égaux.

$$\rightarrow \partial f / \partial z_h = P m_{z_h}.$$

→ Pour deux facteurs quelconques : h et k.

$$\rightarrow (\partial f / \partial z_h) / (\partial f / \partial z_k) = p_h / p_k.$$

→ Rapport des productivités marginales des facteurs z_h et z_k : égal au rapport de leurs prix.

→ Exemple : fonction de production à deux facteurs (K,L).

$$\rightarrow y = A.K^\alpha.L^\beta \text{ avec : } A > 0, \alpha \in]0,1[, \beta \in]0,1[.$$

→ Niveau de production souhaité : y^b .

→ Prix des facteurs : r et w.

→ Quel sera la programme permettant au producteur de maximiser son profit ?

→ Niveau de production constaté : y^b .

→ Programme permettant au producteur de maximiser son profit.

$$\rightarrow \text{Min CT} = rK + wL.$$

$$\rightarrow \text{S/c } y^b = A.K^\alpha.L^\beta.$$

→ Programme : peut être résolu par une fonction de Lagrange.

→ Permet d'intégrer la fonction objectif et sa contrainte par le multiplicateur de Lagrange noté λ .

$$\rightarrow \mathcal{L} = [rK + wL] + \lambda[y^b - A.K^\alpha.L^\beta].$$

→ Minimisation : deux conditions.

→ Dérivées partielles : nulles en même temps.

→ Dérivées secondes : positives.

$$\rightarrow \partial \mathcal{L} / \partial K = 0.$$

$$\rightarrow \partial \mathcal{L} / \partial K = r - \lambda.A.\alpha K^{\alpha-1}.L^\beta = 0.$$

$$\rightarrow \partial \mathcal{L} / \partial L = 0.$$

$$\rightarrow \partial \mathcal{L} / \partial L = w - \lambda.A.\beta K^\alpha.L^{\beta-1} = 0.$$

$$\rightarrow \partial \mathcal{L} / \partial \lambda = 0.$$

$$\rightarrow \partial \mathcal{L} / \partial \lambda = y^b - A.K^\alpha.L^\beta = 0.$$

→ Conditions économiques de l'optimum (CEO).

$$\rightarrow (\partial \mathcal{L} / \partial K) / (\partial \mathcal{L} / \partial L) = r/w.$$

$$\rightarrow r/w = \alpha L / \beta K.$$

→ Demande des facteurs.

$$\rightarrow L = [(y^b/A).(r\beta/w\alpha)^{\alpha-1}]^{1/(\alpha+\beta)}.$$

$$\rightarrow K = [(y^b/A).(w\alpha/r\beta)^{\beta-1}]^{1/(\alpha+\beta)}.$$

II _ Fonctions de coûts.

1 _ Coût total, coût variable et coût fixe.

→ Court terme : distinction coûts fixes et coûts variables.

→ CF : dépenses engendrées par le producteur.

→ Indépendant des quantités produites.

→ CV : dépendant uniquement de la quantité produite.

→ $CT = CF + CV(q)$.

a _ Coût marginal et coût moyen.

→ Définition : coût marginal.

→ Supplément de coût de production engendré par la production d'une unité supplémentaire de bien et service.

$$\rightarrow Cm(q) = \frac{\partial CT}{\partial q}$$

→ Long terme : tous les facteurs deviennent variables.

