

**Ivo M. Kostić**

**RADIOTEHNIKA**  
**Riješeni zadaci**

**2010./11.**

## Uvodne napomene

Numerički rezultat za određeni tehnički problem predstavlja sponu između teorije i inženjerske prakse. U tom smislu treba posmatrati i ovu verziju dokumenta koji ima radni naslov: Radiotehnika-riješeni zadaci.

Ponuđeni skup zadataka, zajedno sa primjerima datim na predavanjima, treba da omogući studentu da neposredno sagleda praktični smisao teorijskih/koncepcijskih analiza koje izučava u okviru predmeta Radiotehnika.

Skup riješenih zadataka, u cjelini, namijenjen je za časove računskih vježbi i osnova je za završni ispit. Preporučuje se korisniku da posebnu pažnju obrati na *Napomene* i *Komentare* i da postupi po *Sugestijama* datim uz pojedine zadatke.

Pošto su unapred raspoloživa kompletna rešenja za zadatke koji su predmet računskih vježbi, namjera je da časovi računskih vježbi postanu kreativni dio nastavnog procesa (tj. da osnovna aktivnost bude detaljna analiza i diskusija problema i varijanti rešenja) umjesto klasičnog pristupa gdje se, zbog ograničenog raspoloživog vremena, vježbe dominantno svode na reproduktivni rad – prepisivanje sa table. Da bi se pomenuta namjera na najbolji način realizovala neophodno je da se student pripremi za čas vježbi, tj. da se prethodno upozna sa zadacima koji će biti razmatrati na času i da bude spreman da participira u odgovarajućim analizama i diskusijama.

Ivo Kostić

## **SADRŽAJ**

- 1. SELEKTIVNA KOLA, KOLA ZA PRILAGOĐAVANJE IMPEDANSE, ULAZNO KOLO PRIJEMNIKA 4**
- 2. RF POJAČAVAČI ZA MALE SIGNALE 37**
- 3. MJEŠAČI – VARIJANTE I PRIMJENE 55**
- 4. OSCILATORI, FAZNA PETLJA, SINTEZATORI 63**
- 5. RF POJAČAVAČI SNAGE 84**

## SELEKTIVNA KOLA, KOLA ZA PRILAGOĐAVANJE IMPEDANSE, ULAZNO KOLO PRIJEMNIKA

### ZADATAK 1.1

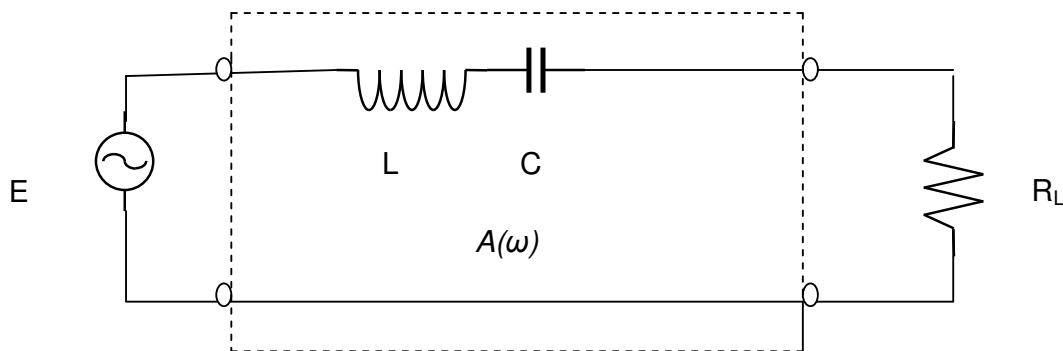
Izvor čija je unutrašnja otpornost približno jednaka nuli generiše signal čija je srednja frekvencija 5MHz, a širina korisnog dijela spektra je 100kHz. U namjeri da se oslabe nepoželjne spektralne komponente, napr. harmonijske, za spregu izvora i 50-omskog opterećenja treba koristiti odgovarajuće serijsko oscilatorno kolo. Smatrati da su LC komponente razmatranog kola savršene (bez gubitaka).

(a) Odrediti elemente odgovarajućeg oscilatornog kola.

(b) Odrediti slabljenje (u decibelima) 5-og harmonika u odnosu na nivo korisnog signala na opterećenju.

### Rešenje

Razmatramo kolo dato na sledećoj slici



(a) Imajući u vidu osobine serijskog oscilatornog kola i oznake sa slike, pišemo

$$B = \frac{\omega_0}{Q} = \omega_0^2 R_L C = \frac{R_L}{L}$$

pa je

$$L = \frac{R_L}{B} = \frac{50}{2\pi \cdot 10^5} = 79.6 \mu H$$

$$C = \frac{1}{L\omega_0^2} = 12.7 pF$$

**Napomena:** U računu nijesmo eksplicitno koristili podatak o srednjoj frekvenciji. Međutim, taj podatak smo implicitno iskoristili u definicionom izrazu za širinu propusnog opsega ( $B$ ). Provjeri:  $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC}) = 5\text{MHz}$ .

(b) Po uslovu iz formulacije zadatka treba da nađemo:

$$20\log \frac{|A(n\omega_0)|}{|A(\omega_0)|}$$

gdje je  $\omega_0$ - rezonantna frekvencija,  $A(\omega)$  prenosni faktor oscilatornog kola pri frekvenciji  $\omega$ , a  $n$ - cijeli broj. Na osnovu teorije o oscilatornim kolima znamo da je

$$|A(\omega_0)| = 1$$

$$|A(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

Ako je  $\omega = n \omega_0$  imamo

$$|A(n\omega_0)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{n\omega_0}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{n\omega_0} \right)^2}} \approx \frac{n}{Q(n^2 - 1)}$$

jer je  $Q \gg 1$  i  $n > 1$ .

Za razmatrano kolo je

$$Q = \frac{f_0}{B} = 50$$

pa je

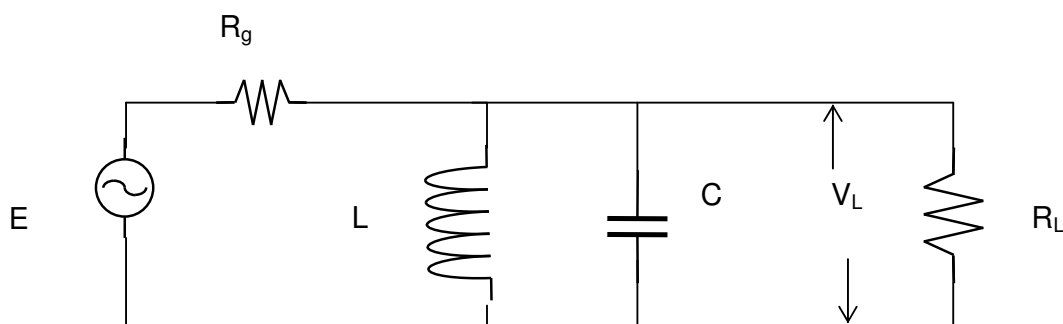
$$20\log \frac{n}{Q(n^2 - 1)} = 20\log \frac{5}{50 \cdot (5^2 - 1)} = -47.6\text{dB}$$

## ZADATAK 1.2

Projektovati prosto paralelno oscilatorno kolo čiji 3dB propusni opseg treba da iznosi 10MHz. Rezonantna frekvencija treba da je 100MHz. Unutrašnja otpornost generatora i opteretna otpornost jednake su i iznose po 1000 oma. Q-faktor kabela je 85. Koliko slabljenje unosi posmatrano selektivno kolo?

### Rešenje

Razmatramo kolo dato na sledećoj slici



Q faktor kola je

$$Q = \frac{f_0}{B} = \frac{100}{10} = 10$$

Ekvivalentna paralelna otpornost kabela je

$$R_{kp} \hat{=} \omega_0 L Q_k \equiv X_p Q_k$$

gdje je  $Q_k$  faktor dobrote kabela. Ekvivalentna paralelna otpornost LC kola je  $R_{ekv.p} = R_g \parallel R_{kp} \parallel R_L$ , tj.

$$R_{ekv.p} = \frac{500 R_{kp}}{500 + R_{kp}}$$

Reaktansa posmatranog kola je

$$X_p = \frac{R_{ekv.p}}{Q}$$

pa je

$$10 X_p = \frac{500 R_{kp}}{500 + R_{kp}}$$

Sada imamo sistem od dvije jednačine:

$$R_{kp} = X_p Q_k$$

$$10X_p = \frac{500R_{kp}}{500 + R_{kp}}$$

Rešenja su:  $X_p=44.1\Omega$  i  $R_{kp}=3.75k\Omega$ , pa je

$$L = \frac{X_p}{\omega_0} = 70nH$$

$$C = \frac{1}{\omega_0 X_p} = 30pF$$

Odnos ulaznog i izlaznog napona je:

$$\frac{V_L}{E} = \frac{R_L \parallel R_{kp}}{R_L \parallel R_{kp} + R_g} = 0.44$$

Kada u razmatranom kolu nema LC komponenti biće

$$\frac{V_L}{E} = \frac{R_L}{R_L + R_g} = 0.5$$

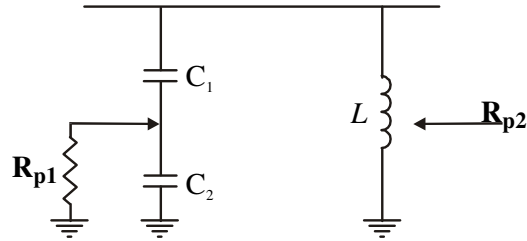
Dakle, uneseno slabljenje je

$$20 \log \frac{V_L}{V_L} = 20 \log \frac{0.44}{0.5} = 1.1dB$$

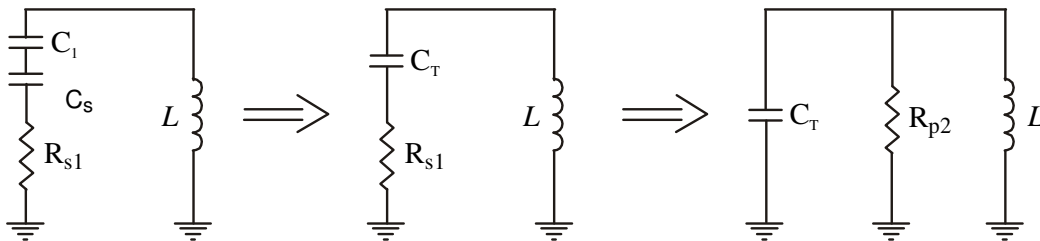
Uneseno slabljenje posledica je nesavršenosti kalema.

### ZADATAK 1.3

Neka je  $\omega_0$  rezonantna frekvencija za mrežu datu na slici. Na frekvenciji  $\omega = \omega_0$  odrediti transformacioni odnos ( $N^2 \triangleq R_{p2} / R_{p1}$ ). Treba smatrati da je Q faktor  $R_{p1} \parallel C_2$  kao i Q faktor kompletnog kola veći od 10.



