Wyższa Szkoła Bankowa
w Gdańsku

BADANIA OPERACYJNE
I TEORIA OPTYMALIZACJI
16 godzin

dr Katarzyna Sokołowska
sokkat@wp.pl

1

Program zajęć

1. Programowanie liniowe – metoda graficzna, wykorzystanie SOLVERA
2. Zagadnienie transportowe, wykorzystanie SOLVERA
3. Programowanie sieciowe – zarządzanie projektami, wykorzystanie SOLVERA

Wykład opracowano na podstawie:

- Zbigniew Jędrzejczyk, Karol Kukuła, Jerzy Skrzypek, Anna Walkosz, *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006
- Marek Gruszczyński, Tomasz Kuszewski, Maria Podgórska, *Ekonometria i badania operacyjne,* Wydawnictwo naukowe PWN, Warszawa 2009
- Adam Kucharski *Modele optymalizacyjne*
- Adam Sojda *Badania operacyjne*
- Joanna Józefowska *Modele i narzędzia optymalizacji w systemach informatycznych zarządzania*
- Anna Tomkowska „*Badania operacyjne”*

2

Literatura

Zbigniew Jędrzejczyk, Karol Kukuła, Jerzy Skrzypek, Anna Walkosz, *Badania operacyjne w przykładach i zadaniach*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006

Trzaskalik T., *Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, W-wa 2003

Red. Marianna Lipiec-Zajchowska, *Wspomaganie procesów decyzyjnych. Badania operacyjne*, Wydawnictwo C.H.Beck, Warszawa 2003

Marek Gruszczyński, Tomasz Kuszewski, Maria Podgóska, *Ekonometria i badania operacyjne,* Wydawnictwo naukowe PWN, Warszawa 2009

SPOSÓB ZALICZENIA PRZEDMIOTU – TEST NA OSTATNICH ZAJĘCIACH

Problematyka badań operacyjnych

- Badania operacyjne są nauką o metodach rozwiązywania problemów z zakresu podejmowania decyzji. Zasadnicze podwaliny badań operacyjnych zostały stworzone w związku z problematyka wojskową w okresie II wojny światowej.

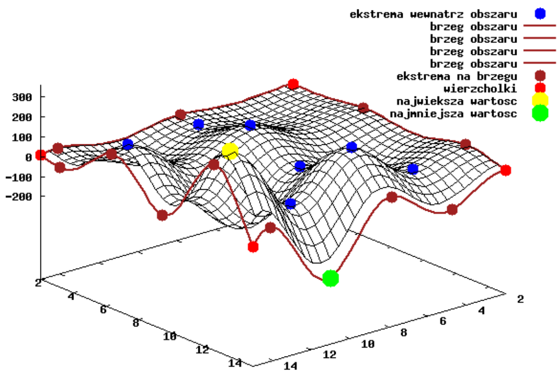
- Pierwsze zespoły badawcze zajmujące się badaniami operacyjnymi powstają równocześnie w Anglii i w USA. Zespoły te zajmowały się rozwiązywaniem takich problemów jak:
  - Racjonalne poszukiwanie i niszczenie nieprzyjacielskich łodzi podwodnych na obszarach oceanu
  - Organizowanie ruchu samolotów na lotnisku o małej przepustowości
  - Opracowanie metod najbardziej skutecznego bombardowania węzłowych punktów przemysłu i zaopatrzenia

•minimalizację strat konwojowanych statków, wysoki stopień wykrywania i niszczenia pocisków V-2, skuteczne dostawy sprzętu wojskowego itp.

Teoria optymalizacji

- Teoria optymalizacji zajmuje się badaniem metod optymalizacji rozumianej jako wyznaczenie spośród rozwiązań dopuszczalnych danego problemu rozwiązania najlepszego ze względu na przyjęte kryterium.

- Optymalizacja statystyczna sprowadza się do znalezienia optimum globalnego (minimum lub maksimum) funkcji w obszarze rozwiązań dopuszczalnych.



Źródło: http://www.math.uni.wroc.pl/~pborod/dydaktyka/chemia2008.html

5

Teoria optymalizacji - starożytność

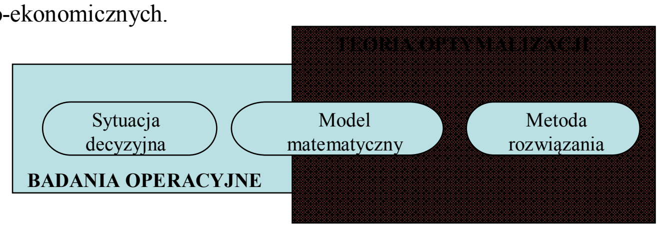
Mickiewicz w Panu Tadeuszu wspomina o historii podanej przez Wergiliusza:

Gdy księżniczka Dydona przybyła statkiem z gromadą poddanych do pewnego lądu i poprosiła o darowanie jej pewnego obszaru ziemi, dano jej wołową skórę i powiedziano, że dostanie tyle ziemi, ile przykryje ta skóra.

6

Badania operacyjne a teoria optymalizacji

- Badania operacyjne koncentrują się na budowie i analizie modelu (korzystają z gotowych algorytmów/programów)
- Teoria optymalizacji koncentruje się na rozwiązaniu zadania optymalizacyjnego (niezależnie od sytuacji decyzyjnej)
- Często dziedziny te są utożsamiane, gdyż wiele metod opracowano w związku z konkretnym zastosowaniem badań operacyjnych
- W praktyce zarządzania badania operacyjne można traktować jako naukową teorię stanowiącą ogół metod i technik umożliwiających optymalizację procesów techniczno-ekonomicznych.



7

Źródło:J. Józefowska Badania operacyjne i teoria optymalizacji

Rodzaje modeli

Narzędziem używanym przez specjalistów do badań operacyjnych do wyznaczania optymalnej decyzji jest model decyzyjny (model optymalizacyjny). Istnieje wiele rodzajów modeli decyzyjnych w zależności od wyników podejmowania decyzji i rodzaju problemu decyzyjnego. Modele najbardziej przydatne dla celów zarządzania, to:

- model programowania liniowego (warunki ograniczające jak i funkcja celu maja postać liniową) ,
- model programowania nieliniowego (przynajmniej jedna z funkcji nie jest funkcją liniową, zakłada się, że funkcje są ciągłe),
- model programowania dynamicznego,
- modele sieciowe (przedstawienie problemu (przedsięwzięcia) w postaci grafu, a następnie jego analizowanie),
- drzewko decyzyjne,
- model symulacyjny (Monte Calro).

8

Źródło: P. Betlej Badania operacyjne

Wykorzystanie modeli

Z punktu widzenia zastosowań praktycznych, cały kompleks metod optymalizacyjnych wykorzystywanych w zarządzaniu można podzielić na dziesięć następujących grup problemowych:

--rozdział środków inwestycyjnych (problem alokacji kapitału),
-- rozdział środków produkcji (zagadnienie alokacji środków produkcji - określić, które wyroby w jakiej ilości produkować, aby osiągnąć jak największe przychody z ich sprzedaży a jednocześnie nie przekroczyć limitów zużycia środków produkcji),
-- komponowanie mieszanek (problem diety - określić, które produkty żywnościowe, i w jakich ilościach zakupić, aby dostarczyć zawartych w nich, a niezbędnych organizmowi, składników odżywczych przy jak najmniejszych kosztach żywienia),
--wybór procesu technologicznego (określić, które procesy technologiczne i z jaką intensywnością należy zastosować, aby osiągnąć pożądany rozmiar produkcji przy jak najmniejszym odpadzie, koszcie)
-- optymalizacja przewozów (zagadnienie transportowe, problem komiwojażera),
-- sterowanie zapasami surowców i produktów,
-- wymiana urządzeń na nowe (problem odnowy),
-- planowanie, harmonogramowanie i kontrola realizacji przedsięwzięć (np. organizacja prac budowlano-montażowych i remontów) - (metody CPM i PERT),
-- optymalizacja wielkości jednostek usługowych (teoria kolejek),
-- podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka (teoria decyzji i teoria gier),
-- podejmowanie decyzji w warunkach niepewności.

