

V.S. TROFIMOV,
V.I. LALYKIN,
Y.A. SVILIKOV

В.С. ТРОФИМОВ,
В.И. ЛАЛЫКИН,
Ю.А. СВИЛИКОВ

СНОВА О ТЕОРЕМЕ ФЕРМА AGAIN ABOUT FERMAT'S LAST THEOREM

В статье приводится простое алгебраическое доказательство Великой (или Последней) теоремы Ферма.
The article presents a simple algebraic proof Fermat's Great (Last) Theorem.

Ключевые слова: теорема Ферма, доказательство, целое число, уравнение, неравенство, Эндрю Уайлс.

Keywords: Fermat's Theorem, proof, integer number, equation, inequality, Andrew Wiles.

При проведении оценок эффективности применения различных образцов вооружения часто приходится использовать математическое выражения вида:

$$X^n + Y^n = Z^n, \quad (1)$$

где $X = E_{\text{и}}(\sigma_{\text{и}})$, $Y = E_{\text{г}}(\sigma_{\text{г}})$, $Z = E_{\text{з}}(\sigma_{\text{з}})$, $n=2$, а $E_{\text{и}}(\sigma_{\text{и}})$, $E_{\text{г}}(\sigma_{\text{г}})$, $E_{\text{з}}(\sigma_{\text{з}})$ – вероятные (среднеквадратические) отклонения, соответственно индивидуальных, групповых, суммарных ошибок стрельбы (применения средств поражения).

При использовании данного равенства в оценках эффективности применения авиационного пушечного и неуправляемого ракетного вооружения неоднократно приходилось наблюдать любопытные комбинации чисел X , Y и Z – 3, 4 и 5 или 6, 8 и 10. Эти комбинации чисел как «продукт» теоремы Пифагора подтверждали суждение о существовании бесконечного множества комбинаций целых положительных (натуральных) чисел X , Y и Z (где $X < Y < Z$), начиная с $X=3$, $Y=4$ и $Z=5$, обеспечивающих реализацию равенства (1) для $n=2$. Вместе с тем возникал резонный и научный вопрос: «А существуют

ли подобные комбинации целых и положительных чисел X , Y и Z при $n > 2$?» Отрицательный ответ на этот вопрос дает теорема Ферма.

В 1630 году французский математик Пьер Ферма записал на полях «Арифметики» Диофанта Александрийского: «невозможно разложить ни куб на два куба, ни биквадрат на два биквадрата и вообще никакую степень, больше квадрата, на две степени с тем же показателем», добавив, что «открыл этому поистине чудесное доказательство, но эти поля для него слишком узки».

Приведенная запись Ферма в математическом мире трактуется как Великая теорема Ферма и формулируется следующим образом: «уравнение $X^n + Y^n = Z^n$ не имеет решений в целых положительных числах X , Y , Z для любого натурального числа $n > 2$ ».

До сих пор теорема Ферма остается без достаточного короткого, внятного и, прежде всего, простого (на уровне XVII века) доказательства.

Появившиеся к настоящему времени доказательства базируются на современных достижениях математики, а некоторые – на компьютерных техно-

логиях, что явно не соответствует математическому аппарату того времени.

Сложное и объемистое (порядка ста страниц), официально признанное доказательство Эндрю Уайлса, использующее современные достижения математики (теорию Ивасава, гипотезу Таниямы, преобразования Фрея), явно не претендует на роль того «чудесного доказательства», о котором упоминал Ферма, формулируя свою Великую теорему.

В настоящей статье предлагается достаточно простое, чисто алгебраическое (в духе времени автора теоремы) доказательство.

В основе приводимого доказательства теоремы Ферма лежат следующие исходные посыпки:

доказательство должно соответствовать или быть максимально приближенным к уровню математических знаний и возможностей того времени (XVII век); при доказательстве используются:

метод — от противного;

квадратные многочлены;

решения квадратных уравнений;

элементы логических преобразований алгебраических выражений или манипуляций с ними;

здравый смысл.

Сущность предлагаемого доказательства.

Рассмотрим уравнение (1). Допустим, что оно имеет решение в целых положительных (натуральных) числах $0 < X < Y < Z$ при $n > 2$.