### Rešenje



Imajući u vidu činjenicu da je Q faktor  $R_{p1} \parallel C_2$  veći od 10 biće

$$C_s \approx C_2, \quad C_T \triangleq \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

a

$$R_{s1} \triangleq \frac{X_1^2}{R_{p1}} = \frac{1}{R_{p1}} \left( \frac{1}{\omega C_2} \right)^2$$

Slično, primjenom serijsko-paralelne konverzije za  $R_{s1} \parallel C_T$  (vodeći računa da je Q faktor kompletnog kola  $> 10$ ) biće:

$$\begin{aligned} R_{p2} &= \frac{X_2^2}{R_{s1}} = \frac{1}{R_{s1}} \left( \frac{1}{\omega C_T} \right)^2 = \\ &= R_{p1} (\omega C_2)^2 \left( \frac{1}{\omega C_T} \right)^2 = R_{p1} \left( \frac{C_2}{C_T} \right)^2 \\ &= R_{p1} \left[ \frac{C_2}{C_1 C_2} (C_1 + C_2) \right]^2 = R_{p1} \left( \frac{C_1 + C_2}{C_1} \right)^2 \end{aligned}$$

ili



$$\frac{R_{p2}}{R_{p1}} = N^2 = \left( \frac{C_1 + C_2}{C_1} \right)^2 \Rightarrow N = \frac{C_1 + C_2}{C_1}$$

**Napomena:**

1. Razmatrano kolo je varijanta paralelnog oscilatornog kola sa odvodom na kondenzatoru. Zbog očiglednih razloga, u literaturi i u praksi, ovo kolo poznato je pod nazivom .kapacitivni transformator. Transformacione osobine kola od praktičnog su interesa ako je  $C_2 \geq C_1$ .

2. Kapacitivni transformator je uskopojasni sklop!

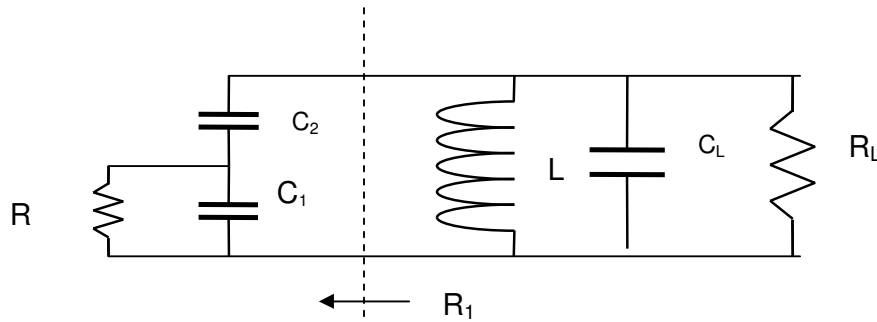
3. Generalno, paralelno-serijske i serijsko-paralelne konverzije RC- i RL-mreža striktno vrijede za jednu frekvenciju. To je sasvim razumljivo, jer se u odgovarajućem analitičkom postupku radi sa Q faktorom koji je uvijek definisan za jednu frekvenciju. U praksi se pomenute konverzije aproksimativno razmatraju kao uskopojasne, tj. prihvatljive su u opsegu frekvencija oko nominalne frekvencije na kojoj je izvršena konverzija. Uz ovu napomenu pomenute konverzije imaju vrlo široku praktičnu primjenu.

### ZADATAK 1.4

Koristeći kapacitivni transformator prilagoditi  $50\Omega$  na  $5k\Omega$  u paraleli sa  $2pF$  na frekvenciji  $100MHz$ . Širina propusnog opsega prilagodnog kola treba da bude  $5MHz$ .

#### Rešenje

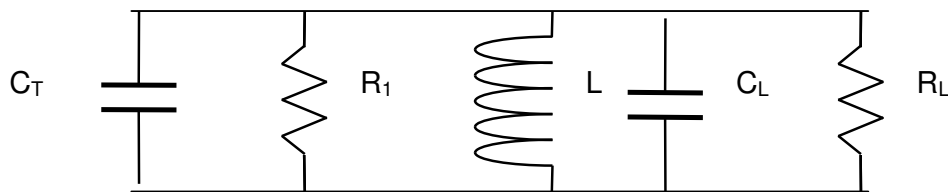
Razmatramo kolo prikazano na sledećoj slici



Problem rešavamo u dva koraka. U prvom koraku, pomoću kapacitivnog transformatora, transformišemo  $R=50\Omega$  na  $R_1=5k\Omega$ :

$$R_1 = R \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right)^2 \Rightarrow 5 \cdot 10^3 = 50 \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right)^2 \Rightarrow C_1 = 9C_2$$

U drugom koraku izračunavamo elemente ekvivalentnog kola sa naredne slike



Ovdje je

$$Q = \frac{f_0}{B} = \frac{100}{5} = 20$$

Sa druge strane je

$$Q = \frac{R_d}{\omega_0 L}$$

gdje je  $R_d = R_1 \parallel R_L = 2.5k\Omega$ , pa je

$$L = \frac{2500}{20 \cdot 2\pi \cdot 10^8} = 200nH$$

Iz

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow C = 12.67 pF$$

gdje je  $C=C_T+C_L$ , pa je

$$C_T = 12.67 - 2 = 10.67 pF$$

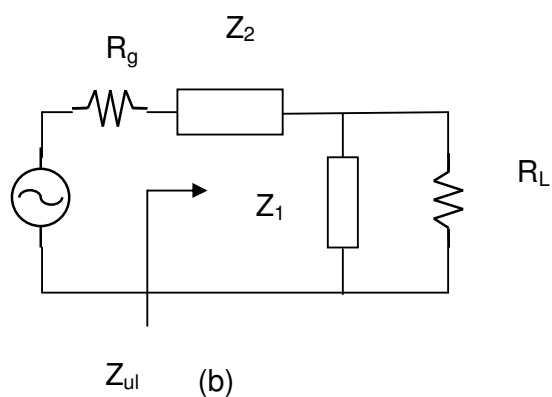
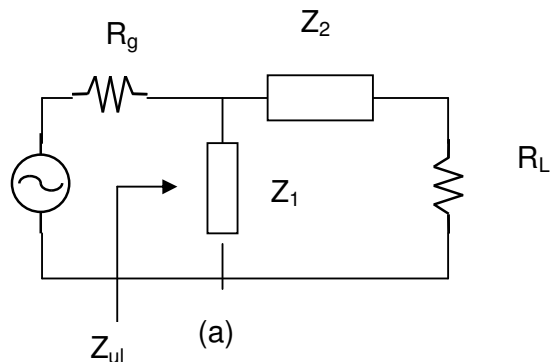
$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3C_2 \cdot C_2}{3C_2 + C_2} \Rightarrow C_T = \frac{9}{10} C_2 \Rightarrow C_2 = 11.86 pF$$

$$C_1 = 9C_2 = 106.7 pF$$

**Napomena:** U prvom koraku opredijelili smo se za transformaciju  $R=50\Omega$  na  $R_1=5k\Omega$ . Zašto je  $R_1=5k\Omega$ ? U principu, mogli smo se opredijeliti za neku drugu vrijednost. Međutim, pošto je  $R_L=5k\Omega$ , a  $R_1 \parallel R_L$ , navedeno opredeljenje je najjednostavnije.

### ZADATAK 1.5

Na slici su prikazane dvije L-ćelije. Pod uslovom da uneseno slabljenje bude najmanje, za obje mreže (ćelije) odrediti uslove za prilagođenje  $R_L$  na  $R_g$ . U oba slučaja definisati elemente mreže i širinu propusnog opsega.



### Rešenje

Prvo, da bi uneseno slabljenje prilagodne mreže bilo minimalno treba da su  $Z_1$  i  $Z_2$  bez gubitaka, tj.  $Z_1=jX_1$ ,  $Z_2=jX_2$ .

Drugo, u uslovima prilagođenja je

$$Z_{ul} = Z_g^* \Rightarrow Z_{ul} \equiv R_g$$

Za kolo sa slike (a) je

$$Z_{ul} = \frac{Z_1(Z_2 + R_L)}{Z_1 + Z_2 + R_L}$$

a za kolo sa slike (b) je

$$Z_{ul} = Z_2 + \frac{Z_1 R_L}{Z_1 + R_L}$$

Izamjenom  $Z_1=jX_1$  i  $Z_2=jX_2$ , pa potom izjednačavajući realni dio ulazne impedanse sa  $R_g$ , a imaginarni dio sa nulom dobijamo:

(a)

$$Q \hat{=} \sqrt{\frac{R_g}{R_L} - 1} \quad \text{pri } R_g > R_L$$
$$X_1 = \frac{\pm R_g Q}{\frac{R_g}{R_L} - 1} = \pm \frac{R_g}{Q}$$
$$X_2 = \mp R_L Q$$

(b)

$$Q \hat{=} \sqrt{\frac{R_L}{R_g} - 1} \quad \text{pri } R_L > R_g$$
$$X_1 = \frac{\pm R_L Q}{\frac{R_L}{R_g} - 1} = \pm \frac{R_L}{Q}$$
$$X_2 = \mp R_g Q$$

Na osnovu rezultata pod (a) i (b) konstatujemo da:

- ako je  $R_g \neq R_L$  tada  $X_1$  i  $X_2$  moraju biti reaktanse sa suprotnim znakom, pa proizilazi da postoje četiri varijante L-ćelije (dvije niskopropusne i dvije visokopropusne);
- ako je  $R_g = R_L$  tada je  $Q=0$ ,  $X_1 \rightarrow \infty$ ,  $X_2=0$ .

Propusni opseg kola određen je Q faktorom serijske grane, pa je:

(a)

$$Q_{ser} = \frac{X_2}{R_L} \equiv Q$$

(b)

$$Q_{ser} = \frac{X_2}{R_g} \equiv Q$$

Dakle, u svakom slučaju, propusni opseg je:

$$B = \frac{f_0}{Q}$$

**Napomena:** U principu, prilagođenje se može riješiti i sa L-ćelijom na bazi rezistivnih komponenti. Međutim, takvo rešenje unosi velike gubitke i obesmišljava energetska efikasnost zbog koje se, pored ostalog, prilagođenje primjenjuje. U nekim primjenama, napr. u mjernoj tehnici pomenuto rešenje je prihvatljivo. Rezistivna L-ćelija je širokopojasna.

**Sugestija:** Proračunati elemente rezistivne L-ćelije.

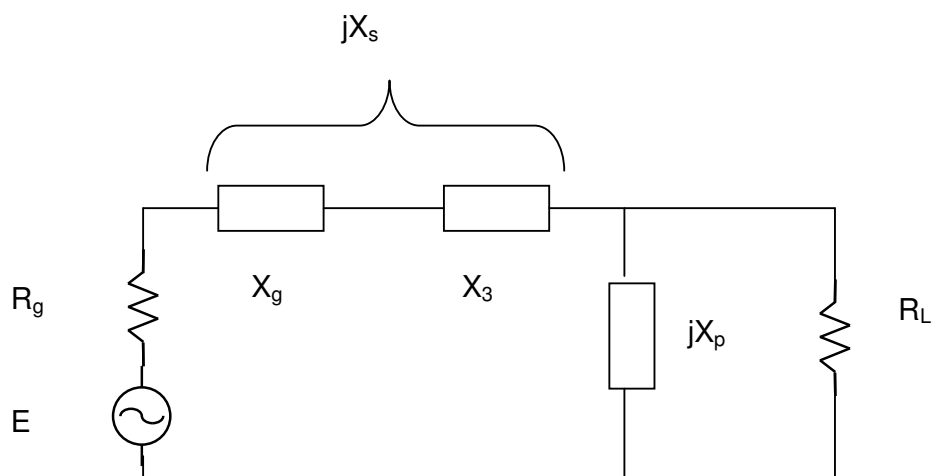
### ZADATAK 1.6

Poznato je da se optimalni prenos snage iz izvora na potrošač ostvaruje pri  $Z_g = Z_L^*$ . Neka je  $Z_g = (50 + j10) \Omega$ ,  $Z_L = R_L = 75 \Omega$ . Inženjer A smatra da se optimalni prenos može ostvariti dodavanjem na red sa izvorom otpornika od  $25 \Omega$  i reaktanse  $-j10 \Omega$ . Inženjer B smatra da prilagođenje treba riješiti primjenom L-ćelije.

- Odrediti elemente mreže za rešenja koje sugerise inženjer B.
- Uporediti oba rešenja na bazi poređenja snaga na opterećenju.

