

# Übungsblatt Ü3

## Diskrete Strukturen, PD Dr. Mohamed Barakat, WS 2015/16

Für Matrikelnummer: 355108

Abgabezeitpunkt: Di 10 Nov 2015 16:00:00 CET

Dieses Blatt wurde erstellt: Mi 04 Nov 2015 19:47:37 CET

Dieses Blatt geht in die Wertung für die Klausurzulassung ein!													
10	<p>Es seien die folgenden Mengen gegeben: <math>A := \{n \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq n \leq 10\}</math> und <math>C := \{5, 6, 7, 8\}</math>. Außerdem seien die folgenden Abbildungen gegeben:</p> <p><math>i : A \rightarrow \mathbb{Z}, n \mapsto n;</math>  <math>f : C \rightarrow A, n \mapsto n/2</math> falls <math>n</math> gerade ist und <math>n \mapsto (n-1)/2</math> falls <math>n</math> ungerade ist;  <math>g : \mathbb{Z} \rightarrow A, z \mapsto r</math>, wobei <math>z = 11q + r</math> mit <math>q, r \in \mathbb{Z}</math> und <math>0 \leq r &lt; 11</math>.</p> <p>Bei den Fragen nach Anzahlen geben Sie entweder eine Zahl oder das Wort <i>unendlich</i> ein.</p>												
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 80%;">Wieviele Elemente hat das Urbild von <math>\{2, 3\}</math> unter <math>f</math>?</td> <td style="width: 20%; border-bottom: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td>Sei <math>h = g \circ i \circ f</math>. Vieviele Elemente hat die Faser <math>h^{-1}(\{1\})</math></td> <td style="border-bottom: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td>Wieviele Elemente hat das Bild von <math>i \circ g</math>?</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td>Wieviele nicht-leere Fasern hat <math>g</math>?</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td>Welche Kompositionen sind definiert? (Alle ankreuzen!)  <b>A.</b> <math>i \circ f</math>    <b>B.</b> <math>f \circ i</math>    <b>C.</b> <math>i \circ g</math>    <b>D.</b> <math>g \circ i</math>    <b>E.</b> <math>f \circ g</math>    <b>F.</b> <math>g \circ f</math></td> <td style="vertical-align: top;"> <input type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> B / <input type="checkbox"/> C  <input type="checkbox"/> D / <input type="checkbox"/> E / <input type="checkbox"/> F </td> </tr> </table>	Wieviele Elemente hat das Urbild von $\{2, 3\}$ unter $f$ ?		Sei $h = g \circ i \circ f$ . Vieviele Elemente hat die Faser $h^{-1}(\{1\})$		Wieviele Elemente hat das Bild von $i \circ g$ ?		Wieviele nicht-leere Fasern hat $g$ ?		Welche Kompositionen sind definiert? (Alle ankreuzen!) <b>A.</b> $i \circ f$ <b>B.</b> $f \circ i$ <b>C.</b> $i \circ g$ <b>D.</b> $g \circ i$ <b>E.</b> $f \circ g$ <b>F.</b> $g \circ f$	<input type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> B / <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D / <input type="checkbox"/> E / <input type="checkbox"/> F		
Wieviele Elemente hat das Urbild von $\{2, 3\}$ unter $f$ ?													
Sei $h = g \circ i \circ f$ . Vieviele Elemente hat die Faser $h^{-1}(\{1\})$													
Wieviele Elemente hat das Bild von $i \circ g$ ?													
Wieviele nicht-leere Fasern hat $g$ ?													
Welche Kompositionen sind definiert? (Alle ankreuzen!) <b>A.</b> $i \circ f$ <b>B.</b> $f \circ i$ <b>C.</b> $i \circ g$ <b>D.</b> $g \circ i$ <b>E.</b> $f \circ g$ <b>F.</b> $g \circ f$	<input type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> B / <input type="checkbox"/> C <input type="checkbox"/> D / <input type="checkbox"/> E / <input type="checkbox"/> F												
11	<p>Es seien <math>f : A \rightarrow B</math> und <math>g : B \rightarrow C</math> beliebige Abbildungen zwischen den Mengen <math>A, B</math> und <math>C</math>. Sind die folgenden Aussagen für alle solchen Abbildungen richtig?</p>												
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 80%;">Ist <math>g \circ f</math> injektiv, so ist <math>f</math> injektiv.</td> <td style="width: 20%; text-align: right;">○ Ja / ○ Nein</td> </tr> <tr> <td>Sind <math>f</math> und <math>g</math> surjektiv, so ist <math>g \circ f</math> surjektiv.</td> <td style="text-align: right;">○ Ja / ○ Nein</td> </tr> <tr> <td>Sind <math>f</math> und <math>g</math> injektiv, so ist <math>g \circ f</math> injektiv.</td> <td style="text-align: right;">○ Ja / ○ Nein</td> </tr> <tr> <td>Ist <math>g \circ f</math> surjektiv, so ist <math>f</math> surjektiv.</td> <td style="text-align: right;">○ Ja / ○ Nein</td> </tr> <tr> <td>Ist <math>g \circ f</math> injektiv, so ist <math>g</math> injektiv.</td> <td style="text-align: right;">○ Ja / ○ Nein</td> </tr> <tr> <td>Ist <math>g \circ f</math> surjektiv, so ist <math>g</math> surjektiv.</td> <td style="text-align: right;">○ Ja / ○ Nein</td> </tr> </table>	Ist $g \circ f$ injektiv, so ist $f$ injektiv.	○ Ja / ○ Nein	Sind $f$ und $g$ surjektiv, so ist $g \circ f$ surjektiv.	○ Ja / ○ Nein	Sind $f$ und $g$ injektiv, so ist $g \circ f$ injektiv.	○ Ja / ○ Nein	Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist $f$ surjektiv.	○ Ja / ○ Nein	Ist $g \circ f$ injektiv, so ist $g$ injektiv.	○ Ja / ○ Nein	Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist $g$ surjektiv.	○ Ja / ○ Nein
Ist $g \circ f$ injektiv, so ist $f$ injektiv.	○ Ja / ○ Nein												
Sind $f$ und $g$ surjektiv, so ist $g \circ f$ surjektiv.	○ Ja / ○ Nein												
Sind $f$ und $g$ injektiv, so ist $g \circ f$ injektiv.	○ Ja / ○ Nein												
Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist $f$ surjektiv.	○ Ja / ○ Nein												
Ist $g \circ f$ injektiv, so ist $g$ injektiv.	○ Ja / ○ Nein												
Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist $g$ surjektiv.	○ Ja / ○ Nein												
12	<p>Welche der folgenden Aussagen über Relationen sind wahr?</p>												
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 80%;">Auf einer Menge mit drei Elementen gibt es genau 3 verschiedene Äquivalenzrelationen.</td> <td style="width: 20%; text-align: right;">○ Ja / ○ Nein</td> </tr> <tr> <td>Auf einer Menge mit drei Elementen gibt es genau 64 verschiedene symmetrische Relationen.</td> <td style="text-align: right;">○ Ja / ○ Nein</td> </tr> <tr> <td>Auf einer Menge mit vier Elementen gibt es genau <math>12^2</math> verschiedene reflexive Relationen.</td> <td style="text-align: right;">○ Ja / ○ Nein</td> </tr> <tr> <td>Auf einer dreielementigen Menge gibt es genau 512 verschiedene Relationen.</td> <td style="text-align: right;">○ Ja / ○ Nein</td> </tr> </table>	Auf einer Menge mit drei Elementen gibt es genau 3 verschiedene Äquivalenzrelationen.	○ Ja / ○ Nein	Auf einer Menge mit drei Elementen gibt es genau 64 verschiedene symmetrische Relationen.	○ Ja / ○ Nein	Auf einer Menge mit vier Elementen gibt es genau $12^2$ verschiedene reflexive Relationen.	○ Ja / ○ Nein	Auf einer dreielementigen Menge gibt es genau 512 verschiedene Relationen.	○ Ja / ○ Nein				
Auf einer Menge mit drei Elementen gibt es genau 3 verschiedene Äquivalenzrelationen.	○ Ja / ○ Nein												
Auf einer Menge mit drei Elementen gibt es genau 64 verschiedene symmetrische Relationen.	○ Ja / ○ Nein												
Auf einer Menge mit vier Elementen gibt es genau $12^2$ verschiedene reflexive Relationen.	○ Ja / ○ Nein												
Auf einer dreielementigen Menge gibt es genau 512 verschiedene Relationen.	○ Ja / ○ Nein												
13	<p>Diese Fragen beziehen sich auf die untenstehende schriftliche Aufgabe. Bestimmen Sie zuerst die Formeln aus der schriftlichen Aufgabe und berechnen Sie dann damit die geforderten Anzahlen.</p>												
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 80%;">Die Anzahl verschiedener Relationen auf <u>6</u>, die reflexiv und antisymmetrisch sind.</td> <td style="width: 20%; border-bottom: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td>Die Anzahl verschiedener Relationen auf <u>11</u>, die symmetrisch und antisymmetrisch sind.</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td>Die Anzahl verschiedener Relationen auf <u>6</u>, die antisymmetrisch sind.</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;"></td> </tr> </table>	Die Anzahl verschiedener Relationen auf <u>6</u> , die reflexiv und antisymmetrisch sind.		Die Anzahl verschiedener Relationen auf <u>11</u> , die symmetrisch und antisymmetrisch sind.		Die Anzahl verschiedener Relationen auf <u>6</u> , die antisymmetrisch sind.							
Die Anzahl verschiedener Relationen auf <u>6</u> , die reflexiv und antisymmetrisch sind.													
Die Anzahl verschiedener Relationen auf <u>11</u> , die symmetrisch und antisymmetrisch sind.													
Die Anzahl verschiedener Relationen auf <u>6</u> , die antisymmetrisch sind.													