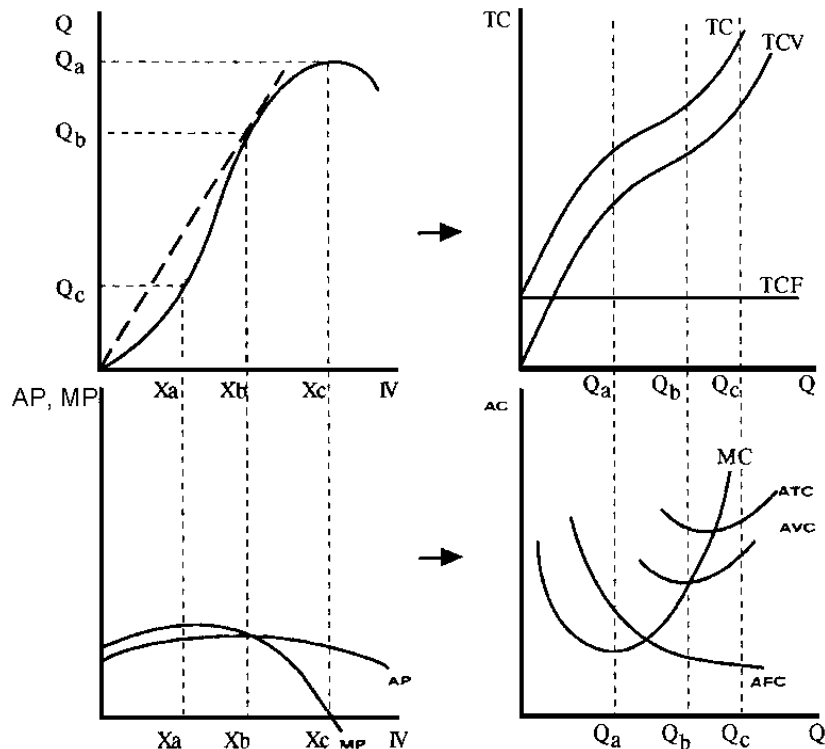
→ Définition : coût moyen ou unitaire.

→ Coût total par unité produite.

$$\rightarrow CM(q) = \frac{CT(q)}{q} = \frac{CF}{q} + \frac{CV(q)}{q} = \bar{CF} + \bar{CV}$$

→ Représentation graphique : différentes notions de coût.

→ A long terme : $CM(q) = CMV(q)$



b _ Liens entre les coûts de court et long terme.

→ **Fonction : coût moyen de long terme.**

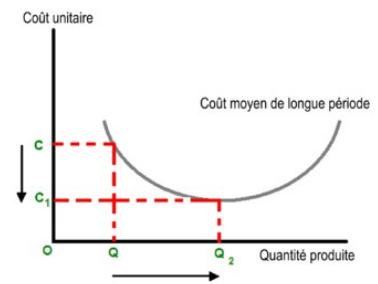
→ **Phase décroissante : économies d'échelle.**

→ Augmentation de la production : réduit le coût unitaire de la production.

→ **Phase croissante : déséconomies d'échelle.**

→ Augmentation de la production : hausse du coût unitaire de la production.

→ **Minimum de CM : minimum de CM_{LT}.**

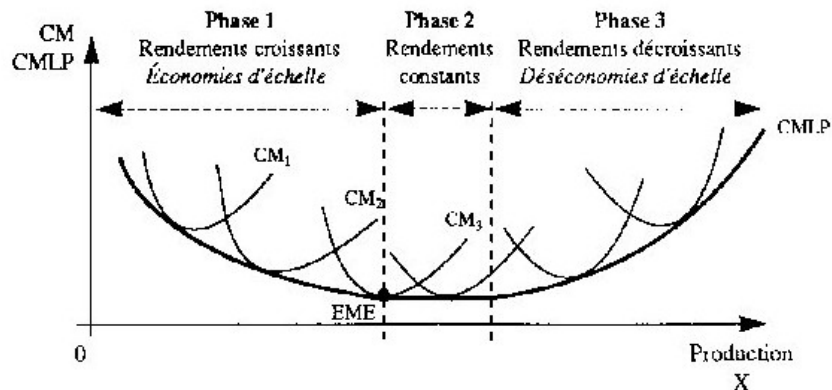


→ **Courbe enveloppe : lien entre court et long terme.**

→ **Définition : courbe de longue période qui est constituée par tous les optimums de courte période.**

→ Optimum : minimum du coût moyen.

→ Point d'intersection avec le coût marginal.



2 _ Fonction d'offre de l'entreprise.