### Rešenje

- Rešenje problema na bazi L-ćelije (predlog inženjera B) svodi se na šemu datu na sledećoj slici

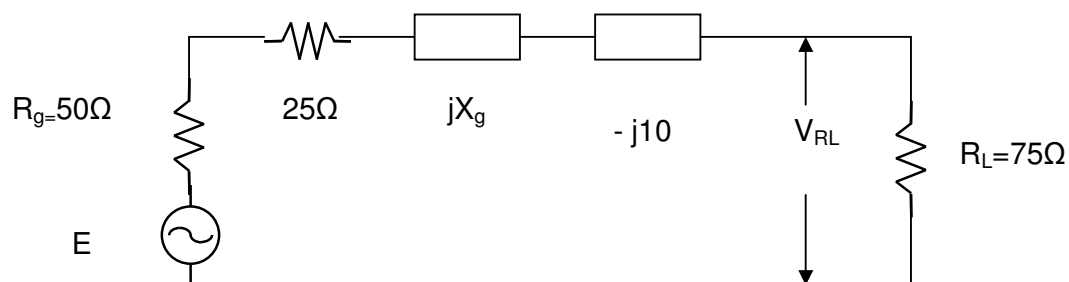


$$Q = \sqrt{\frac{R_L}{R_g} - 1} = \sqrt{\frac{75}{50} - 1} = 0.707$$

$$X_3 = X_s - X_g = 50 \cdot 0.707 - 10 = 25.35 \Omega$$

$$X_p = -\frac{R_L}{Q} = \frac{75}{0.707} = -106.1 \Omega$$

- Saglasno predlogu inženjera A razmatramo sledeću šemu



Za slučaj razmatran pod (b) snaga na opterećenju je

$$P_o^A = \frac{V_{RL}^2}{R_L}$$
$$V_{RL} = E \frac{75}{2 \cdot 75} = \frac{E}{2}$$
$$P_o^A = \frac{E^2}{4R_{RL}}$$

Za slučaj razmatran pod (a) snaga na opterećenju je

$$P_o^B = \frac{E^2}{4R_g}$$

jer LC kolo ne unosi gubitke, tj. snaga iz prilagođenog generatora jednaka je snazi na opterećenju  $R_L$ .

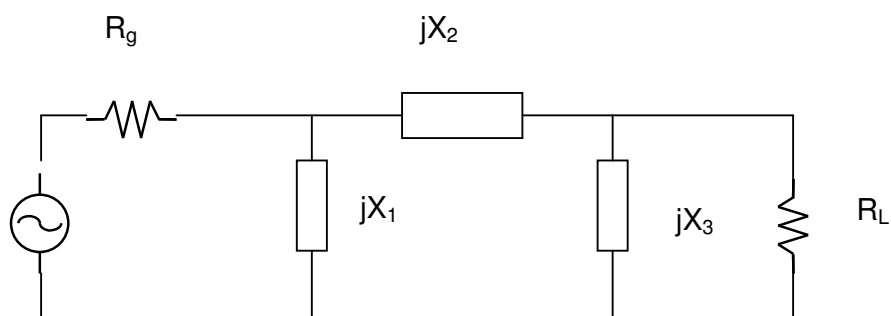
Dakle,

$$\frac{P_o^B}{P_o^A} = \frac{R_L}{R_g} = \frac{75}{50} = 1.5 \text{ (1.76dB)}$$

Očigledno, inženjer A predložio je loše rešenje, jer je u kolo za prilagođenje unio dodatne gubitke (otpornik  $25\Omega$ ). Zbog toga, predlog inženjera A daje 1.76dB manju snagu na opterećenju u odnosu na snagu koja se dobija kada se prilagođenje vrši po predlogu inženjera B.

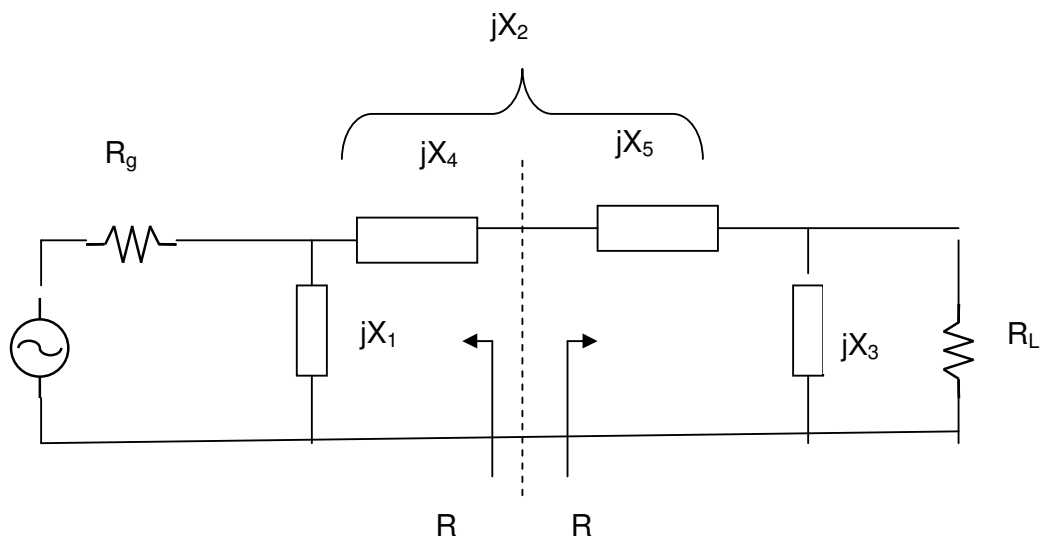
### ZADATAK 1.7

Na slici je prikazana  $\pi$ - mreža. Definirati elemente mreža pod uslovom da je  $R_L$  prilagođeno na  $R_g$ .



### Rešenje

Pogodno je da razmatranu šemu predstavimo u obliku dvije *back-to-back* vezane L-ćelije (vidi sliku niže). Na mjestu presjeka je virtualna otpornost  $R$ . Uvođenje ove otpornosti je u funkciji pojednostavljenja rešenja problema. Naime, lijevo i desno od isprekidane linije prepoznajemo L-ćelije.



Da bi problem dalje razmatrali po pravilu koji važi za L-ćeliju treba da je:

$$R < R_L \text{ i } R < R_g$$

tj.

$$R < R_{\min}, \quad R_{\min} \hat{=} \min(R_g, R_L)$$

Za L-ćeliju na strani generatora je:

$$Q_g = \sqrt{\frac{R_g}{R} - 1}$$



Za L-čeliju na strani opterećenja je:

$$Q_L = \sqrt{\frac{R_L}{R} - 1}$$

Širinu propusnog opsega posmatrane kaskade diktira dio mreže (L-čelija) sa većim Q faktorom, pa je Q faktor kaskade (tj. Q faktor polazne  $\pi$ -šeme):

$$Q \hat{=} \sqrt{\frac{R_{\max}}{R} - 1}, \quad R_{\max} \hat{=} \max(R_g, R_L)$$

Prema tome, pri zadatom Q je

$$R = \frac{R_{\max}}{Q^2 + 1}$$

Sada je

$$Q_g = \sqrt{\frac{R_g}{R_{\max}}(Q^2 + 1) - 1}, \quad Q_L = \sqrt{\frac{R_L}{R_{\max}}(Q^2 + 1) - 1}$$

Uvijek je jedan od navedenih Q faktora jednak Q.

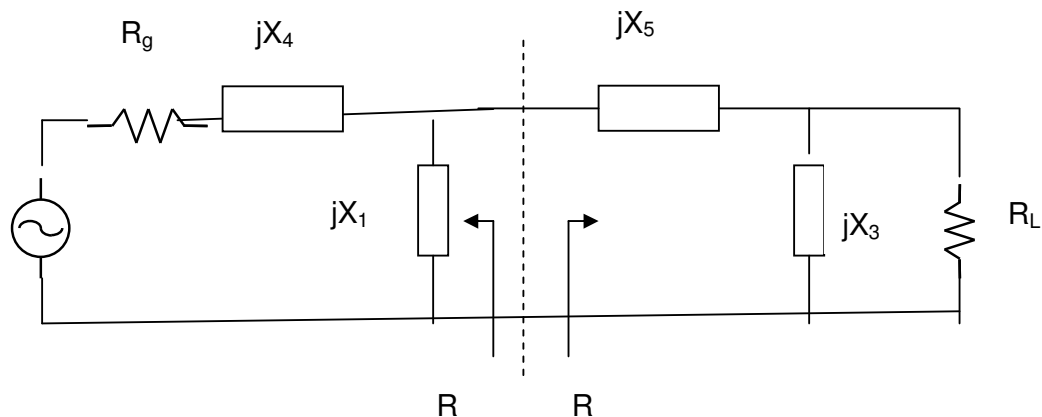
Dalje se postupak svodi na izračunavanje elemenata za L-čeliju prema generatoru i izračunavanje elemenata za L-čelije prema opterećenju. Tako se direktno izračunavaju  $X_1$  i  $X_3$ , a  $X_2 = X_4 + X_5$ .

**Komentar:** Ako bi prilagođenje  $R_L$  na  $R_g$  realizovali sa pojedinačnom L-čelijom njen Q faktor bio bi  $Q_{\min}$ . Pošto je  $Q > Q_{\min}$  znači da  $\pi$ -mreža, pri istim uslovima prilagođenja ima uži propusni opseg nego odgovarajuća L-čelija.

### ZADATAK 1.8

Razmotrimo rednu vezu dvije L-ćelije. Utvrditi uslove pri kojima data mreža ima širi propusni opseg od pojedinačne L-ćelije.

**Rešenje**



Prvo, zbog razloga vezanih za prilagođenje ima smisla razmatrati datu rednu vezu L-ćelija ako je otpornost na mjestu spoja R. Očigledno, pošto se radi o L-ćelijama virtuelna otpornost  $R$  treba da zadovoljava uslov  $R_L > R > R_g$ .

Za L-ćeliju na strani generatora je

$$Q_g = \sqrt{\frac{R}{R_g} - 1}$$

Za L-ćeliju na strani opterećenja je

$$Q_L = \sqrt{\frac{R_L}{R} - 1}$$

Dakle, možemo izabrati bilo koje  $R$  iz opsega  $R_L > R > R_g$  i ostvariti širi propusni opseg od onog koje bi pri zadatim transformacionim uslovima ostvarili sa pojedinačnom L-ćelijom. Međutim, ako izaberemo

$$R \hat{=} R_{opt} = \sqrt{R_g R_L}$$

dobićemo najmanji Q faktor mreže, tj. najširi propusni opseg, pa je

$$Q_{opt} \hat{=} \sqrt{\frac{R_{opt}}{R_g} - 1} = \sqrt{\frac{R_L}{R_{opt}} - 1}$$

Širina propusnog opsega kaskade je

$$B = \frac{f_0}{Q_{opt}}$$

Primjera radi razmotrimo slučaj kada je  $R_g=50\Omega$ ,  $R_L=200\Omega$ .  
Sa jednom L-ćelijom imali bi

$$Q \cong \sqrt{\frac{200}{50} - 1} = 1.73$$

Ako serijski vežemo dvije ćelije imamo

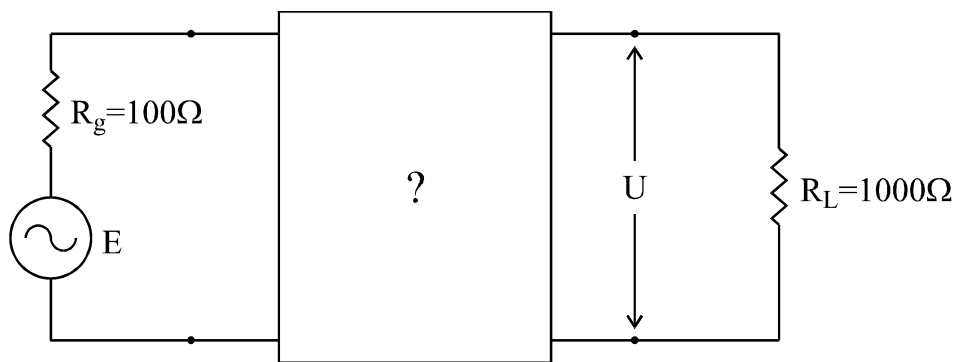
$$R_{opt} = \sqrt{50 \cdot 200} = 100$$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{100}{50} - 1} = 1$$

Očigledno,  $Q_{opt} < Q$ , tj. kaskada posmatranih L-ćelija ima širi propusni opseg od pojedinačne L-ćelije.