	Die Anzahl verschiedener Relationen auf $\{t, u, v\}$ , die reflexiv, symmetrisch und antisymmetrisch sind.	_____
	Die Anzahl verschiedener Relationen auf $4$ , die eine Totalordnung sind.	_____
Die folgenden schriftlich zu bearbeitenden Aufgaben werden nicht abgegeben, korrigiert oder bewertet.		
14	<p>Bestimmen Sie eine Formel für die Anzahl der verschiedenen</p> <p>(a) Relationen auf <math>n</math>.</p> <p>(b) reflexiven Relationen auf <math>n</math>.</p> <p>(c) antireflexiven Relationen auf <math>n</math>.</p> <p>(d) symmetrischen Relationen auf <math>n</math>.</p> <p>(e) Relationen auf <math>n</math>, die reflexiv und symmetrisch sind.</p> <p>(f) antisymmetrischen Relationen auf <math>n</math>.</p> <p>(g) Relationen auf <math>n</math>, die reflexiv und antisymmetrisch sind.</p> <p>(h) Relationen auf <math>n</math>, die symmetrisch und antisymmetrisch sind.</p> <p>(i) Relationen auf <math>n</math>, die reflexiv, symmetrisch und antisymmetrisch sind.</p> <p>(j) Totalordnungen auf <math>n</math>.</p>	