Представив Y и Z в виде $Y = X + A$, $Z = Y + B = X + A + B$, где $A > 0$, $B > 0$, а также $X^{n-2} = C_x$, $Y^{n-2} = C_y$ и $Z^{n-2} = C_z$ перейдем от уравнения вида (1) к уравнению вида:

$$C_x X^2 + C_y (X + A)^2 = C_z (X + A + B)^2. \quad (2)$$

При этом числа C_x , C_y , и C_z связаны между собой следующими неравенствами:

очевидным $C_x < C_y < C_z$ и

ключевым $C_x + C_y > C_z$, (3),

полученным из (1) путем логических преобразований следующим образом.

Делим обе части равенства (1) на Z^2 :

$$\frac{X^n}{Z^2} + \frac{Y^n}{Z^2} = \frac{Z^n}{Z^2}.$$

Заменяя в знаменателе первого слагаемого правой части полученного равенства Z^2 на X^2 , а знаменатель Z^2 второго слагаемого на Y^2 , получаем, с учетом условия $0 < X < Y < Z$ (см. выше), неравенство:

$$\frac{X^n}{X^2} + \frac{Y^n}{Y^2} > \frac{Z^n}{Z^2} \quad \text{или}$$

$$X^{n-2} + Y^{n-2} > Z^{n-2} \quad \text{или} \quad C_x + C_y > C_z.$$

Из уравнения (2) путем алгебраических преобразований получаем:

$$\left(X - \frac{C_z(A+B) - C_y A}{C_x + C_y - C_z} \right)^2 = \frac{C_z(A+B)^2 - C_y A^2}{C_x + C_y - C_z} + \left(\frac{C_z(A+B) - C_y A}{C_x + C_y - C_z} \right)^2, \quad (4)$$

откуда:

$$X = (F + C_z(A+B) - C_y A) / (C_x + C_y - C_z), \quad (5)$$

где

$$F = [C_z(C_x + C_y)(A+B)^2 - 2C_z(A+B)C_y A + C_y(C_z - C_x)A^2]^{1/2}, \quad (6)$$

и, в соответствии с выражением (3),

$$C_z(C_x + C_y) > C_z^2, \quad C_y(C_z - C_x) < C_y^2. \quad (7)$$

Проанализируем выражение (6) на предмет определения сущности числа F — положительное целое или иррациональное? Для этого сравним выражение (6) с наиболее подходящим для нашего случая эталоном целого положительного числа в виде алгебраического выражения:

$$D = [(M - V)^2]^{1/2} = (M^2 - 2MV + V^2)^{1/2}, \quad (8)$$

где V , M — целые положительные числа, $0 < V < M$.

Из сопоставления слагаемых в выражениях (6) и (8) следует, что значение F [см. выражение (6)] — целое положительное число только в случае $C_x + C_y = C_z$:

$$F = [C_z(A+B) - C_y A^2]^{1/2}.$$

Однако, этот случай противоречит условию (3) $C_x + C_y > C_z$. Во всех остальных случаях с учетом выражения (7) значение F [см. выражение (6)] не может быть целым положительным числом (т.е. оно иррационально), т.к. под степенью S находится не квадрат разности двух чисел.

Таким образом, доказано, что Великая теорема Ферма верна и имеет достаточно простое алгебраическое доказательство.

Отмечая, что к положениям рассмотренной теоремы Ферма в настоящее время проявляется, как уже отмечалось, большой интерес при исследованиях целого ряда процессов создания новых форм и способов вооруженной борьбы, строительства ВС и т.д., полагаем целесообразным изложить ход и содержание алгебраического доказательства в интересах совершенствования и упрощения научных методов обоснования направлений и сущности оборонного строительства. В частности, приведенное в статье доказательство теоремы Ферма имеет следующее практическое значение:

в данном алгебраическом изложении теорема Ферма может быть включена, как и теорема Пифагора, в соответствующие учебники для общеобразовательных и специализированных учреждений, в том числе военной направленности;

позволяет более обоснованно использовать выражение (1) в вычислительных алгоритмах, задействованных при проведении различных военных исследований.

Учитывая известный интерес, проявляемый в мире к этой теореме, критические и любые другие суждения по настоящей статье не только уместны, но и просто необходимы и будут восприняты с огромной благодарностью.