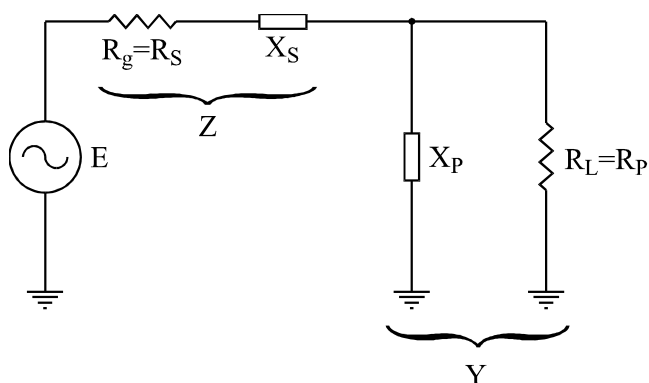
### ZADATAK 1.9

Definisati prilagodno kolo sa slike. Odrediti vrijednosti elemenata visokopropusnog prilagodnog kola na  $f=100\text{MHz}$  i odrediti  $U/E$ . Napon generatora je  $E=10\text{V}$ .



### Rešenje

Pošto nema dodatnih ograničenja najjednostavnije je da se problem riješi pomoću L-ćelije. Paralelna grana L-ćelije stavlja se na stranu veće otpornosti. Struktura odgovarajućeg prilagodnog kola data je na sledećoj slici (indeksi s i p uvedeni su da asociraju na serijsku i paralelnu granu respektivno)



U uslovima prilagođenja treba da je  $Y = \frac{1}{Z^*}$ .

$$Y = \frac{1}{R_s + jX_s} = \frac{R_s - jX_s}{R_s^2 + X_s^2}$$

$$\text{Im}\{Y\} = \frac{X_s}{R_s^2 + X_s^2} \hat{=} \frac{1}{X_p} \Rightarrow X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s}$$

$$\text{Re}\{Y\} = \frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2} \hat{=} \frac{1}{R_p} \Rightarrow X_s = R_p R_s - R_s^2$$

$$Q_p \hat{=} \frac{R_p}{X_p} = \frac{R_p X_s}{R_s^2 + X_s^2}$$

i

$$Q_s \hat{=} \frac{X_s}{R_s} \Rightarrow X_s = R_s Q_s$$

pa je

$$Q_p = \frac{R_p X_s}{R_s^2 + X_s^2} = \frac{R_p X_s}{R_s^2 + (R_s R_p - R_s^2)} = \frac{X_s}{R_s} \equiv Q_s \hat{=} Q$$

Dalje,

$$Q = \frac{R_p Q R_s}{R_s^2 + Q^2 R_s^2} \Rightarrow 1 + Q^2 = \frac{R_p}{R_s} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1} = 3$$

jer je  $R_s=R_g=100\Omega$ ,  $R_p=R_L=1000\Omega$ . Sa ovim je

$$X_s = Q R_g = 300\Omega \quad X_p = \frac{R_L}{Q} = 333\Omega$$

Postoje sledeće varijante rešenja:  $X_s$  induktivno,  $X_p$  kapacitivno (niskopropusna L-ćelija);  $X_s$  kapacitivno,  $X_p$  induktivno (visokopropusna L-ćelija).

Dalje razmatramo slučaj kada je  $X_p$  - induktivno, a  $X_s$  - kapacitivno, pa je

$$L = \frac{X_s}{\omega} = 477nH \quad C = \frac{1}{\omega X_p} = 4,8pF .$$

Szirom da su L i C bez gubitaka, snaga  $E^2/4R_g$  raspoloživa je iz generatora predaje se opterećenju  $R_L$ , pa važi

$$\frac{E^2}{4R_g} = \frac{U^2}{R_L} \Rightarrow \frac{U}{E} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_L}{R_g}} = \frac{1}{2} 3.16 (3.97dB)$$

**Komentar:** Kada ne bi postojalo prilagodno kolo između  $R_g$  i  $R_L$  koeficijent refleksije bio bi

$$\Gamma = \frac{R_g - R_L}{R_g + R_L} = \frac{100 - 1000}{100 + 1000} = -0.818 \quad (VSWR = 15.48)$$

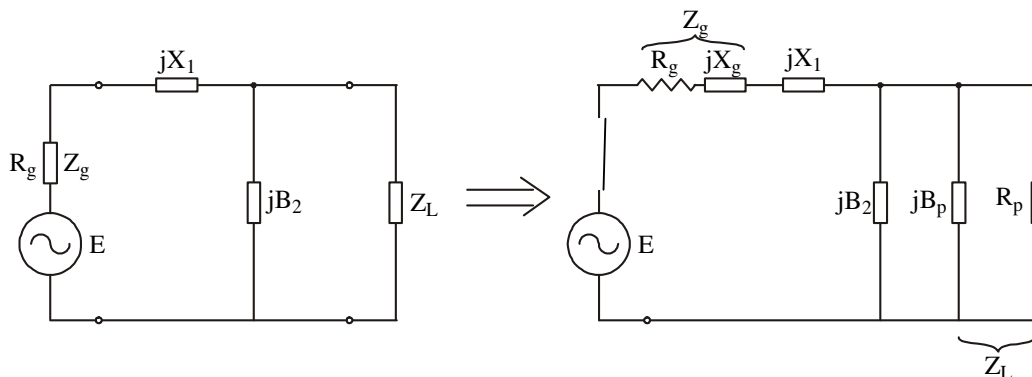
U tom slučaju je

$$\frac{P_{RL}}{P_g} = 1 - |\Gamma|^2 = 0.33 \quad (-4.8dB)$$

### ZADATAK 1.10

Impedansa generatora je  $Z_g = (50 + j25)\Omega$ , a impedansa opterećenja je  $Z_L = (200 - j50)\Omega$ . Prilagođenje realizovati na frekvenciji  $900\text{MHz}$ . Definirati elemente relativno najjednostavnijeg prilagodnog kola za ovu namjenu.

### Rešenje



$$Z_g : \quad R_g = \text{Re}[Z_g] = 50\Omega$$
$$L_g = \frac{\text{Im}[Z_g]}{2\pi f} = 4,421\text{nH}$$

$$Z_p : \quad Q_L = \frac{\text{Im}[Z_L]}{\text{Re}[Z_L]} = 0,25$$
$$R_p = \text{Re}[Z_L](1 + Q_L^2) = 212,5\Omega$$
$$C_p = \frac{Q_L}{2\pi f R_p} = 0,208\text{pF}$$

Dalji tok sinteze prilagodnog kola svodi se na prilagođenje  $R_p$  na  $R_g$ ,  $L_g$  apsorbuje se u rednu granu, a  $C_p$  se apsorbuje u paralelnu granu prilagodnog kola.

Po proceduri za proračun L-ćelije imamo:

$$Q = \sqrt{\frac{R_p}{R_g} - 1} = \sqrt{\frac{212,5}{50} - 1} = 1,8028$$

$$L_1 = \frac{QR_g}{2\pi f} = 15,94\text{nH}$$

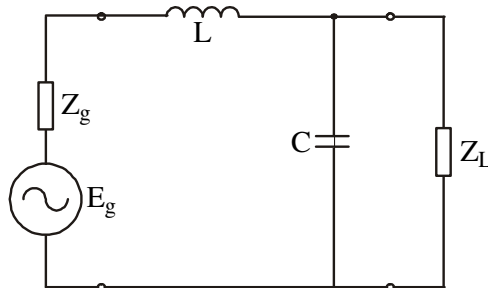
$$C_2 = \frac{Q}{2\pi f R_p} = 1,5\text{pF}$$

Konačne vrijednosti elemenata prilagodnog kola su:

$$L = L_1 - L_g = 15,94 - 4,421 = 11,519 \text{ nH}$$

$$C = C_2 - C_p = 1,5 - 0,208 = 1,292 \text{ pF}$$

Dakle, konačna šema za traženo prilagodno kolo data je na sledećoj slici



Relativna širina opsega je:

$$\frac{B}{f_0} = \frac{1}{Q} = \frac{1}{1,8028} = 0,55 \Rightarrow [55\%]$$

Razmatrana L-ćelija (kao i L-ćelija uopšte) je relativno širokopojasni sklop.

**Sugestija:**

1. Koristeći MATLAB nacrtati transfer funkciju razmatranog kola i to u opsegu od 0Hz do 2GHz.
2. Nacrtati dijagram koeficijenta refleksije na strani generatora.
3. Neka su L i C raspoloživi sa tolerancijom  $\pm 5\%$ . Razmotriti slučajeve:
  - (a) L i C odstupaju od nominalne vrijednosti za  $-5\%$ ,
  - (b) L i C odstupaju od nominalne vrijednosti za  $+5\%$ .
 Za oba slučaja izračunati koeficijent refleksije i VSWR na ulazu.  
 (*Uputstvo:* za navedene slučajeve izračunati odgovarajuće ulazne impedanse. Potom, izračunati koeficijente refleksije i odgovarajuće VSWR-ove.)
4. Neka su L i C komponente nesavršene. Razmotriti gubitke koje unosi prilagodno kolo u tom slučaju.  
 (*Uputstvo:* izračunati ulaznu impedansu kola; naći koeficijent refleksije; izračunati odnos snage na opterećenju i snage na ulazu prilagodne mreže)

### ZADATAK 1.11

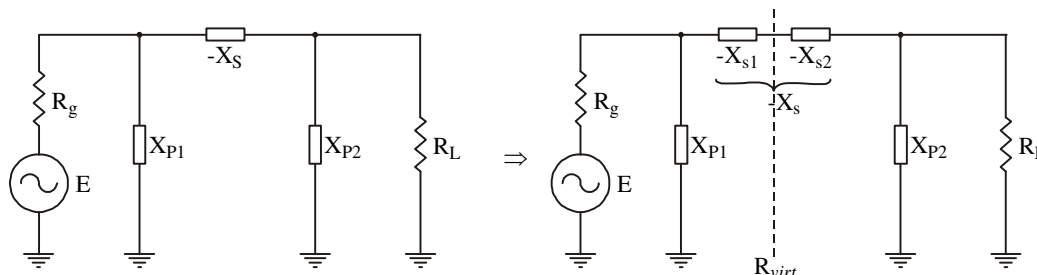
Definisati uskopojasno kolo za prilagođenje  $R_g = 100\Omega$  na  $R_L = 1000\Omega$ .

Relativna širina propusnog opsega treba da iznosi  $\approx 7\%$  na  $f = 100\text{MHz}$ .

#### Rešenje

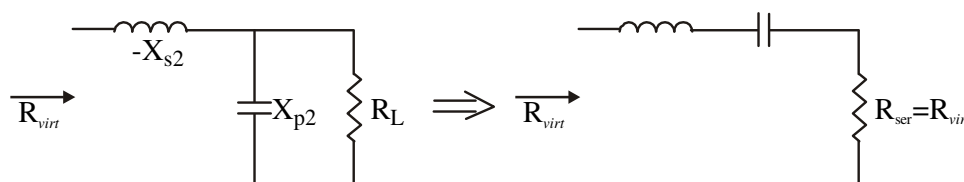
Pošto se radi o uskopojasnom prilagodnom kolu rešenje treba tražiti u realizaciji odgovarajuće  $\pi$ -ćelije. Formalnom primjenom poznate procedure za projektovanje  $\pi$ -ćelije možemo doći do rešenja.