Źródło: P. Betlej Badania operacyjne

9

Przykład modelu decyzyjnego

Optymalny wybór asortymentu produkcji

Problem wyboru asortymentu produkcji polega, najogólniej rzecz biorąc, na określeniu, które wyroby i w jakich ilościach przedsiębiorstwo powinno produkować, aby nie przekraczając dostępnych zasobów środków produkcji oraz spełniając pewne dodatkowe ograniczenia, zmaksymalizować zysk, przychód ze sprzedaży lub wielkość zbytu albo zminimalizować koszty, zużycie czasu czy zużycie materiałów deficytowych (importowanych*).*

Przykład 1. (Kukuła, zad.5, str.20)

Zakład dziewiarski wyspecjalizował się w produkcji dwóch wyrobów wełnianych W_1 i W_2. Wąskim gardłem produkcji są maszyny typu R_1, R_2. W tablicy podano normy pracy poszczególnych maszyn przy produkcji wyrobów W_1 i W_2 oraz ich zdolności produkcyjne.

maszyny	Liczba godzin pracy maszyny na jednostkę produkcyjną		Maksymalna ilość pracy maszyny w ciągu dnia
	W_1	W_2	
R_1	2	1	12
R_2	2	2	20

Ustalić plan produkcji zapewniający maksymalny łączny przychód z jej sprzedaży (cena zbytu wyrobu W_1 wynosi 50 zł, a cena zbytu wyrobu W_2 - 75 zł), z tym, iż uwarunkowania rynkowe dyktują, aby ilość produktu W_1 była 2,5 razy większa od ilości produktu W_2.

1.Zbudować model matematyczny tego zagadnienia.
2.Ustalić optymalny plan produkcji.
3.Czy zmieni się rozwiązanie w przypadku objęcia sezonową obniżką cen wyrobu W2 do poziomu 45 zł ?

10

Sformułowanie problemu

1. Zmienne decyzyjne

x1 - planowana wielkość produkcji wyrobu W1 w sztukach
x2 – planowana wielkość produkcji wyrobu W2 w sztukach

2. Funkcja celu (wartość produkcji w cenach zbytu)

$$z(x_1, x_2) = 50x_1 + 75x_2 \rightarrow max\ [\,zł\,]$$

cena zbytu wyrobu W1 wynosi 50 zł, a cena zbytu wyrobu W2 - 75 zł

3.Ograniczenia

$2x_1 + x_2 \leq 12[h]$ Czas pracy maszyny R1

$2x_1 + 2x_2 \leq 20[h]$ Czas pracy maszyny R2

$x_1 = 2{,}5x_2\ [szt]$ Uwarunkowania rynkowe

4. Warunki brzegowe

$x_1 \geq 0[szt]$

$x_2 \geq 0[szt]$

maszyny	Liczba godzin pracy maszyny na jednostkę produkcyjną		Maksymalna ilość pracy maszyny w ciągu dnia
	W_1	W_2	
R_1	2	1	12
R_2	2	2	20

11

Model liniowy – postać i składowe

Zmaksymalizować/zminimalizować

$$f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \rightarrow max/\ min$$

cj – cena lub zysk jednostkowy ze sprzedaży *j*-tego wyrobu, koszt zakupu j-tego wyrobu

Funkcja celu

Przy ograniczeniach

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ .... \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + ... + a_{kn}x_n = b_k \\ .... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \geq b_m \end{cases}$$

bi – posiadany zasób *i*-tego środka produkcji

aij– zużycie *i*-tego środka produkcji na wytworzenie jednostki *j*-tego wyrobu (*i*=1,2,..., *m*; *j*=1, 2,..., *n*);

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, ..., x_n \geq 0,$$

ograniczenia brzegowe– nie jesteśmy w stanie produkować ujemnych ilości produktów.

Zmienne decyzyjne - *xj* – wielkość produkcji *j* – tego wyrobu

a,b,c **– parametry modelu**

12

Programowanie liniowe – podstawowe założenia

- Jeżeli w zadaniu zarówno funkcja celu, jak i warunki ograniczające są liniowe, zadanie takie nazywamy **LINIOWYM ZADANIEM DECYZYJNYM** (programem liniowym). (jeśli funkcja celu lub warunki wewnętrznej zgodności są nieliniowe to mówimy o **nieliniowym modelu decyzyjnym).**
- Uniwersalną metodą rozwiązywania zadań programowania liniowego jest **algorytm simpleks**. Gdy w modelu występują dwie zmienne decyzyjne, możemy go rozwiązać np. **metodą geometryczną**. W przypadku, gdy w modelu występują więcej niż dwie zmienne decyzyjne, ale tylko dwa ograniczenia, można zadanie rozwiązać wykorzystując zależność między modelem pierwotnym a dualnym (w programie dualnym będą wówczas dwie zmienne decyzyjne i można będzie go rozwiązać graficznie).

- **Rozwiązanie dopuszczalne** – rozwiązanie spełniające warunki ograniczające – ograniczenia strukturalne i warunki brzegowe
- **Rozwiązanie optymalne** – to (bądź te) spośród rozwiązań dopuszczalnych, dla którego (dla których) funkcja celu przyjmuje wartość optymalną (maksymalną lub minimalną).
- **Twierdzenie Weierstrassa** - Na zbiorze rozwiązań dopuszczalnych, wyznaczonym ograniczeniami liniowymi, liniowa funkcja celu osiąga wartości ekstremalne (o ile istnieją) w jego wierzchołkach.

13

Programowanie liniowe – metoda graficzna

1. Należy przekształcić nierówności w równania i wyznaczyć punkty przecięcia z osiami x1 oraz x2.

$$2x_1 + x_2 \le 12[h]$$

$$2x_1 + 2x_2 \le 20[h]$$

$$x_1 = 2{,}5x_2\ [szt]$$

2. Tak wyliczone punkty nanosimy na układ współrzędnych. Po narysowaniu prostej musimy wybrać półpłaszczyznę nad prostą jeśli nierówność zawiera znak > lub pod prostą (od strony punktu (0,0) jeśli nierówność zawiera znak<.

3. Część wspólna otrzymanych w ten sposób półpłaszczyzn i zaznaczonych warunków brzegowych tworzy zbiór rozwiązań dopuszczalnych

4. Nanosimy **gradient** dla funkcji celu, którego początek zaczepiamy w punkcie (0,0).

Gradientem funkcji celu jest wektor zawierający pochodne *f(x)* względem zmiennych decyzyjnych. Tworzą go więc współczynniki funkcji celu. Gradient pokazuje kierunek najszybszego wzrostu wartości *f(x)* niezależny od wartości zmiennych decyzyjnych. Jeżeli współrzędne gradientu są zbyt małe lub zbyt duże, aby wygodnie umieścić go na rysunku, można pomnożyć gradient przez odpowiednio dobraną stałą.

