Model Paper 1

සංයුක්ත ගණිතය I **පැ 3 යි**

A කොටස **සියලු ම** ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. $1/1.4 + 1/4.7 + 1/7.10 + \ldots$ පද n තෙක් $= n/(3n+1)$ බව ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් සාධනය කරන්න.

2. $|2x+1| > |x-1|$ අසමානතාවය විසඳන්න

3. $1+ 11+ 111+ 1111+ 11111+ \ldots$ ශ්‍රේණියේ පළමු පද n හි ඓක්‍යය සොයන්න.

4. $(1+ x+ ax^2)^{10}$ හි ප්‍රසාරණයේ x^4 හි සංගුණකය 1695 වන්නේ a හි කවර අගය සඳහා දැයි සොයන්න.

5. $\lim_{x\to 0}(x - \tan 2x)/ (x+ \tan 2x)$ සොයන්න.

6. $d[1/ \sin\theta \cos\theta]\, d\theta = 2/ \cos^2\theta - 1/ \sin^2\theta \cos^2\theta$ බව සාධනය කරන්න. ඒ නයින් $\int 1/ \sin^2\theta \cos^2\theta\, d\theta$ සොයන්න.

7. (x',y'), (x'',y'') ලක්ෂ්‍ය යා කෙරෙන රේඛාව $ax+by+c= 0$ රේඛාවෙන් $-(ax'+by'+c)/ (ax''+by''+c)$ අනුපාතයෙන් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

8. t පරාමිතිය වන P ලක්ෂ්‍යයේ දී $x=3t^2$, $y=2t^3$ යන වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $y= tx - t^3$ බව පෙන්වන්න. $(3t^2/4, -t^3/4)$ ඛණ්ඩාංක ඇති Q ලක්ෂ්‍යයේ දී මෙම ස්පර්ශකයෙන් වක්‍රය කැපෙන බව සාධනය කරන්න. P හි දී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකය Q හි දී වක්‍රයට අභිලම්බය ද වේ නම් එසේ තිබිය හැකි P ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

9. $x^2+ y^2+ 4x- 6y- 3= 0$, $x^2+ y^2- 2x+ 8y- 8= 0$ වෘත්ත වලට පොදු ලක්ෂ්‍ය හරහා ගන්නා වූ ද පළමු වැනි වෘත්තය ප්‍රලම්භ ලෙස කපන්නා වූ ද වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

10. ත්‍රිකෝණයක කෝණ 1:2:7 මෙන් වෙයි. එහි විශාලතම පාදය කුඩාතම පාදයට දක්වන අනුපාතය $\sqrt{5} + 1: \sqrt{5} - 1$ බව සාධනය කරන්න.

B කොටස ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

11. i. $(2x+ 3a)$ යන්න $4x^3 + 4ax^2 - 15a^2x - 18a^3$ හි සාධකයක් බව සාධනය කර අනෙක් සාධක සොයන්න.

ii. α හා β යනු $ax^2 + bx - a = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල වේ. $(a\alpha+ b)(a\beta+ b) = -a^2$ බව සාධනය කරන්න. ඒ නයින් $(a\alpha+ b)$ හා $(a\beta+ b)$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය a, b ඇසුරෙන් සොයන්න.

iii. $x^2 + px+ q = 0$ ටත් $x^2 + mx+ n = 0$ ටත් පොදු මූලයක් ඇත්නම් මේ මූලය $(pn- qm)/(m-p)$ හි වර්ග මූලය බව පෙන්වන්න.

12. i. ***infinitesimal*** යන වචනයේ අකුරු සියල්ලම ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ ගනන කියද? ඒවායින් කියක ***i*** අක්ෂරය මුලට තිබේද?

ii. ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ
$12/1.3.4 + 18/ 2.4.5 + 24/ 3.5.6 +\ldots + 6(n+1)/n(n+2)(n+3) = 17/6 - 1/(n+1) - 1/(n+2) - 4/(n+3)$ බව සාධනය කරන්න. මේ ශ්‍රේණියේ අනන්තයට ඓක්‍යය සොයන්න.

13. i. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ න්‍යාසයෙහි ප්‍රතිලෝමය $\mathbf{A}^{-1}$ සොයන්න.
ඒ නයින් $2x_1 + 3x_2 = 1$
$x_1 - 2x_2 = 4$ සමීකරණ විසඳන්න.

ii. පහත සඳහන් එක් එක් සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව a, b තාත්වික වන $a + bi$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.
$z_1 = (1-i)(1+2i)$, $z_2 = (2+6i)/(3-i)$, $z_3 = -4i/(1-i)$
$|z_2 - z_1| = |z_1 - z_3|$ බව ද විස්තාරයේ ප්‍රධාන අගය සඳහා $\arg(z_2 - z_1) - \arg(z_1 - z_3) = \pi/2$ බව ද පෙන්වන්න.
ආරගන් සටහනක P_1, P_2, P_3 ලක්ෂ්‍යවලින් පිළිවෙලින් z_1, z_2, z_3 නිරූපණය කැරෙයි නම් P_2P_3 විෂ්කම්භය වශයෙන් ඇති වෘත්තය මත P_1 පිහිටන බව සාධනය කරන්න.