No, pretpostavimo da se ne sjećamo odgovarajućih formula za proračun  $\pi$ -ćelije, pa ćemo ovaj konkretni problem rešavati korak po korak koristeći sledeću sliku



Radi preglednosti dalju analizu radimo za slučaj kada su: reaktanse  $X_{p1}$ ,  $X_{p2}$  kapacitivne, a reaktansa  $X_s$  je induktivna.

Za L-ćeliju prema opterećenju je



$$\frac{(-jX_{p2})R_L}{-jX_{p2} + R_L} = \frac{-jX_{p2}R_L(jX_{p2} + R_L)}{X_{p2}^2 + R_L^2} = \frac{-jX_{p2}R_L^2}{X_{p2}^2 + R_L^2} + \frac{X_{p2}^2 R_L}{X_{p2}^2 + R_L^2}$$

$$R_{virt} \triangleq \frac{X_{p2}^2 R_L}{X_{p2}^2 + R_L^2} = \frac{R_L}{1 + \left(\frac{R_L}{X_{p2}}\right)^2} = \frac{R_L}{1 + Q^2}$$

Sada možemo fiksirati  $R_{virt}$  i naći  $Q$  ili biramo  $Q$  i izračunavamo  $R_{virt}$ . Zbog uslova postavljenog u formulaciji zadatka biramo ovaj drugi slučaj, pa je

$$\frac{B}{f_0} = 7\% \Rightarrow Q = 15$$

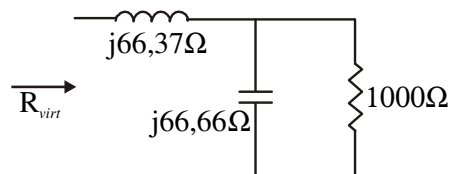


$$R_{virt} = \frac{R_L}{1+15^2} = \frac{1000}{226} = 4,42\Omega$$

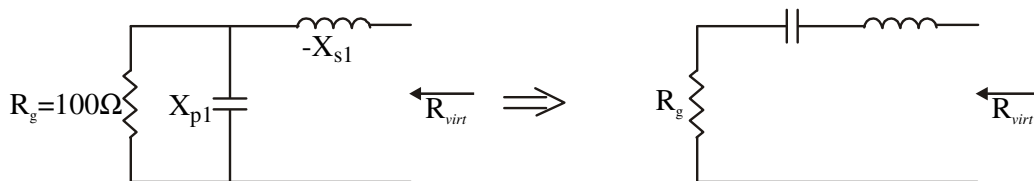
Za L-ćeliju je:

$$\frac{R_L}{X_{p2}} = Q \Rightarrow X_{p2} = \frac{R_L}{Q} = \frac{1000}{15} = 66,6\Omega$$

$$\frac{X_{s2}}{R_{virt}} = Q \Rightarrow X_{s2} = QR_{virt} = 15 \cdot 4,42 = 66,4\Omega$$



Za L-ćeliju sa strane generatora imamo:



Na sličan način kao ranije nalazimo da je

$$\frac{R_g}{Q_1^2 + 1} = R_{virt}$$

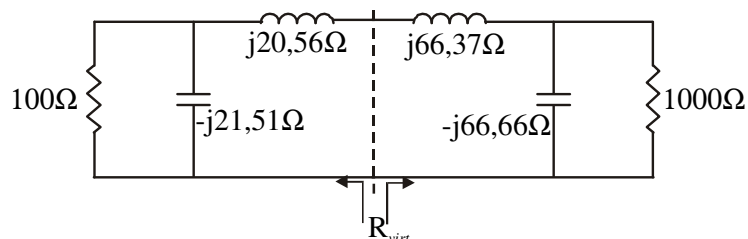
pa je

$$Q_1 = \sqrt{\frac{100}{4,42}} - 1 = 4,64$$

$$X_{p1} = \frac{100}{4,64} = 21,51\Omega$$

$$X_{s1} = Q_1 R_{ser} = Q_1 R_{virt} = 4,64 \cdot 4,42 = 20,56\Omega$$

Sa ovim je



Induktivnost u seriskoj grani je:

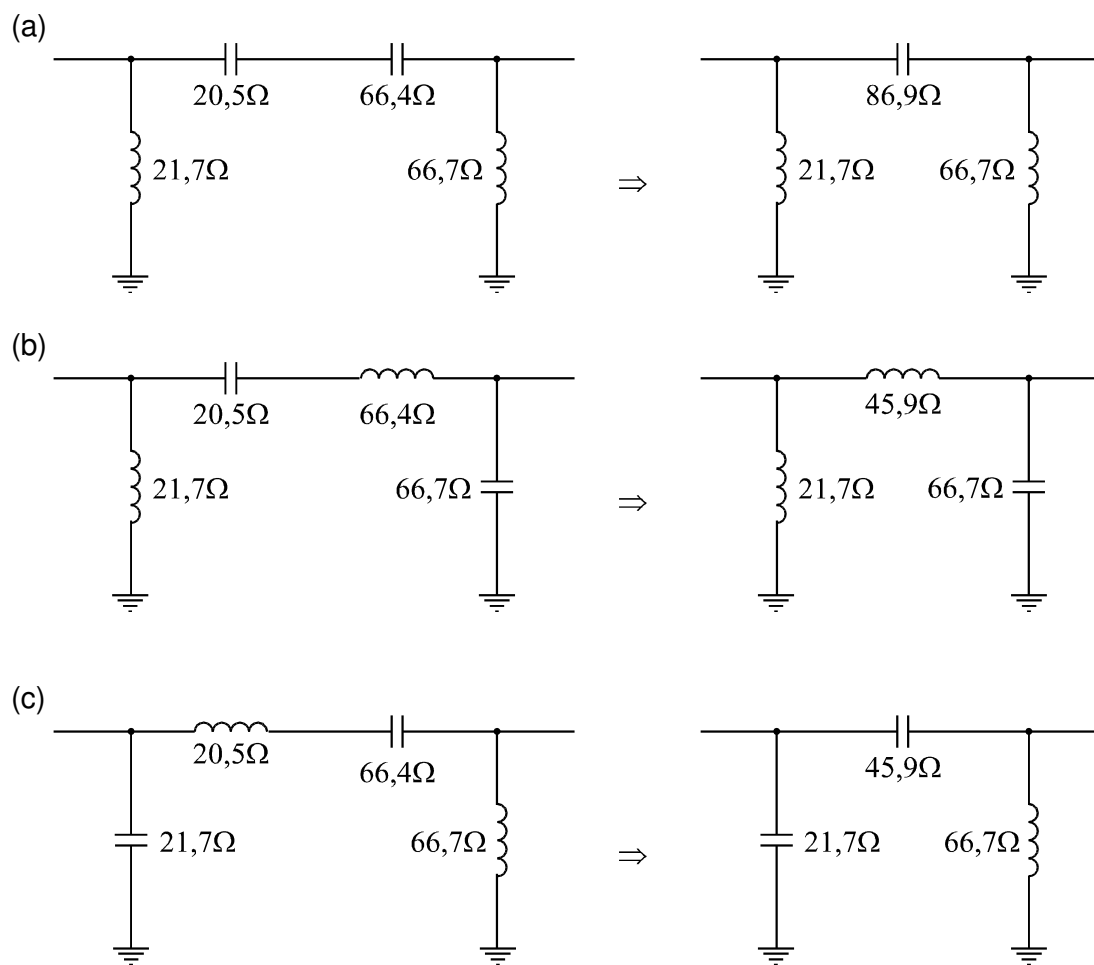
$$L = \frac{86,93}{2\pi 10^8}$$

Vrijednosti za kondenzatore u paralelnim granama su:

$$C_1 = \frac{1}{2\pi 10^8 21,51}$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi 10^8 66,66}$$

Moguće alternativne realizacije su:



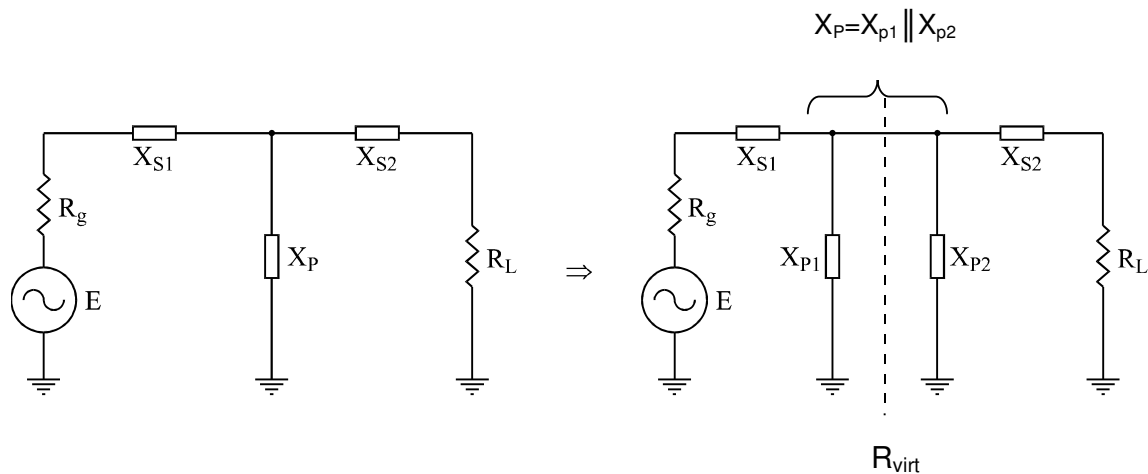
Sa praktične tačke gledišta alternativne realizacije veoma su važne, jer omogućavaju fleksibilnost u pogledu izbora pogodnih vrijednosti za L i C komponente. U praksi nijesu pogodne vrlo male kao ni vrlo velike vrijednosti za L i za C. Male vrijednosti nijesu pogodne jer su uporedive sa parazitnim vrijednostima induktiviteta i/ili kapaciteta, a velike su nepraktične zbog fizičkih dimenzija L i C komponenti.

### ZADATAK 1.12

Definisati elemente T-mreže za prilagođenje  $10\Omega$  na  $50\Omega$ . Q-faktor kola treba da je 10.

#### Rešenje

Problem se može riješiti transformacijom T-mreže u dvije *back-to-back* vezane L-ćelije (vidi sliku niže). Na mjestu presjeka je virtualna otpornost  $R_{virt}$ .