5. Rysujemy prostą prostopadłą do gradientu i zaczepioną w punkcie (0,0).

6. Przesuwamy narysowaną prostą prostopadle do gradientu w górę do ostatniego napotkanego wierzchołka zaznaczonego obszaru (w przypadku gdy funkcja celu dąży do minimum – przesuwamy do pierwszego napotkanego wierzchołka)

14

Poniższy rysunek prezentuje zbiór rozwiązań dopuszczalnych wraz z rozwiązaniem optymalnym:

Otrzymane rozwiązanie

1. Współrzędne punktów i wartość funkcji celu:

$$x_1^{opt} =$$

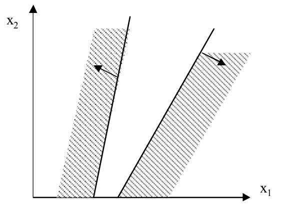
$$x_2^{opt} =$$

$$f_{max}(x) =$$

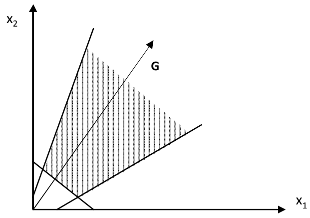
2. Należy wyprodukować sztuk wyrobu W1 i sztuk wyrobu W2, co zapewni maksymalny przychód ze sprzedaży w wysokości zł.

Powyższe rozwiązanie stanowi konkretny wierzchołek zbioru rozwiązań dopuszczalnych. Dlatego nazywamy je **pojedynczym, skończonym rozwiązaniem optymalnym**

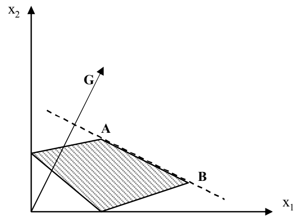
Programowanie liniowe –możliwe przypadki rozwiązań



Zadanie jest sprzeczne, kiedy nie uda się wyznaczyć części wspólnej ograniczeń, czyli zbioru rozwiązań dopuszczalnych



Brak skończonego rozwiązania optymalnego – w przypadku maksymalizacji nie jest możliwe znalezienie wartości największej funkcji celu



Więcej niż jedno skończone rozwiązanie optymalne - Wartość funkcji celu w różnych punktach A i B oraz na odcinku między nimi będzie taka sama.

17

2 Przykład modelu decyzyjnego - Optymalny wybór asortymentu produkcji

Przykład 2

Zakład produkcyjny *Skórka s.c.* produkuje dwa rodzaje asortymentu: torebki damskie i portfele ze skóry. W trakcie produkcji wyroby te muszą być poddane procesom krojenia i szycia. W ciągu tygodnia krojczynie mogą maksymalnie przepracować 100 godzin, szwaczki zaś – 300 godzin. Na wykrojenie jednej torebki potrzeba 6 minut, a na jej uszycie – 36 minut. Portfel wymaga 6 minut krojenia i 12 minut szycia. Firma może sprzedać wszystkie produkty, które wyprodukuje po cenie 50 zł/torebkę i 30 zł/portfel. Właściciel firmy chce określić, jaką ilość torebek i portfeli należy produkować, aby zmaksymalizować przychód.

1. Zmienne decyzyjne

x_1

x_2

2. Funkcja celu (wartość produkcji w cenach zbytu)

$$z(x_1, x_2) = \qquad\qquad \rightarrow max\,[\,zł\,]$$

3.Ograniczenia

Czas pracy krojczyń [min]

Czas pracy szwaczek [min]

4. Warunki brzegowe

$x_1 \geq 0[szt] \quad x_2 \geq 0[szt]$

18

Poniższy rysunek prezentuje zbiór rozwiązań dopuszczalnych wraz z rozwiązaniem optymalnym:

Otrzymane rozwiązanie

1. Współrzędne punktów i wartość funkcji celu:

$$x_1^{opt} =$$

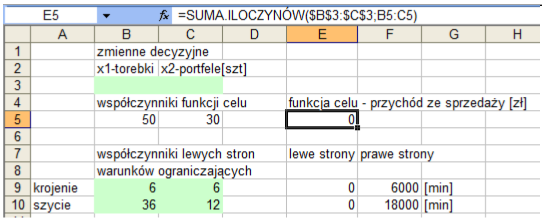
$$x_2^{opt} =$$

$$f_{max}(x) =$$

2. Należy wyprodukować sztuk torebek i sztuk portfeli, co zapewni maksymalny przychód ze sprzedaży w wysokości zł.

Powyższe rozwiązanie stanowi konkretny wierzchołek zbioru rozwiązań dopuszczalnych. Dlatego nazywamy je **pojedynczym, skończonym rozwiązaniem optymalnym**

Wykorzystanie narzędzia SOLVER do rozwiązywania zadania programowania liniowego– przykład 2 – arkusz z danymi, okno parametrów Solvera

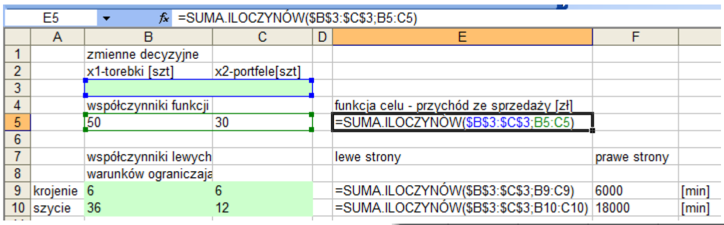

E5 =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$C$3;B5:C5)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		zmienne decyzyjne						
2		x1-torebki	x2-portfele[szt]					
3								
4		współczynniki funkcji celu			funkcja celu - przychód ze sprzedaży [zł]			
5		50	30		0			
6								
7		współczynniki lewych stron			lewe strony	prawe strony		
8		warunków ograniczających						
9	krojenie	6	6		0	6000	[min]	
10	szycie	36	12		0	18000	[min]	

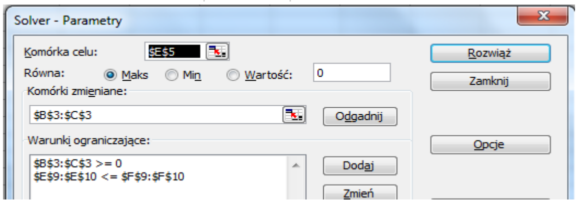
$$6x_1 + 6x_2 \le 6000[min]$$
$$36x_1 + 12x_2 \le 18000[min]$$

$$x_1 \ge 0[szt]$$
$$x_2 \ge 0[szt]$$

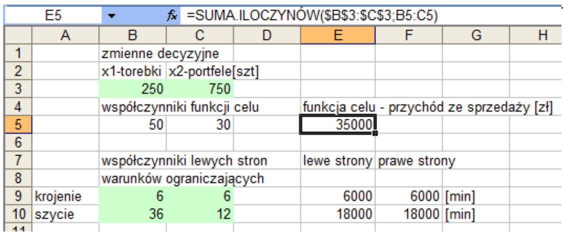
$$z(x_1, x_2) = 50x_1 + 30x_2 \rightarrow max\,[\,zł\,]$$


E5 =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$C$3;B5:C5)

	A	B	C	D	E	F	
1		zmienne decyzyjne					
2		x1-torebki [szt]	x2-portfele[szt]				
3							
4		współczynniki funkcji			funkcja celu - przychód ze sprzedaży [zł]		
5		50	30		=SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$C$3;B5:C5)		
6							
7		współczynniki lewych			lewe strony	prawe strony	
8		warunków ograniczają					
9	krojenie	6	6		=SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$C$3;B9:C9)	6000	[min]
10	szycie	36	12		=SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$C$3;B10:C10)	18000	[min]



Wykorzystanie narzędzia SOLVER do rozwiązywania zadania programowania liniowego– przykład 2 – arkusz z danymi, okno parametrów Solvera