HMT HELLARAWA B.Sc.Eng 0776 53 00 96

14. i. $f(x) = x^3/(x-1)$ ශ්‍රිතයේ හැසිරීම සොයා ප්‍රස්තාරය අඳින්න. මෙහි $x \neq 1$ වන සියලු තාත්වික අගයන් සඳහා f ශ්‍රිතය අර්ථ දැක්වා ඇත.

ii. තුනී තහඩු ලෝහයෙන් තැනූ ව්‍යවත සෘජුකෝණාස්‍ර ටැංකියකට, දී තිබෙන මීටර a දිගක් ද දී තිබෙන ඝන මීටර V ධාරිතාවක් ද තිබිය යුතු වෙයි. එහි උස මීටර x නම් එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න. මෙම වර්ගඵලය අවම වීට x හි අගය සොයා එම අවස්ථාවේ දී පළල; උස මෙන් දෙගුණයක් බව පෙන්වන්න.

15. i. $t= \tan(x/2)$ ආදේශයේ උපයෝගි කර ගනිමින්
$\int_0^{\pi/2} \sqrt{[(1- \cos x)/ (1+ \sin x)]}\, dx = 2\sqrt{2}\int_0^1 t/[(1+ t)(1+ t^2)]\, dt$ බව පෙන්වන්න.

ii. $t/[(1+ t)(1+ t^2)]$ යන්න භින්න භාග වලින් ප්‍රකාශ කරන්න.

එමගින් $\int_0^{\pi/2} \sqrt{[(1- \cos x)/ (1+ \sin x)]}\, dx= (\pi - 2\ln 2)\sqrt{2}/4$ බව පෙන්වන්න.

iii. $y = a-x$ ආදේශය ඇසුරෙන් $\int_0^a x^2/[x^2 + (x-a)^2]\, dx = \int_0^a (x-a)^2/[x^2 + (x-a)^2]\, dx$ බව සාධනය කරන්න. එක් එක් අනුකලයේ අගය ½ a බව අපෝහනය කරන්න.

16. $u- kv= 0$ යන සමීකරණය හඳුන්වන්න මෙහි $u= 0$ සහ $v= 0$ යනු අසමාන්තර සරල රේඛා දෙකක සමීකරණ ද k යනු ඕනෑම නියතයක් ද වේ.
$u\equiv 8x+ y- 7= 0$, $v\equiv 4x- 7y= 0$, $w\equiv 5x- 3y- 8= 0$ රේඛා තුනෙන් ත්‍රිකෝණයක් සෑදී ඇත $u- kv= 0$ යන්න
i. $41k= 37$ වෙතොත් එකී කෝණයේ ලම්බ කේන්ද්‍රය හරහා යන බව ද
ii. $K=1$ වෙතොත් එකී කෝණ වලින් එකක් සමච්ඡේදනය කරන බව ද
iii. $37k= 41$ වෙතොත් එහි පරිකේන්ද්‍රය හරහා යන බව ද
සාධනය කරන්න.

17. a). i. $\sin 3\Theta= \cos 2\Theta$ සමීකරණය විසඳීමෙන් $\sin 18^0 = (\sqrt{5}- 1)/ 4$ බව පෙන්වන්න.
ii. $\pi/4= 2 \tan^{-1} 1/3 + \tan^{-1} 1/7$ සහ
$\tan^{-1} 1/3 = \tan^{-1} 1/7 + \tan^{-1} 2/11$ බව පෙන්වන්න.
එමගින් $\pi/4= 2 \tan^{-1} 2/11 + 3 \tan^{-1} 1/7$ බව අපෝහනය කරන්න.

b). **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කර **කෝසයින නීතිය** අපෝහනය කරන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක සුපුරුදු අංකනයෙන් $(b+ c)/ 11= (c+a)/ 12= (a+b)/ 13$ බව දී ඇත.
i. $(\sin A)/ 7= (\sin B)/ 6= (\sin C)/ 5$
ii. $(\cos A)/ 7= (\cos B)/ 19= (\cos C)/ 25$ බව පෙන්වන්න.

HMT HELLARAWA B.Sc.Eng. 0776 53 00 96