Vodeći računa o osobini L-ćelije mora biti:

$$R_{virt} = R_g \quad (\text{ako je } R_g > R_L) \quad \text{ili} \quad R_{virt} = R_L \quad (\text{ako je } R_L > R_g)$$

Ovdje je (slično kao u proceduri za  $\pi$ -ćeliju):

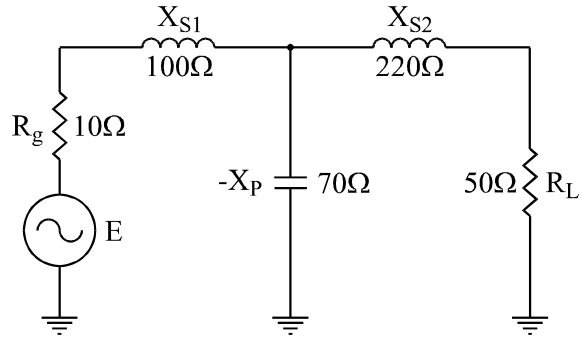
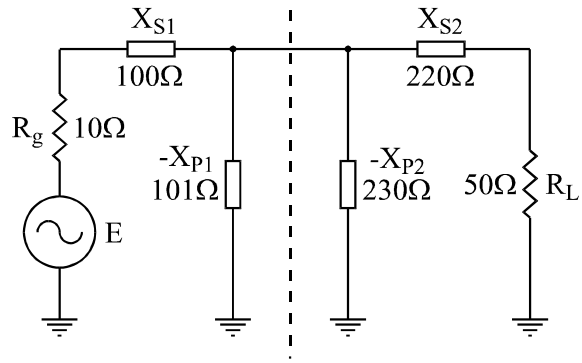
$$Q \approx \sqrt{\frac{R_{virt}}{R_{\min}}} - 1, \quad R_{\min} = \min[R_g, R_L], \quad \text{pa je } R_{virt} \approx (Q^2 + 1)R_{\min} = 1010\Omega.$$

Za L-ćeliju prema generatoru je:

$$X_{s1} = QR_g = 100\Omega, \quad X_{p1} = \frac{R_{virt}}{Q} = 101\Omega$$

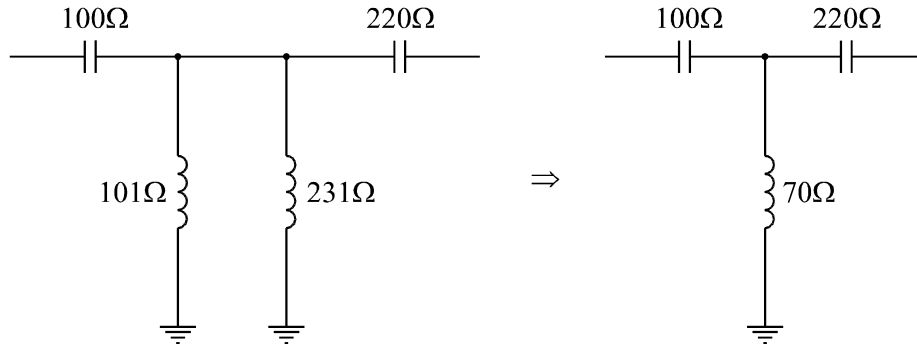
Za L-ćeliju prema opterećenju je:

$$Q = \sqrt{\frac{R_{virt}}{R_L}} - 1 = 4,4 \quad X_{p2} = \frac{R_{virt}}{Q_s} = 231\Omega \quad X_{s2} = Q_s R_L = 220\Omega$$

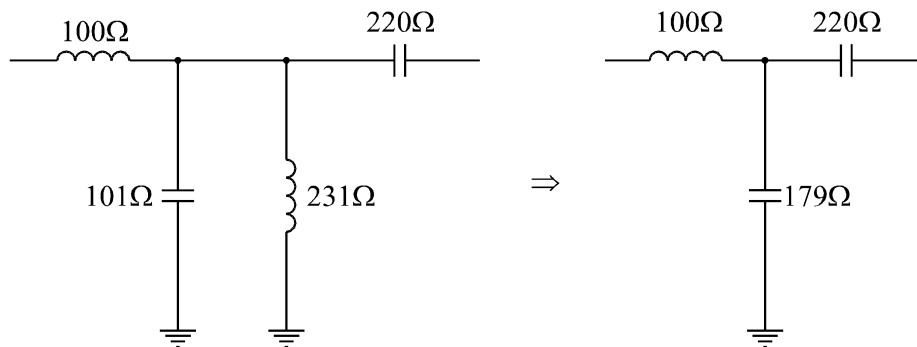


Alternativne realizacije su:

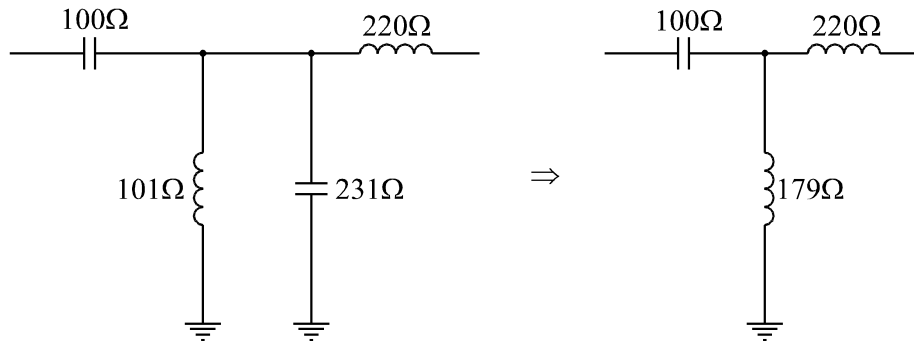
(a)



(b)

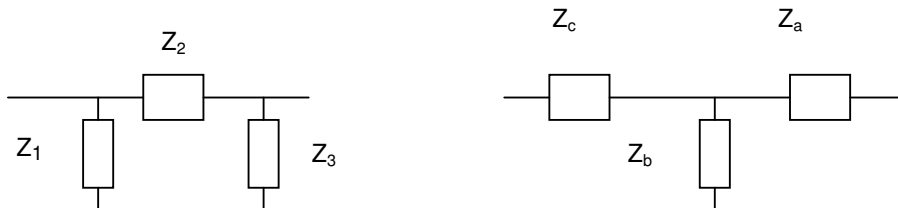


(c)



**Napomena:**

1. Pri datim zahtjevima u pogledu prilagođenja, T – šema je, kao i  $\pi$ - šema, relativno uskopojasna u odnosu na odgovarajuću L-čeliju koja ima samo jedan stepen slobode (pri datom  $R_g$  i  $R_L$ , Q faktor je automatski određen, tj. ne može se birati). Dakle, T – šema i  $\pi$ - šema mogu da riješe isti problem definisan na bazi zadatih vrijednosti  $R_g$ ,  $R_L$  i Q. Obije mreže zahtijevaju tri komponente. Pri ovakvoj konstataciji, na prvi pogled logično je pitanje zašto se ne opredijelimo bilo za  $\pi$ - ili za T –šemu. Da li je u pitanju samo akademski formalizam? Ne. U pitanju je fleksibilnost u pogledu izbora vrijednosti L i C komponenti sa kojima se zadati problem može riješiti. Naime, komponente za odgovarajuću T – i  $\pi$ -šemu su različite, a opredijelićemo se za mrežu koja sa praktične tačke gledišta ima povoljnije vrijednosti L i C komponenta.
2. Elementi T- mreže mogu se naći i koristeći opštu transformaciju  $\pi$  – u T-mrežu

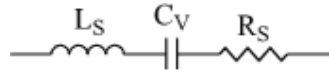


$$Z_a = \frac{Z_2 Z_3}{U}, Z_b = \frac{Z_3 Z_1}{U}, Z_c = \frac{Z_1 Z_2}{U}, \text{ gdje je } U = Z_1 + Z_2 + Z_3$$

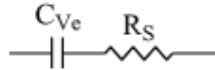
**Sugestija:** Riješiti zadatak koristeći  $\pi$ -šemu.

### ZADATAK 1.13

Ekvivalentna šema varikap diode može se predstaviti kao na slici



$L_S$  je paraziti inuktivitet uvodnika,  $C_V$  je nominalna kapacitivnost varikap diode, i  $R_S$  je otpornost gubitaka. Pogodno je datu ekvivalentnu šemu zamijeniti sa šemom u kojoj je paraziti inuktivitet apsorbovan u kapacitivnost diode. U tom slučaju ekvivalentna šema diode je



(a) Izračunati efektivnu kapacitivnost varikap diode  $C_{Ve}$  i faktor dobrote varikap diode  $Q_V$ .

(b) Odrediti vezu između  $Q_V$  i faktora dorote diode,  $Q$ , pri  $L_S=0$ .

#### Rešenje

(a) Da bi date šeme bile međusobno ekvivalentne treba da je:

$$\omega L_S - \frac{1}{\omega C_V} = -\frac{1}{\omega C_{Ve}}$$

pa je

$$C_{Ve} = \frac{C_V}{1 - \omega^2 L_S C_V} = \frac{C_V}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$$

gdje je

$$f_0 \hat{=} \frac{1}{2\pi\sqrt{L_S C_V}}$$

rezonantna frekvencija varikap diode.

$Q$  faktor varikap diode je

$$Q_V = \frac{1}{\omega_0 R_S C_{Ve}}$$

(b) Za diodu bez uvodnika  $L_S=0$ ,  $C_V=C_{Ve}$ , pa je

$$Q = \frac{1}{\omega_0 R_S C_V}$$

Sa ovim je

$$Q_V = Q \left[ 1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 \right].$$

Pri  $f \ll f_0 \Rightarrow Q_V \approx Q$ . Dakle, radna frekvencija varikap diode treba da je znatno ispod rezonantne frekvencije. Uostalom, kao što je poznato, isto pravilo vrijedi i za pasivne RLC komponente.

### ZADATAK 1.14

Raspolažemo sa varikap diodom za koju je  $C_V(3)/C_V(30) = 2,65$ ,  $C_V(3) = 40\text{pF}$  (broj u zagradi odnosi se na polarizacioni napon diode i dat je u voltima) . Na osnovu deklaracije proizvođača  $Q$  faktor ove diode iznosi 150. Rezonantna frekvencija diode je 100MHz pri polarizacionom naponu 3V.

- (a) Odrediti eksponent  $\alpha$  za datu varikap diodu
- (b) Odrediti kapacitivnost i ekvivalentnu paralelnu otpornost ove diode pri polarizacionom naponu 3V.

*Pomoć: Kapacitivnost varikap diode definisana je izrazom:*

$$C_V(V) = C_V(0) / (1 + V / \phi_V)^\alpha, \quad \phi_V = 0.7V$$

#### Rešenje

(a) Opšti izraz za kapacitivnost varikap diode je:

$$C_V(V) = \frac{C_V(0)}{\left[1 + \frac{V}{\phi_V}\right]^\alpha}, \quad \phi_V = 0.7V$$

Po uslovu zadatka je

$$\frac{C_V(3)}{C_V(30)} = \frac{\left(1 + \frac{30}{0,7}\right)^\alpha}{\left(1 + \frac{3}{0,7}\right)^\alpha} = 2,65 \Rightarrow \alpha = 0,46$$

(b) Sada je

$$C_V(0) = C_V(3) \left[1 + \frac{3}{0,7}\right]^{0,46} = 86\text{pF}$$

Faktor dobrote diode je

$$Q = \frac{1}{\omega_0 C_V R_s} \Rightarrow R_s = 0.123\Omega$$

Da bi izračunali  $R_p$  treba da transformišemo serijsku vezu  $R_s$ - $C_s$  u paralelnu vezu  $R_p \parallel C_V$ . Dakle,

$$R_p = R_s (Q^2 + 1) \approx R_s Q^2 = \frac{Q^2}{\omega C_V Q} = 2.77\text{k}\Omega$$

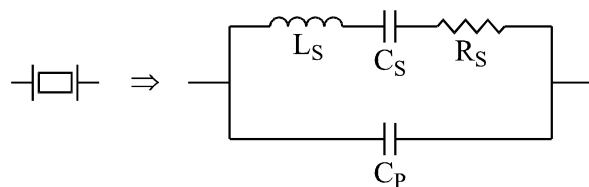
$$C_V(3) \approx C_V = 40\text{pF}$$

Dakle, pri polarizacionom naponu od 3V, razmatrana varikap dioda može se predstaviti kao paralelna veza 40pF i 2.77kΩ.

**Sugestija:** Imajući u vidu rezultate dobijene u ovom zadatku razmotriti efekte vezivanja dvije ili više varikap dioda u paralelu i to pri frekvenciji koja je znatno niža od rezonantne frekvencije varikap diode. Što je dobro, a što je loše u slučaju kada paralelno vezane diode predstavljaju dio oscilatornog kola?