E5 =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$C$3;B5:C5)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		zmienne decyzyjne						
2		x1-torebki	x2-portfele[szt]					
3		250	750					
4		współczynniki funkcji celu			funkcja celu - przychód ze sprzedaży [zł]			
5		50	30		35000			
6								
7		współczynniki lewych stron			lewe strony	prawe strony		
8		warunków ograniczających						
9	krojenie	6	6		6000	6000	[min]	
10	szycie	36	12		18000	18000	[min]	

$$6x_1 + 6x_2 \le 6000[min]$$
$$36x_1 + 12x_2 \le 18000[min]$$

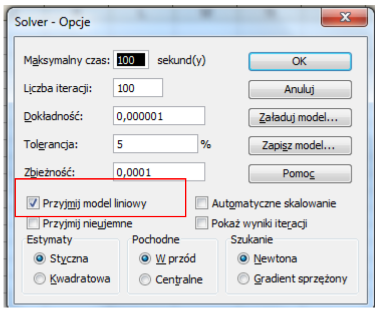
$$x_1 \ge 0[szt]$$
$$x_2 \ge 0[szt]$$

$$z(x_1, x_2) = 50x_1 + 30x_2 \rightarrow max\,[\,zł\,]$$

Optymalna struktura produkcji jest następująca: należy produkować ………… sztuk torebek i ……………. sztuk portfeli, osiągając przychód w wysokości ………………. zł. Moce przerobowe poszczególnych procesów są w pełni wykorzystane:

Liczba minut pracy krojczyń:

Liczba minut pracy szwaczek:



22

Raport wyników narzędzia SOLVER– przykład 2

E5 fx =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$C$3;B5:C5)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		zmienne decyzyjne						
2		x1-torebki	x2-portfele[szt]					
3		250	750					
4		współczynniki funkcji celu			funkcja celu - przychód ze sprzedaży [zł]			
5		50	30		35000			
6								
7		współczynniki lewych stron			lewe strony	prawe strony		
8		warunków ograniczających						
9	krojenie	6	6		6000	6000	[min]	
10	szycie	36	12		18000	18000	[min]	

$$6x_1 + 6x_2 \le 6000[min]$$
$$36x_1 + 12x_2 \le 18000[min]$$
$$x_1 \ge 0[szt]$$
$$x_2 \ge 0[szt]$$
$$z(x_1, x_2) = 50x_1 + 30x_2 \to max\ [\,zł\,]$$

Komórka celu (Maks)

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
$E$5	funkcja celu - przychód ze sprzedaży [zł]	0	35000

Komórki decyzyjne

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
$B$3	x1-torebki [szt]	0	250
$C$3	x2-portfele[szt]	0	750

Warunki ograniczające

Komórka	Nazwa	Wartość komórki	formuła	Status	Luz
$E$9	krojenie lewe strony	6000	$E$9<=$F$9	Wiążące	0
$E$10	szycie lewe strony	18000	$E$10<=$F$10	Wiążące	0
$B$3	x1-torebki [szt]	250	$B$3>=0	Nie wiążące	250
$C$3	x2-portfele[szt]	750	$C$3>=0	Nie wiążące	750

Pole „luz” wskazuje czy istnieją niewykorzystane zasoby (moce przerobowe) – czy można coś zmienić w rozwiązaniu w taki sposób, aby nadal spełniało ono warunki ograniczające 23

Raport wrażliwości narzędzia SOLVER– przykład 2-ZMIENNE DUALNE

E5 fx =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$C$3;B5:C5)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		zmienne decyzyjne						
2		x1-torebki	x2-portfele[szt]					
3		250	750					
4		współczynniki funkcji celu			funkcja celu - przychód ze sprzedaży [zł]			
5		50	30		35000			
6								
7		współczynniki lewych stron			lewe strony	prawe strony		
8		warunków ograniczających						
9	krojenie	6	6		6000	6000	[min]	
10	szycie	36	12		18000	18000	[min]	

$$6x_1 + 6x_2 \le 6000[min]$$
$$36x_1 + 12x_2 \le 18000[min]$$
$$x_1 \ge 0[szt]$$
$$x_2 \ge 0[szt]$$
$$z(x_1, x_2) = 50x_1 + 30x_2 \to max\ [\,zł\,]$$

Warunki ograniczające

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Cena dualna	Prawa strona w. o.	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$E$9	krojenie lewe strony	6000	3,333333333	6000	3000	3000
$E$10	szycie lewe strony	18000	0,833333333	18000	18000	6000

Wartość końcowa – wartości lewych stron warunków ograniczających dla optymalnych wartości zmiennych decyzyjnych

Prawa strona w.o. – do porównania z lewą, aby sprawdzić, które warunki ograniczające są napięte, a które luźne

Cena dualna – mówi o zmianie optymalnej wartości funkcji celu zadania optymalizacyjnego, jaka nastąpi po zwiększeniu o jednostkę całkowicie wyczerpanego zasobu, przy założeniu, że prawe strony innych warunków ograniczających nie ulegają zmianie. Dla luźnego (wartość końcowa< prawa strona w.o.) warunku ograniczającego przy decyzji optymalnej odpowiadająca mu cena dualna jest zawsze równa zeru, co oznacza, że ani wzrost, ani spadek zasobu odpowiadającemu danemu warunkowi ograniczającemu w granicach wskazanych przez przedział stabilności nie spowoduje zmiany optymalnej wartości funkcji celu. Liczba zmiennych dualnych jest równa liczbie ograniczeń. Aby uzyskać informację nie ma konieczności ponownego rozwiązywania zadania.

Interpretacja zmiennej dualnej – Jeśli zwiększymy liczbę minut pracy krojczyń o 1 tygodniowo, to przychód ze sprzedaży wzrośnie średnio o ……… zł (przy niezmienionej liczbie godzin szycia). Maksymalna cena, jaką opłaca się zapłacić za dodatkową osobominutę szycia to ……………. zł, *ceteris paribus*. 24

Raport wrażliwości narzędzia SOLVER- DOPUSZCZALNE ZMIANY OGRANICZEŃ

E5 =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$C$3;B5:C5)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		zmienne decyzyjne						
2		x1-torebki	x2-portfele[szt]					
3		250	750					
4		współczynniki funkcji celu			funkcja celu - przychód ze sprzedaży [zł]			
5		50	30		35000			
6								
7		współczynniki lewych stron			lewe strony	prawe strony		
8		warunków ograniczających						
9	krojenie	6	6		6000	6000	[min]	
10	szycie	36	12		18000	18000	[min]	

Warunki ograniczające

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Cena dualna	Prawa strona w. o.	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$E$9	krojenie lewe strony	6000	3,333333333	6000	3000	3000
$E$10	szycie lewe strony	18000	0,833333333	18000	18000	6000

$$6x_1 + 6x_2 \le 6000[min]$$
$$36x_1 + 12x_2 \le 18000[min]$$

$$x_1 \ge 0[szt]$$
$$x_2 \ge 0[szt]$$

$$z(x_1, x_2) = 50x_1 + 30x_2 \to max\ [\ zł\ ]$$

– **Dopuszczalny spadek i dopuszczalny wzrost** określają dopuszczalne zmiany ceteris paribus warunków ograniczających bj nie powodujące zmiany zestawu zmiennych decyzyjnych

Jeśli **liczba godzin krojenia** będzie pochodzić z przedziału $(6000-3000;6000+3000)=(3000,9000)$, to rozwiązanie optymalne nie zmieni się, tzn. w bazie nadal pozostaną zmienne x1, x2, zmienią się natomiast wartości optymalne zmiennych decyzyjnych i wartość funkcji celu.