→ **Hypothèse : price-taker.**

→ **Objectif : Max π .**

$$\rightarrow \pi(q) = RT(q) - CT(q)$$

$$\rightarrow \pi(q) = P \cdot q - CT(q)$$

→ **Max π .**

$$\rightarrow \pi' = 0.$$

$$\rightarrow \pi'' < 0.$$

→ **Fonction d'offre : permet à l'entreprise de savoir combien elle doit produire pour maximiser son profit.**

→ **Condition 1.**

$$\rightarrow \pi' = 0.$$

$$\rightarrow p = Cm.$$

→ **Condition 2.**

$$\rightarrow \pi'' = -Cm' < 0.$$

→ **Condition 3 : différence entre court et long terme.**

→ **Court terme :** $CT(q) = CV(q) + CF$.

→ **Entreprise : optimum.**

→ Couvrir au minimum : coûts fixes.

→ Cas de faillite : pertes.

→ Uniquement le montant des coûts fixes.

→ **Quantité : strictement supérieure au minimum du coût variable moyen.**

→ $\pi(q) = P \cdot q - CF - CV(q) > -CF$.

→ $P > \frac{CV(q)}{q}$.

→ $P > CVM(q)$.

→ Si $P = \text{Min CVM}$.

→ **Seuil de fermeture.**

→ **Long terme :** $CT(q) = CV(q)$.

→ **Quantité : supérieure ou égale au minimum du coût moyen.**

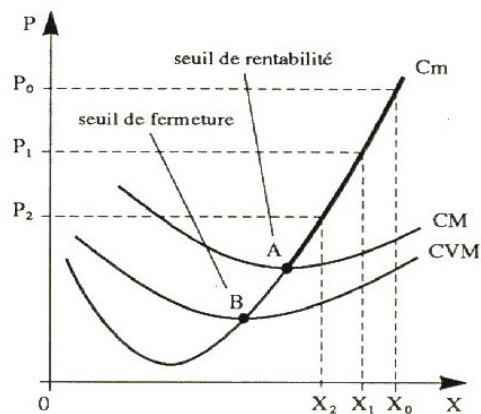
→ $\pi(q) = P \cdot q - CV(q) > 0$.

→ $P \geq \frac{CV(q)}{q}$.

→ $P \geq CVM(q)$.

→ Si $P = \text{Min CM}$.

→ **Seuil de rentabilité : $\pi = 0$.**



Max $\pi(q) = P \cdot q - CT(q)$	
Court terme	Long terme
P = Cm	
Cm' > 0	
P > Min CVM	P ≥ Min CM

→ **Long terme : coût marginal coupe le coût moyen au minimum du coût moyen.**

→ Au delà de ce point : **seuil de rentabilité.**

→ **Profits positifs.**

→ **Marge unitaire : différence entre le prix et le coût moyen.**

→ $p - CM(y(p))$.

→ $\pi > 0 : P > CM$.

→ $\pi = 0 : P = CM$.

→ $\pi < 0 : P < CM$.

3 _ Élasticité du prix de l'offre de l'entreprise.

→ **Définition : élasticité du prix de l'offre de l'entreprise.**

→ Rapport de la variation relative de la quantité offerte par l'entreprise, à la variation relative du prix de marché.

$$\rightarrow \varepsilon(\mathbf{y}, \mathbf{P}) = \frac{\partial \mathbf{y}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{y}}$$

→ Remarque : définie uniquement pour une quantité strictement supérieure au seuil de fermeture.

4 _ Applications.

a _ Sentier d'expansion.

→ **Fonction de production : deux facteurs K et L.**

$$\rightarrow Q = 4K^{(1/2)}L^{(1/2)}$$

$$\rightarrow r = 32.$$

$$\rightarrow w = 8.$$

→ **Producteur : rationnel.**

→ Combinaison optimale des facteurs de production : point de tangence entre.

→ Un niveau de production : isoquant.

→ Une droite d'isocoût.