### ZADATAK 1.15

Ekvivalentna šema kristalnog rezonatora data je na slici



$$C_s = 30 \text{ fF} \quad R_s = 5,3 \Omega \quad L_s = 8,4 \text{ mH} \quad C_p = 6 \text{ pF}$$

Maksimalna dopuštena disipacija na kristalu je 1mW. Odrediti frekvenciju osnovne serijske i paralelne rezonancije i maksimalnu dopuštenu struju kroz kristal.

#### Rešenje

Osnovna serijska rezonantna frekvencija je:

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_s C_s}} = 10,026 \text{ MHz}$$

Osnovna paralelna rezonantna frekvencija dobija se iz uslova:

$$-j \frac{1}{\omega_p L_s - \frac{1}{\omega_p C_s}} + j\omega_p C_p = 0$$

pa je

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s \frac{C_s C_p}{C_s + C_p}}} = f_s \sqrt{1 + \frac{C_s}{C_p}} = 10,051 \text{ MHz}$$

Maksimalna disipacija na kristalu je

$$P_d = R_s I_{\max}^2 \Rightarrow I_{\max} = \sqrt{\frac{P_d}{R_s}} = 13,7 \text{ mA}$$

#### Komentar:

1. Ukoliko je snaga disipacije na kristalu veća to je proces starenja kristala brži i s tim u vezi, tokom vremena ubrzano se povećava odstupanje frekvencije od nominalne vrijednosti. Uobičajeno je da se zbog ovog razloga, u oscilatorima, snaga na kristalu ograničava na oko 50μW. Takođe, ne dozvoljava se da kristal bude na jednosmjernom naponu, pa se zato odvajaju odgovarajućim kondenzatorom.

2. Frekvencije  $f_s$  i  $f_p$  mijenjaju se i sa promjenom temperature ambijenta. Kvantitativni iznos promjene (u odnosu na vrijednost pri standardnoj temperaturi) zavisi od vrste reza razmatranog kristalnog rezonatora. Promjena frekvencije izražava se u  $\text{ppm}^\circ\text{C}$  i obično je reda  $1\text{ppm}^\circ\text{C}$  ( $\text{ppm}$ - parts per million).



### ZADATAK 1.16

Faktor šuma prijemnika iznosi 8dB. Širina propusnog opsega ulaznog kola prijemnika iznosi 1MHz, a širina propusnog opsega na ulazu demodulatora iznosi 5kHz. Minimalna zahtijevana vrijednost odnosa signal-šum na ulazu u demodulatora treba da je 12dB. Odrediti osjetljivost ovog prijemnika (u dBm) pri standardnoj temperaturi ( $T_0=290K$ ). Treba smatrati da su svi potsklopovi u prijemnom traktu međusobno impedantno prilagođeni.

### Rešenje

Prvo, po uslovu zadatka, treba da izračunamo snagu šuma na ulazu u demodulator. Drugim riječima, interesuje nas snaga šuma u propusnom opsegu od 5kHz. Prijemni trakt je kompletno prilagođen. U tom slučaju spektralna gustina snage je  $kT_0$ , pa je snaga šuma

$$P_n (dBm) = 10 \log(kT_0 B f_r)$$

gdje je  $k$ - Boltzmann-ova konstanta ( $1.38 \cdot 10^{-23} W \cdot \text{sec}/K$ ),  $T_0 = 290K$ ,  $B=5kHz$ ,  $f_r$  – brojna vrijednost faktora šuma prijemnika. Dakle,

$$\begin{aligned} P_n (dBm) &= 10 \log(kT_0) + 10 \log B + 10 \log f_r \\ &= -174 dBm + 40 + 8 \\ &= -126 dBm \end{aligned}$$

Osjetljivost prijemnika (tj. minimalna ulazna snaga koja daje zahtijevanu vrijednost odnosa signal-šum (SNR) na ulazu u demodulator) je

$$\begin{aligned} P_{ul.min} (dBm) &= SNR(dB) + P_n (dBm) \\ &= 12 + (-126) \\ &= -114 dBm \end{aligned}$$

### Napomena :

1. Boltzmann-ova konstanta uobičajeno se specificira u  $[J/K]$ . Radi preglednosti i radi lakše kontrole dimenzija u rezultatu, u ovom priručniku koristimo dimenzije  $[W \cdot \text{sec}/K]$ , jer je  $J=W \cdot \text{sec}$ .

2. U tekstu zadatka nije eksplicitno navedeno da li je propusni opseg 3-decibelski ili je u pitanju šumni propusni opseg. Striktno posmatrano, za izračunavanje snage šuma neophodan je podatak o širini šumnog propusnog opsega. U praksi su, uglavnom, pomenute širine propusnog opsega približno jednake (vidi predavanja), pa se posebno ne naglašava o kojoj se širini propusnog opsega radi. Sa druge strane, u praksi, širina propusnog opsega uvijek je vezana za određene filtracione karakteristike. Dakle, u praksi se uglavnom radi s o 3-decibelskoj širini propusnog opsega.

### ZADATAK 1.17

Ulazni pojačavač prijemnika priključen je na antenu preko koaksijalnog kabla. Pojačanje ulaznog pojačavača iznosi 15dB. Širina propusnog opsega pojačavača iznosi 100MHz. Temperatura šuma pojačavača iznosi 150K. Slabljenje koaksijalnog voda iznosi 2dB. Temperatura ambijenta za sve komponente je 300K. Izvršeno je prilagođenje između antene, voda i pojačavača.

(c) Izračunati faktor šuma na izlazu pojačavača

(d) Koliki je faktor šuma ako je pojačavač direktno spojen na antenu.

### Rešenje

(a) Brojna vrijednost slabljenja koaksijalnog voda je

$$L \cong 10^{2/10} = 1.58$$

Pošto je temperatura ambijenta (T) različita od standardne temperature ( $T_0$ ), brojna vrijednost faktora šuma koaksijalnog voda je

$$\begin{aligned} f_v &\cong 1 + (L-1) \frac{T}{T_0} \\ &= 1 + (1.58-1) \frac{300}{290} \\ &= 1.6(2.04dB) \end{aligned}$$

Faktor šuma na izlazu pojačavača je

$$\begin{aligned} f_1 &\cong f_v + \frac{1}{G_v} (f_p - 1) \\ &= 1.6 + 1.58 \left( \left( 1 + \frac{150}{290} \right) - 1 \right) \\ &= 2.42(3.84dB) \end{aligned}$$

gdje je  $1/G_v = L = 1.58$ .

(b) Ako je pojačavač direktno spojen na antenu tada je faktor šuma jednak faktoru šuma pojačavača, tj.

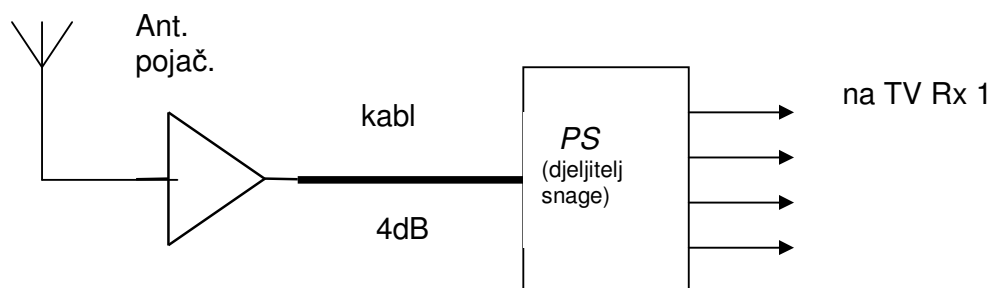
$$f_2 \equiv f_p = 1 + \frac{T_e}{T_0} = 1.52(1.81dB)$$

**Komentar:** Očigledno,  $f_2 < f_1$ , što je formalno posmatrano pogodno, ali nije i praktično. Naime, zbog smješaja antene na otvorenom istaknutom mjestu kabl je neophodan. Moguće rešenje je da se pojačavač postavi uz antenu (što podrazumijeva i realizovanje odgovarajućeg rešenje za jednosmjerno napajanje pojačavača), a kabl da se koristi od pojačavača do ulaza u preostali dio prijemnika. Izračunajte faktor šuma za ovaj scenario.

### ZADATAK 1.18

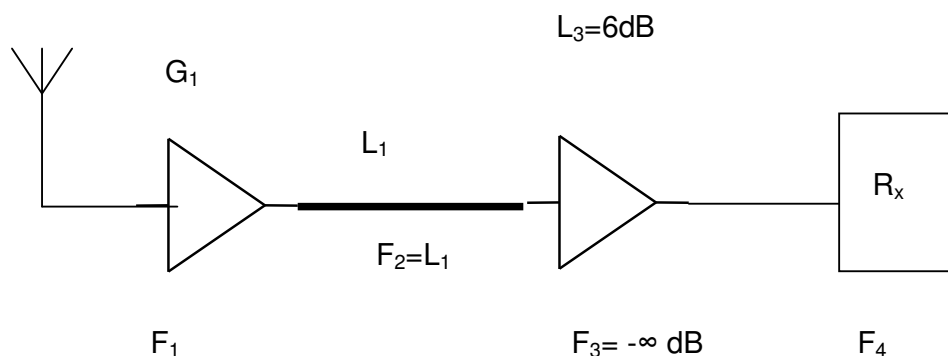
Na slici je data blok šema sistema za distribuciju TV signala iz zajedničke antene. Distribucija se vrši na 4 prijemnika. Kabl koji povezuje antenski pojačavač i djelitelj snage unosi slabljenje od 4dB. Smatramo da djelitelj snage ne unosi gubitke. Antenski pojačavača i TV prijemnik imaju istu vrijednost faktora šuma (6dB) pri standardnoj temperaturi ambijenta (290K). Treba odrediti:

- pojačanje tako da ukupni factor šuma razmatranog sistema bude  $\leq 8\text{dB}$ ,
- minimalni nivo prijemnog signala za koji je SNR na ulazu demodulatora TV prijemnika  $\geq 55\text{dB}$ . Širina propusnog opsega TV prijemnika na međufrekvenciji iznosi 5.5MHz.



### Rešenje

Sva četiri prijemnika su ravnopravna, pa je potrebno i dovoljno analizirati tražene uslove za jedan od njih. Odgovarajući model za analizu dat je na sledećoj slici



gdje je

$$F_1, F_4 = 6\text{dB} \text{ (num. vrijednost: } f_1 = f_4 = 4)$$

$$F_{tot} = 8\text{dB} \text{ (num.vrijednost } f_{tot} = 6.31)$$

$$L_1 = 4\text{dB} \text{ (num.vrijednost } l_1 = 2.51)$$

(a) Numerička vrijednost ukupnog faktora šuma je:

$$\begin{aligned}
 f_{tot} &= f_1 + \frac{f_2 - 1}{g_1} + \frac{f_3 - 1}{g_1 g_2} + \frac{f_4 - 1}{g_1 g_2 g_3} \\
 &= f_1 + \frac{l_1 - 1}{g_1} + \frac{0 - 1}{g_1} l_1 + \frac{f_4 - 1}{g_1} l_1 l_3 \\
 g_1 &= \frac{(f_4 - 1) l_1 l_3 - 1}{f_{tot} - f_1} = \frac{(4 - 1) \cdot 2.51 \cdot 4 - 1}{6.31 - 4} = 12.606 \quad (G_1 = 11dB)
 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}
 f_{tot} = \frac{S_{in} / N_{in}}{S_{out} / N_{out}} = \frac{S_{in} / kT_0 B}{10^{55/10}} \Rightarrow S_{in} &= 6.31 \cdot 10^{5.5} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 290 \cdot 5.5 \cdot 10^6 \text{ (W)} \\
 10 \log \frac{S_{in}}{1mW} &= -43.57dBm
 \end{aligned}$$

**Sugestija:**

Ponoviti analizu:

(a) za slučaj da temperatura ambijenta za ulazni pojačavač i za kabl iznosi  $-20^\circ\text{C}$ , a za ostale elemente sistema temperatura ambijenta je  $+17^\circ\text{C}$  (290K).