Jeśli **liczba godzin szycia** będzie pochodzić z przedziału $(18000-6000;18000+18000)=(12000,36000)$, to rozwiązanie optymalne nie zmieni się, tzn. w bazie nadal pozostaną zmienne x1, x2, zmienią się natomiast wartości optymalne zmiennych decyzyjnych i wartość funkcji celu. 25

Raport wrażliwości narzędzia SOLVER- ZMIANY FUNKCJI CELU

E5 =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$C$3;B5:C5)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		zmienne decyzyjne						
2		x1-torebki	x2-portfele[szt]					
3		250	750					
4		współczynniki funkcji celu			funkcja celu - przychód ze sprzedaży [zł]			
5		50	30		35000			
6								
7		współczynniki lewych stron			lewe strony	prawe strony		
8		warunków ograniczających						
9	krojenie	6	6		6000	6000	[min]	
10	szycie	36	12		18000	18000	[min]	

Komórki decyzyjne

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Przyrost krańcowy	Współczynnik funkcji celu	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$B$3	x1-torebki [szt]	250	0	50	40	20
$C$3	x2-portfele[szt]	750	0	30	20	13,33333333

$$6x_1 + 6x_2 \le 6000[min]$$
$$36x_1 + 12x_2 \le 18000[min]$$

$$x_1 \ge 0[szt]$$
$$x_2 \ge 0[szt]$$

$$z(x_1, x_2) = 50x_1 + 30x_2 \to max\ [\ zł\ ]$$

Dopuszczalny spadek i dopuszczalny wzrost określają dopuszczalne zmiany ceteris paribus jednego wybranego parametru ci nie powodujące zmiany zestawu zmiennych decyzyjnych i ich wartości, zmieni się natomiast wartość funkcji celu. Dla wartości granicznych spadku lub wzrostu zadanie może posiadać nieskończenie wiele rozwiązań.

Jeśli **cena torebki** będzie pochodzić z przedziału $(50-20;50+40)=(30,90)$, to rozwiązanie optymalne nie zmieni się, zmieni się natomiast wartość funkcji celu.

Oznacza to, że przy wzroście ceny torebki wynoszącej 50 zł maksymalnie o 40 zł i spadku maksymalnie o 20 zł i niezmienionej cenie portfela, wyznaczony wcześniej plan produkcji (250;750) pozostaje planem optymalnym, a wartość funkcji celu wyniesie $z_{opt} = (50+\Delta c_1)250+30\cdot 750$

Jeśli **cena portfela** będzie pochodzić z przedziału $(30-13{,}33;30+20)=(16{,}67;50)$ to rozwiązanie optymalne nie zmieni się, zmieni się natomiast wartość funkcji celu. 26

Raport wrażliwości narzędzia SOLVER- ZMIANA LICZBY WARUNKÓW OGRANICZAJĄCYCH

E5 =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$C$3;B5:C5)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		zmienne decyzyjne						
2		x1-torebki	x2-portfele[szt]					
3		250	750					
4		współczynniki funkcji celu			funkcja celu - przychód ze sprzedaży [zł]			
5		50	30		35000			
6								
7		współczynniki lewych stron			lewe strony	prawe strony		
8		warunków ograniczających						
9	krojenie	6	6		6000	6000	[min]	
10	szvcie	36	12		18000	18000	[min]	

$$6x_1 + 6x_2 \le 6000[min]$$
$$36x_1 + 12x_2 \le 18000[min]$$
$$x_1 \ge 0[szt]$$
$$x_2 \ge 0[szt]$$
$$z(x_1, x_2) = 50x_1 + 30x_2 \to max\,[\,zł\,]$$

Komórki decyzyjne

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Przyrost krańcowy	Współczynnik funkcji celu	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$B$3	x1-torebki [szt]	250	0	50	40	20
$C$3	x2-portfele[szt]	750	0	30	20	13,33333333

Warunki ograniczające

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Cena dualna	Prawa strona w. o.	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$E$9	krojenie lewe strony	6000	3,333333333	6000	3000	3000
$E$10	szycie lewe strony	18000	0,833333333	18000	18000	6000

Usunięcie jednego z warunków ograniczających:

-powoduje zmianę rozwiązania optymalnego, jeśli usunięty warunek był napięty

-nie powoduje zmiany rozwiązania optymalnego, jeśli usunięty warunek był luźny

W rozwiązaniu (250, 750) warunki dotyczące krojenia i szycia są napięte, zatem usunięcie jednego z nich spowoduje zmianę rozwiązania optymalnego.

-Wzrost liczby minut krojenia o 3000 spowoduje wzrost maksymalnego przychodu o 3,33*3000 zł

- Wzrost liczby minut szycia o 18000 spowoduje wzrost maksymalnego przychodu o 0,83*1800 zł

27

3 Przykład modelu decyzyjnego – Zagadnienie diety

Przykład 3

Aby zdrowo wyglądać pies musi miesięcznie zjeść nie więcej jak 100g składnika 1 (S1), nie więcej niż 180g składnika 2 (S2) i przynajmniej 25g składnika 3 (S3). Na rynku dostępne są trzy karmy, gdzie porcja karmy 1 (K1) zawiera 5g składnika 1, 22g składnika 2 i 3g składnika 3. Natomiast karma 2 (K2) zawiera 6g składnika 1, 5g składnika 2 i 2g składnika 3, karma 3 (K3) zawiera 3g składnika 1, 4g składnika 2 i 2g składnika 3. Porcja karmy 1 (K1) kosztuje 3 zł, porcja karmy 2 (K2) 2zł, natomiast porcja karmy 3 (K3) 4zł. W jakich porcjach zmieszać karmy aby pies dostał składników ile potrzeba a koszt był jak najmniejszy?

1. Zmienne decyzyjne

x_1

x_2

x_3

2. Funkcja celu (koszt zakupu)

$$z(x_1, x_2, x_3) = \qquad\qquad \to min\,[\,zł\,]$$

3.Ograniczenia

Ilość składnika S1 [g]

Ilość składnika S2 [g]

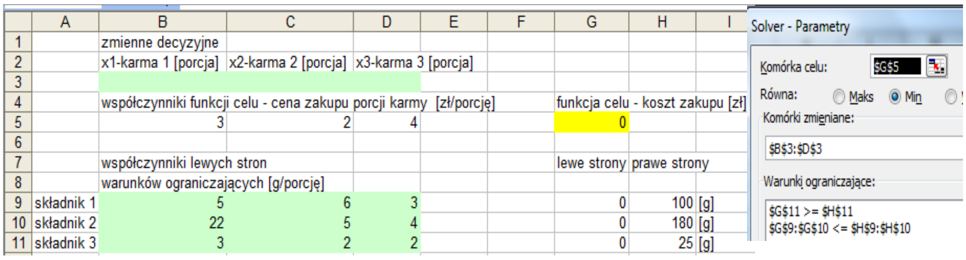
Ilość składnika S3 [g]

4. Warunki brzegowe

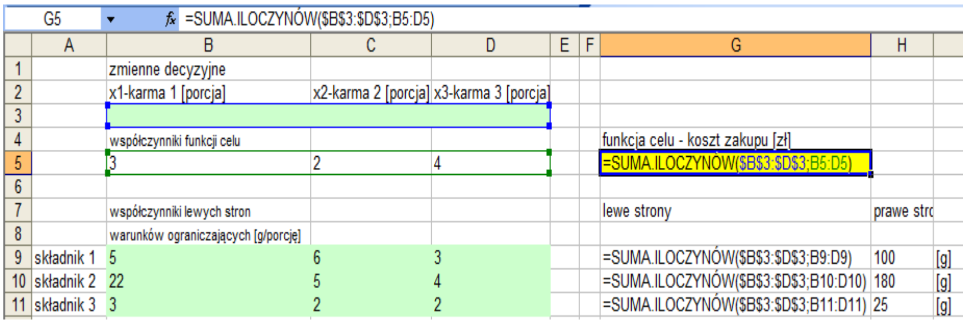
$x_1 \ge 0[porcja]$ $x_2 \ge 0[porcja]$ $x_3 \ge 0[porcja]$

28

Wykorzystanie narzędzia SOLVER do rozwiązywania zadania programowania liniowego– przykład 3 – arkusz z danymi, okno parametrów Solvera