→ **Sentier d'expansion : vise à déterminer tous les optimums à prix de facteurs donnés.**

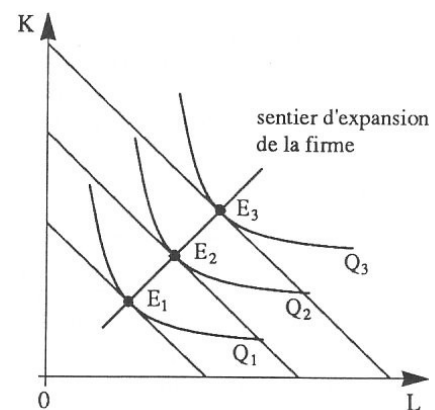
→ Quelque soit le niveau de production choisi.

→ **Conditions économiques de l'optimum (CEO).**

→ **TMST = rapport des prix des facteurs.**

$$\rightarrow \frac{K}{L} = \frac{r}{w}$$

$$\rightarrow K = \frac{1}{4}L$$



b _ Analyse de court et long terme d'une fonction de coût.

→ **Entreprise : fonction du coût total de courte et longue période.**

$$\rightarrow CT_{CP} = 2Q^3 - 22Q^2 + 9Q + 1164.$$

$$\rightarrow CT_{LP} = Q^3 + Q^2 - 34Q.$$

→ **Volume de production : $CT_{CP} = CT_{LP}$.**

→ **CT_{CP} en contact avec CT_{LP} .**

→ CT_{LP} : courbe enveloppe des différentes courbes de coût de courte période.

→ A l'optimum : minimum du coût.

→ **$CT_{CP} = CT_{LP}$: implique.**

$$\rightarrow C'_{CP} = C'_{LP}$$

$$\rightarrow CM_{CP} = CM_{LP}$$

→ **$C'_{CP} = C'_{LP}$.**

$$\rightarrow 3Q^2 - 46Q + 45 = 0.$$

$$\rightarrow \Delta = 1600.$$

$$\rightarrow Q_1 = 1 \text{ et } Q_2 = 43/3.$$

→ **$CM_{CP} = CM_{LP}$: pour $Q = 43/4$.**

III _ Conclusion.

→ **Objectif du producteur : maximiser son profit.**

→ Problème : double.

→ **Comment produire ?**

→ Combinaison optimale des facteurs de production.

→ **Combien produire ?**

→ Niveau de production optimal.

→ **Court terme.**

→ **Facteurs : fixes et variables.**

→ **Rendements factoriels : facteur variable.**

→ Ajustement : par le travail (hypothèse).

→ **Coût total : $CT = CF + CV(q)$.**

→ **Programme : Min CT.**

→ $CT = wL + rK$.

→ **Long terme.**

→ **Facteurs : variables.**

→ **Rendements d'échelle : homogénéité de la fonction de production.**

→ $f(\lambda K, \lambda L) = \lambda^n f(K, L)$.

→ $n < 1$: rendements d'échelle décroissants.

→ $n = 0$: rendements d'échelle constants.

→ $n > 1$: rendements d'échelle croissants.

→ **Coût total : $CT = CV(q)$.**

→ **Programme : Min CT.**

→ $CT = wL + rK$.

→ **Conditions économiques de l'optimum : CEO.**

→ **TMST = rapport des productivités marginales = rapport des prix de facteurs.**

→ Point de tangence entre un isoquant et une droite d'isocoût.

Max $\pi(q) = P \cdot q - CT(q)$			
Min CT		Max Q	
S/c $Q = f(K, L)$		S/c $CT = rK + wL$	
Q : donné	Q : non donné	Q : donné	Q : non donné
Lagrangien	$CT' = 0$	Lagrangien	$Q' = 0$
	$CT'' > 0$		$Q'' > 0$

Max $\pi(q) = P \cdot q - CT(q)$	
Court terme	Long terme
$P = Cm$	
$Cm' > 0$	
$P > \text{Min CVM}$	$P \geq \text{Min CM}$