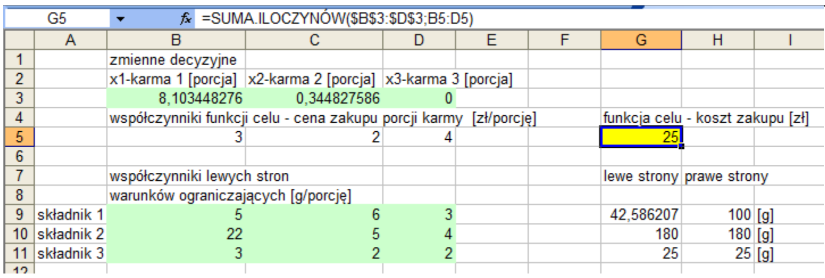
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		zmienne decyzyjne							
2		x1-karma 1 [porcja]	x2-karma 2 [porcja]	x3-karma 3 [porcja]					
3									
4		współczynniki funkcji celu - cena zakupu porcji karmy [zł/porcję]					funkcja celu - koszt zakupu [zł]		
5		3	2	4			0		
6									
7		współczynniki lewych stron					lewe strony	prawe strony	
8		warunków ograniczających [g/porcję]							
9	składnik 1	5	6	3			0	100 [g]	
10	składnik 2	22	5	4			0	180 [g]	
11	składnik 3	3	2	2			0	25 [g]	



G5 =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$D$3;B5:D5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1		zmienne decyzyjne							
2		x1-karma 1 [porcja]	x2-karma 2 [porcja]	x3-karma 3 [porcja]					
3									
4		współczynniki funkcji celu					funkcja celu - koszt zakupu [zł]		
5		3	2	4			=SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$D$3;B5:D5)		
6									
7		współczynniki lewych stron					lewe strony	prawe str	
8		warunków ograniczających [g/porcję]							
9	składnik 1	5	6	3			=SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$D$3;B9:D9)	100	[g]
10	składnik 2	22	5	4			=SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$D$3;B10:D10)	180	[g]
11	składnik 3	3	2	2			=SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$D$3;B11:D11)	25	[g]

Wykorzystanie narzędzia SOLVER do rozwiązywania zadania programowania liniowego– przykład 3 – arkusz z danymi, okno parametrów Solvera



G5 =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$D$3;B5:D5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		zmienne decyzyjne							
2		x1-karma 1 [porcja]	x2-karma 2 [porcja]	x3-karma 3 [porcja]					
3		8,103448276	0,344827586	0					
4		współczynniki funkcji celu - cena zakupu porcji karmy [zł/porcję]					funkcja celu - koszt zakupu [zł]		
5		3	2	4			25		
6									
7		współczynniki lewych stron					lewe strony	prawe strony	
8		warunków ograniczających [g/porcję]							
9	składnik 1	5	6	3			42,586207	100 [g]	
10	składnik 2	22	5	4			180	180 [g]	
11	składnik 3	3	2	2			25	25 [g]	

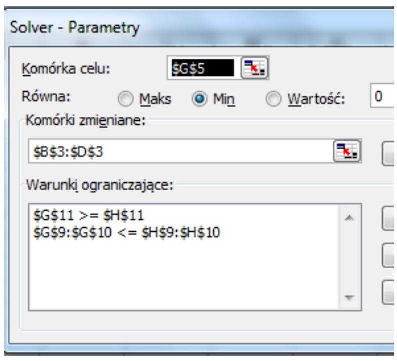
Optymalna struktura mieszanki jest następująca: należy zmieszać ………… porcji karmy 1 i ………… porcji karmy 2 , mieszanka będzie kosztowała ……………… zł.

Zawartość poszczególnych składników w mieszance:

Zawartość składnika 1:

Zawartość składnika 2:

Zawartość składnika 3:



Raport wyników narzędzia SOLVER– przykład 3

G5 | f_x =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$D$3;B5:D5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		zmienne decyzyjne							
2		x1-karma 1 [porcja]	x2-karma 2 [porcja]	x3-karma 3 [porcja]					
3		8,103448276	0,344827586	0					
4		współczynniki funkcji celu - cena zakupu porcji karmy [zł/porcję]					funkcja celu - koszt zakupu [zł]		
5		3	2	4			25		
6									
7		współczynniki lewych stron					lewe strony	prawe strony	
8		warunków ograniczających [g/porcję]							
9	składnik 1	5	6	3			42,586207	100 [g]	
10	składnik 2	22	5	4			180	180 [g]	
11	składnik 3	3	2	2			25	25 [g]	

Komórka celu (Min)

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
$G$5	funkcja celu - koszt zakupu [zł]	0	25

Komórki decyzyjne

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
$B$3	x1-karma 1 [porcja]	0	8,103448276
$C$3	x2-karma 2 [porcja]	0	0,344827586
$D$3	x3-karma 3 [porcja]	0	0

Jeśli okazałoby się, że składnika 1 może być w diecie nie więcej niż np. 43 g, to nadal rozwiązanie pozostaje optymalnym.

Jeśli okazałoby się, że składnika 2 może być w diecie nie więcej niż np. 100 g, to uzyskane rozwiązanie nie jest optymalne.

Warunki ograniczające

Komórka	Nazwa	Wartość komórki	formuła	Status	Luz
$G$11	składnik 3 lewe strony	25	$G$11>=$H$11	Wiążące	0
$G$9	składnik 1 lewe strony	42,5862069	$G$9<=$H$9	Nie wiążące	57,4137931
$G$10	składnik 2 lewe strony	180	$G$10<=$H$10	Wiążące	0

Pole „luz" wskazuje czy istnieją niewykorzystane zasoby – czy można coś zmienić w rozwiązaniu w taki 31
sposób, aby nadal spełniało ono warunki ograniczające

Raport wrażliwości narzędzia SOLVER– przykład 3-ZMIENNE DUALNE

G5 | f_x =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$D$3;B5:D5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		zmienne decyzyjne							
2		x1-karma 1 [porcja]	x2-karma 2 [porcja]	x3-karma 3 [porcja]					
3		8,103448276	0,344827586	0					
4		współczynniki funkcji celu - cena zakupu porcji karmy [zł/porcję]					funkcja celu - koszt zakupu [zł]		
5		3	2	4			25		
6									
7		współczynniki lewych stron					lewe strony	prawe strony	
8		warunków ograniczających [g/porcję]							
9	składnik 1	5	6	3			42,586207	100 [g]	
10	składnik 2	22	5	4			180	180 [g]	
11	składnik 3	3	2	2			25	25 [g]	
13	Warunki ograniczające								

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Cena dualna	Prawa strona w. o.	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$G$11	składnik 3 lewe strony	25	1	25	15,56074766	0,454545455
$G$9	składnik 1 lewe strony	42,5862069	0	100	1E+30	57,4137931
$G$10	składnik 2 lewe strony	180	0	180	3,333333333	117,5

$$(25-0{,}45;25+15{,}56)$$

Zmienna dualna składnika 3 jest równa 1 – zwiększenie zasobu składnika 3 mieszczące się w granicach wskazanych przez przedział stabilności czyli o nie więcej niż 15,56 g, spowoduje wzrost ceny zakupu mieszanki o 1 zł na każdy dodatkowy gram – czyli jeśli prawa strona dla składnika 3 wyniesie 29 g, to cena mieszanki wyniesie 29 zł, nadal będzie należało zakupić karmę 1 i karmę 2, ale w innych ilościach.

$$(100-57{,}41;100+\infty)$$

Zmienna dualna składnika 1 jest równa 0 – zwiększenie zasobu składnika 1 mieszczące się w granicach wskazanych przez przedział stabilności czyli o dowolną wartość lub zmniejszenie o 57,41 g, nie spowoduje zmiany kosztu zakupu i ilości zakupionych karm 1 i 2.

$$(180-117{,}5;180+3{,}33)$$

Zmienna dualna składnika 2 jest równa 0 – zwiększenie zasobu składnika 2 mieszczące się w granicach wskazanych przez przedział stabilności czyli max o 3,33 g, lub zmniejszenie o 117,5 g, nie spowoduje zmiany kosztu zakupu, nadal będzie należało zakupić karmę 1 i karmę 2, ale w innych ilościach. 32

przykład 3-ZMIENNE DUALNE, WARUNKI LUŹNE I NAPIĘTE -podsumowanie

Cena dualna	**Warunek luźny, zmiana w granicach przedziału stabilności**	**Warunek luźny, zmiana poza granicami przedziału stabilności**	**Warunek napięty, zmiana w granicach przedziału stabilności**	**Warunek napięty, zmiana poza granicami przedziału stabilności**
0	Nie zmienia się wartość funkcji celu, rozwiązanie optymalne i jego wartość	Może zmienić się wszystko	Nie zmienia się wartość funkcji celu, rozwiązanie optymalne, ale zmienia się jego wartość	Może zmienić się wszystko
Różna od 0			Zmienia się wartość funkcji celu, nie zmienia rozwiązanie optymalne, ale zmienia się jego wartość	Może zmienić się wszystko

33

Raport wrażliwości narzędzia SOLVER- przykład 3- ZMIANY FUNKCJI CELU

G5 =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$D$3;B5:D5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		zmienne decyzyjne							
2		x1-karma 1 [porcja]	x2-karma 2 [porcja]	x3-karma 3 [porcja]					
3		8,103448276	0,344827586	0					
4		współczynniki funkcji celu - cena zakupu porcji karmy [zł/porcję]					funkcja celu - koszt zakupu [zł]		
5		3	2	4			25		
6									
7		współczynniki lewych stron					lewe strony	prawe strony	
8		warunków ograniczających [g/porcję]							
9	składnik 1	5	6	3			42,586207	100	[g]
10	składnik 2	22	5	4			180	180	[g]
11	składnik 3	3	2	2			25	25	[g]

Komórki decyzyjne

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Przyrost krańcowy	Współczynnik funkcji celu	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$B$3	x1-karma 1 [porcja]	8,103448276	0	3	0	29
$C$3	x2-karma 2 [porcja]	0,344827586	0	2	1,8125	0
$D$3	x3-karma 3 [porcja]	0	2	4	1E+30	2

Graniczne wartości przedziałów stabilności mogą zmieniać rozwiązanie optymalne

Oznacza to, że przy spadku ceny karmy 1 wynoszącej 3 zł maksymalnie o 29 zł i i niezmienionej cenie pozostałych karm, wyznaczony wcześniej plan zakupu (8,103;0,345) pozostaje planem optymalnym, a wartość funkcji celu wyniesie $z_{opt} = (3 - \Delta c_1)8{,}103 + 2 \cdot 0{,}345$

Oznacza to, że przy wzroście ceny karmy 2 wynoszącej 2 zł maksymalnie o 1,81 zł i i niezmienionej cenie pozostałych karm, wyznaczony wcześniej plan zakupu (8,103;0,345) pozostaje planem optymalnym, a wartość funkcji celu wyniesie $z_{opt} = 3 \cdot 8{,}103 + (2 + \Delta c_1) \cdot 0{,}345$

Oznacza to, że przy dowolnym wzroście ceny karmy 3 lub spadku maksymalnie o 2 zł i i niezmienionej cenie pozostałych karm, wyznaczony wcześniej plan zakupu (8,103;0,345) pozostaje planem optymalnym, a wartość funkcji celu wyniesie $z_{opt} = 3 \cdot 8{,}103 + 2 \cdot 0{,}345 = 25$

34

Raport wrażliwości narzędzia SOLVER- przykład 3- zmiany liczby war. ograniczających

G5 =SUMA.ILOCZYNÓW($B$3:$D$3;B5:D5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		zmienne decyzyjne							
2		x1-karma 1 [porcja]	x2-karma 2 [porcja]	x3-karma 3 [porcja]					
3		8,103448276	0,344827586	0					
4		współczynniki funkcji celu - cena zakupu porcji karmy [zł/porcję]					funkcja celu - koszt zakupu [zł]		
5		3	2	4			25		
6									
7		współczynniki lewych stron					lewe strony	prawe strony	
8		warunków ograniczających [g/porcję]							
9	składnik 1	5	6	3			42,586207	100	[g]
10	składnik 2	22	5	4			180	180	[g]
11	składnik 3	3	2	2			25	25	[g]

6 Komórki decyzyjne

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Przyrost krańcowy	Współczynnik funkcji celu	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$B$3	x1-karma 1 [porcja]	8,103448276	0	3	0	29
$C$3	x2-karma 2 [porcja]	0,344827586	0	2	1,8125	0
$D$3	x3-karma 3 [porcja]	0	2	4	1E+30	2

13 Warunki ograniczające

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Cena dualna	Prawa strona w. o.	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$G$11	składnik 3 lewe strony	25	1	25	15,56074766	0,454545455
$G$9	składnik 1 lewe strony	42,5862069	0	100	1E+30	57,4137931
$G$10	składnik 2 lewe strony	180	0	180	3,333333333	117,5

W rozwiązaniu (8,103, 0,345) warunek dotyczący 1 składnika jest luźny, zatem usunięcie go nie spowoduje zmiany rozwiązania optymalnego.

Usunięcie jednego z warunków ograniczających:

-powoduje zmianę rozwiązania optymalnego, jeśli usunięty warunek był napięty

-nie powoduje zmiany rozwiązania optymalnego, jeśli usunięty warunek był luźny

W rozwiązaniu (8,103, 0,345) warunki dotyczące 3 i 2 składnika są napięte, zatem usunięcie jednego z nich spowoduje zmianę rozwiązania optymalnego.

-Wzrost składnika 3 o 15 g spowoduje wzrost kosztu o 1*15 zł

- Wzrost składnika 2 o 3g spowoduje wzrost kosztu o 0*3 zł

35

Raport wrażliwości narzędzia SOLVER- przykład 3- TEST

G5 =SUMA.ILOCZYNÓW(B3:D3;B5:D5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		zmienne decyzyjne								
2		x1-karma 1 [porcja]	x2-karma 2 [porcja]	x3-karma 3 [porcja]						
3		8,103448276	0,344827586	0						
4		współczynniki funkcji celu - cena zakupu porcji karmy [zł/porcję]					funkcja celu - koszt zakupu [zł]			
5		3	2	4			25			
6										
7		współczynniki lewych stron					lewe strony		prawe strony	
8		warunków ograniczających [g/porcję]								
9	składnik 1	5	6	3			42,586207	<=	100	[g]
10	składnik 2	22	5	4			180	<=	180	[g]
11	składnik 3	3	2	2			25	>=	25	[g]

6 Komórki decyzyjne

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Przyrost krańcowy	Współczynnik funkcji celu	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$B$3	x1-karma 1 [porcja]	8,103448276	0	3	0	29
$C$3	x2-karma 2 [porcja]	0,344827586	0	2	1,8125	0
$D$3	x3-karma 3 [porcja]	0	2	4	1E+30	2

13 Warunki ograniczające

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Cena dualna	Prawa strona w. o.	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$G$11	składnik 3 lewe strony	25	1	25	15,56074766	0,454545455
$G$9	składnik 1 lewe strony	42,5862069	0	100	1E+30	57,4137931
$G$10	składnik 2 lewe strony	180	0	180	3,333333333	117,5

Odpowiedz, czy poniższe pytania są prawdziwe:

luźny

1. Gdyby ilość składnika 1 zmniejszyć (zwiększyć) o 10% wyznaczony plan zostanie optymalny, nie zmieni się jego wartość, nie zmieni się wartość funkcji celu – P, bo jest to warunek luźny i nie jest w mieszance wykorzystana cała jego ilość – zwiększać można dowolnie, zmniejszyć o 57,41 g
2. Gdyby ilość składnika 2 zmniejszyć o 10% wyznaczony plan zostanie optymalny , ale zmieni się jego wartość, nie zmieni się wartość funkcji celu– P, bo jest to warunek napięty i w mieszance wykorzystana jest cała jego ilość
3. Gdyby ilość składnika 3 zwiększyć o 10% wyznaczony plan zostanie optymalny , ale zmieni się jego wartość– P, bo jest to warunek napięty i w mieszance wykorzystana jest cała jego ilość

36

Raport wrażliwości narzędzia SOLVER- przykład 3- TEST

G5 =SUMA.ILOCZYNÓW(B3:D3;B5:D5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		zmienne decyzyjne								
2		x1-karma 1 [porcja]	x2-karma 2 [porcja]	x3-karma 3 [porcja]						
3		8,103448276	0,344827586	0						
4		współczynniki funkcji celu - cena zakupu porcji karmy [zł/porcję]					funkcja celu - koszt zakupu [zł]			
5		3	2	4			25			
6										
7		współczynniki lewych stron					lewe strony		prawe strony	
8		warunków ograniczających [g/porcję]								
9	składnik 1	5	6	3			42,586207	<=	100	[g]
10	składnik 2	22	5	4			180	<=	180	[g]
11	składnik 3	3	2	2			25	>=	25	[g]

Komórki decyzyjne

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Przyrost krańcowy	Współczynnik funkcji celu	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$B$3	x1-karma 1 [porcja]	8,103448276	0	3	0	29
$C$3	x2-karma 2 [porcja]	0,344827586	0	2	1,8125	0
$D$3	x3-karma 3 [porcja]	0	2	4	1E+30	2

Warunki ograniczające

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Cena dualna	Prawa strona w. o.	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$G$11	składnik 3 lewe strony	25	1	25	15,56074766	0,454545455
$G$9	składnik 1 lewe strony	42,5862069	0	100	1E+30	57,4137931
$G$10	składnik 2 lewe strony	180	0	180	3,333333333	117,5

Odpowiedz, czy poniższe pytania są prawdziwe:

luźny

1. Gdyby ilość składnika 1 zmniejszyć o 60 g wyznaczony plan nie pozostanie optymalny– P
2. Gdyby ilość składnika 2 zwiększyć o 5 g wyznaczony plan nie pozostanie optymalny -P
3. Gdyby ilość składnika 3 zwiększyć o 16 g wyznaczony plan nie pozostanie optymalny - P
4. Gdyby ilość składnika 3 zmniejszyć o 0,2 g wyznaczony plan pozostanie optymalny, zmieni się wartość funkcji celu i ilości karm - P
5. Gdyby ilość składnika 1 zmniejszyć o 40 g wyznaczony plan pozostanie optymalny, nie zmieni się wartość funkcji celu ani ilości karm– P

37

Raport wrażliwości narzędzia SOLVER- przykład 3- TEST

G5 =SUMA.ILOCZYNÓW(B3:D3;B5:D5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		zmienne decyzyjne								
2		x1-karma 1 [porcja]	x2-karma 2 [porcja]	x3-karma 3 [porcja]						
3		8,103448276	0,344827586	0						
4		współczynniki funkcji celu - cena zakupu porcji karmy [zł/porcję]					funkcja celu - koszt zakupu [zł]			
5		3	2	4			25			
6										
7		współczynniki lewych stron					lewe strony		prawe strony	
8		warunków ograniczających [g/porcję]								
9	składnik 1	5	6	3			42,586207	<=	100	[g]
10	składnik 2	22	5	4			180	<=	180	[g]
11	składnik 3	3	2	2			25	>=	25	[g]

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Przyrost krańcowy	Współczynnik funkcji celu	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$B$3	x1-karma 1 [porcja]	8,103448276	0	3	0	29
$C$3	x2-karma 2 [porcja]	0,344827586	0	2	1,8125	0
$D$3	x3-karma 3 [porcja]	0	2	4	1E+30	2

Warunki ograniczające

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Cena dualna	Prawa strona w. o.	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$G$11	składnik 3 lewe strony	25	1	25	15,56074766	0,454545455
$G$9	składnik 1 lewe strony	42,5862069	0	100	1E+30	57,4137931
$G$10	składnik 2 lewe strony	180	0	180	3,333333333	117,5

luźny

Minimalny koszt zakupu mieszanki:

1. Spadnie o 8,103*2zł jeśli cena zakupu porcji karmy 1 spadnie o 2 zł
2. Jeśli cena zakupu porcji karmy 1 wzrośnie o 1zł to zmieni się plan optymalny, aby uzyskać rozwiązanie należy ponownie rozwiązać zadanie optymalizacyjne z nowym zestawem cen
3. Jeśli cena zakupu porcji karmy 2 spadnie o 1 zł to zmieni się plan optymalny, aby uzyskać rozwiązanie należy ponownie rozwiązać zadanie optymalizacyjne z nowym zestawem cen
4. Jeśli cena zakupu porcji karmy 2 wzrośnie o 1 zł to koszt zakupu mieszanki wzrośnie o 0,344*1zł

38

Raport wrażliwości narzędzia SOLVER- przykład 3- TEST

G5 =SUMA.ILOCZYNÓW(B3:D3;B5:D5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		zmienne decyzyjne								
2		x1-karma 1 [porcja]	x2-karma 2 [porcja]	x3-karma 3 [porcja]						
3		8,103448276	0,344827586	0						
4		współczynniki funkcji celu - cena zakupu porcji karmy			[zł/porcję]		funkcja celu - koszt zakupu [zł]			
5		3	2	4			25			
6										
7		współczynniki lewych stron					lewe strony		prawe strony	
8		warunków ograniczających [g/porcję]								
9	składnik 1	5	6	3			42,586207	<=	100	[g]
10	składnik 2	22	5	4			180	<=	180	[g]
11	składnik 3	3	2	2			25	>=	25	[g]

6 Komórki decyzyjne

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Przyrost krańcowy	Współczynnik funkcji celu	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek
$B$3	x1-karma 1 [porcja]	8,103448276	0	3	0	29
$C$3	x2-karma 2 [porcja]	0,344827586	0	2	1,8125	0
$D$3	x3-karma 3 [porcja]	0	2	4	1E+30	2

13 Warunki ograniczające

Komórka	Nazwa	Wartość końcowa	Cena dualna	Prawa strona w. o.	Dopuszczalny wzrost	Dopuszczalny spadek	
$G$11	składnik 3 lewe strony	25	1	25	15,56074766	0,454545455	
$G$9	składnik 1 lewe strony	42,5862069	0	100	1E+30	57,4137931	luźny
$G$10	składnik 2 lewe strony	180	0	180	3,333333333	117,5	

Minimalny koszt zakupu mieszanki:

1. Jeśli cena zakupu porcji karmy 3 wzrośnie o 4 zł to nie zmieni się plan optymalny ani minimalny koszt zakupu mieszanki
2. Jeśli cena zakupu porcji karmy 3 spadnie o 3 zł to zmieni się plan optymalny, aby uzyskać rozwiązanie należy ponownie rozwiązać zadanie optymalizacyjne z nowym zestawem cen
3. Jeśli cena zakupu porcji karmy 3 spadnie o 1 zł to nie zmieni się plan optymalny ani minimalny koszt 39 zakupu mieszanki