(b) za slučaj da temperatura ambijenta za ulazni pojačavač i za kabl iznosi  $+50^\circ\text{C}$ , a za ostale elemente sistema temperatura ambijenta je  $+17^\circ\text{C}$  (290K).

**Napomena:**

Faktor šuma pri temperaturi  $T_a$  različitoj od standardne ( $T_0=290\text{K}$ ) je

$$f_1 = 1 + (f_0 - 1) \frac{T_a}{T_0}$$

gdje je  $f_0$  brojna vrijednost faktora šuma pri  $T_a = T_0$ .

## RF POJAČAVAČI ZA MALE SIGNALE

### ZADATAK 2.1

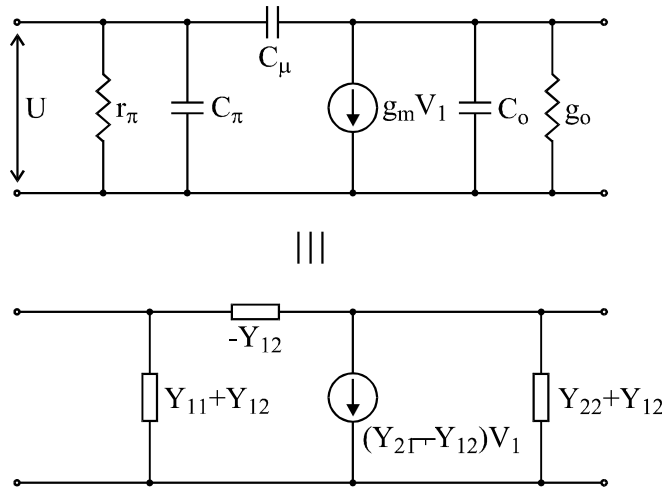
Elementi ekvivalentne  $\pi$ -šeme bipolarnog tranzistora su:

$r_{\pi} = 350\Omega$ ,  $C_{\pi} = 8\text{pF}$ ,  $C_{\mu} = 0.2\text{pF}$ ,  $g_m = 140\text{mS}$ ,  $C_o = 0.5\text{pF}$ ,  $g_o = 0.4\text{mS}$ .

Naći odgovarajuće Y-parametre na frekvenciji  $f = 180\text{MHz}$ .

### Rešenje

Problem se svodi na utvrđivanje ekvivalencije  $\pi$  šeme tranzistora i šeme na bazi y-parametara, tj. razmatramo šeme



Postoji direktna veza pa je:

$$Y_{11} = \frac{1}{r_{\pi}} + j\omega(C_{\pi} + C_{\mu})$$

$$-Y_{12} = j\omega C_{\mu}$$

$$Y_{22} = g_o + j\omega(C_o + C_{\mu})$$

$$Y_{21} = g_m - j\omega C_{\mu}$$

Dakle, pri  $f = 180\text{MHz}$  imamo:

$$Y_{11} = (2,857 + j9,274)\text{mS}$$

$$Y_{12} = -j0,2262\text{mS}$$

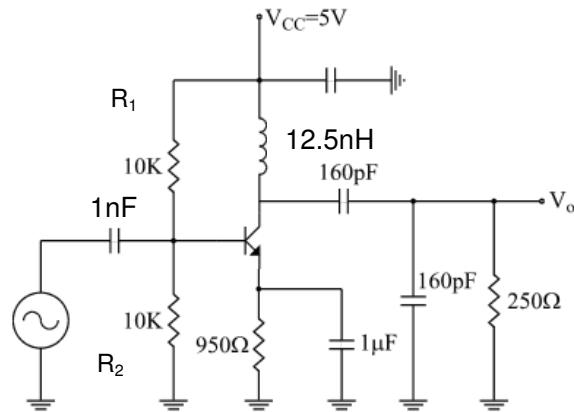
$$Y_{22} = (0,4 + j0,7917)\text{mS}$$

$$Y_{21} = (140 - j0,2262)\text{mS} \quad |Y_{21}| \approx g_m = \frac{I_c}{26\text{mV}}$$

## ZADATAK 2.2

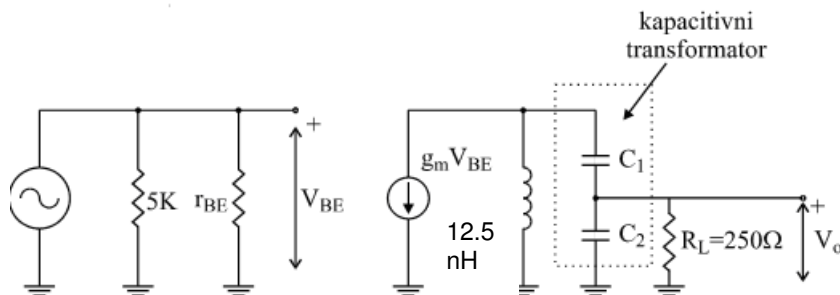
Pojačavač sa slike radi na  $f = 159.2\text{MHz}$ . Smatrati da je tranzistor unilateralan. Izmjereno je  $V_{BE} = 0.6\text{V}$ .

- Izračunati širinu propusnog opsega izlaznog kola.
- Izračunati transkonduktansu tranzistora.



### Rešenje

(a) Za dalju analizu korišćićemo ekvivalentnu šemu pojačavača za rf (AC model ili tzv. rf ekvivalent), pa je



Provjerimo koliki je Q-faktor  $R_L || C_2$ :

$$Q_2 \cong 2\pi f C_2 R_L = 40$$

S obzirom da je  $Q_2 > 10$ , kondenzatori  $C_1$  i  $C_2$  mogu se razmatrati kao da su elementi kapacitivnog transformatora, pa je

$$N = \frac{C_1 + C_2}{C_2} = 2$$

Sa ovim je

$$R_d \hat{=} N^2 R_L = 1000\Omega$$

$$Q = \frac{R_d}{2\pi fL} = 80 \Rightarrow B = \frac{f}{Q} = 2 \text{ MHz}$$

(b) Ovdje je  $I_C \approx I_E = V_E / R_E$ , pa je

$$g_m = \frac{I_C}{26mV} = \frac{\left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} - V_{BE} \right) / R_E}{26mV} = 77mS.$$

**Napomena:** Osnovni cilj u ovom zadatku bio je da se prepozna, sa jedne strane, koje su komponente relevantne za polarizaciju i rf blokadu, a sa druge strane koje su komponente relevantne za rf analizu. U idealnom slučaju smatra se da kondenzatori za blokadu predstavljaju kratki spoj za rf signal.

### ZADATAK 2.3

Na  $f = 200\text{MHz}$  pri  $V_{CE} = 10\text{V}$ ,  $I_C = 2\text{mA}$ , Y-parametri tranzistora u konfiguraciji sa uzemljenim emiterom su:

$$Y_{11} = (2,7 + j6,8)\text{mS} \quad , \quad Y_{21} = (53 - j22)\text{mS} \quad , \quad Y_{12} = (0 - j0,5)\text{mS} \quad \text{i} \quad Y_{22} = (0,1 + j1,5)\text{mS} \quad .$$

Unutrašnja otpornost generatora je  $R_g = 50\Omega$ . Opteretna otpornost je  $R_L = 1000\Omega$ .

(a) Provjeriti stabilnost odgovarajućeg pojačavača.

(b) Da li se sa ovim tranzistorom može ostvariti pojačanje veće od 35dB?

### Rešenje

(a) Primjenom *Linwill*-ovog kriterijuma stabilnosti nalazimo:

$$C = \frac{|Y_{21}Y_{12}|}{2g_{11}g_{22} - \text{Re}\{Y_{21}Y_{12}\}} = \frac{57,4 \cdot 0,5}{2 \cdot 2,7 \cdot 0,1 - (-11)} = 2,49 > 1$$

Dakle, sam tranzistor je nestabilan.

Primjenom *Stern*-ovog kriterijuma za opterećeni tranzistor nalazimo:

$$K = \frac{2(g_{11} + C_G)(g_{22} + C_L)}{(|Y_{21}Y_{12}| + \text{Re}\{Y_{21}Y_{12}\})}$$

$$G_g = \frac{1}{50} = 20\text{mS}$$

$$G_L = \frac{1}{1000} = 1\text{mS}$$

$$K = 2,81 > 1$$

Dakle, pri datom opterećenju na ulazu i na izlazu pojačavač realizovan sa potencijalno nestabilnim tranzistorom postaje stabilan.

(b) Teorijski najveća moguća vrijednost pojačanja je:

$$A_{pMAG} = \frac{|Y_{21}|^2}{4g_{11}g_{22}} = 3,05 \cdot 10^3 = 34,8\text{dB}$$

Prema tome, sa ovim tranzistorom, na frekvenciji 200MHz, nije moguće ostvariti pojačanje veće od 35dB.

**Sugestija:** Ponaosob provjeriti da li će pojačavač postati nestabilan (tj. da li će početi da osciluje) ako se otkači generator ili ako se otkači opterećenje.



## ZADATAK 2.4

Koristeći tranzistor BF981 projektovati pojačavač koji treba da radi na frekvenciji 100MHz. Unutrašnja otpornost generatora je  $50\Omega$ . Otporna otpornost treba da je  $50\Omega$ . Na frekvenciji 100MHz y-parametri tranzistora su:  $y_{11} \approx g_{11} = 45 \cdot 10^{-6}$ ,  $y_{22} \approx g_{22} = 45 \cdot 10^{-6}$ ,  $y_{21} = 20 \cdot 10^{-3} \angle 6^\circ$ ,  $y_{12} = -13 \cdot 10^{-6} \angle 90^\circ$ , (sve u mS).

### Rešenje

Prvo, treba da provjerimo uslovnu stabilnost tranzistora. Na osnovu datih podataka nalazimo:

$$y_{21} = 20 \cdot 10^{-3} \angle 6^\circ = (19.89 + j2) \text{ mS}$$
$$y_{12} = 13 \cdot 10^{-6} \angle 90^\circ = j13 \cdot 10^{-6} \Rightarrow C_{12} = 20 \text{ fF}$$
$$1/g_{11} \approx 22 \text{ k}\Omega, 1/g_{22} \approx 22 \text{ k}\Omega$$

pa je

$$C = \frac{|y_{12}y_{21}|}{2g_{11}g_{22} - \text{Re}[y_{12}y_{21}]}$$
$$= \frac{|13j \cdot (19.89 + j2)| \cdot 10^{-9}}{(4.05 \cdot 10^{-9}) - (-26 \cdot 10^{-9})} = 8.66 > 1$$

Očigledno, tranzistor je nestabilan. Međutim, pojačavač sa ovim tranzistorom može se učiniti stabilnim ako se, na odgovarajući način, optereti ulaz i izlaz. Drugim riječima, treba obezbijediti da Stern-ov faktor bude  $>1$ , tj.,

$$K = \frac{2(g_{11} + G_1)(g_{22} + G_2)}{|y_{12}y_{21}| + \text{Re}[y_{12}y_{21}]} > 1$$

Ovdje je

$$|y_{12}y_{21}| = 260 \cdot 10^{-9}, \text{Re}[y_{12}y_{21}] = -26 \cdot 10^{-9}$$

Dakle, da bi bio ispunjen uslov  $K > 1$ , treba da je

$$2(g_{11} + G_1)(g_{22} + G_2) > 234 \cdot 10^{-9}$$

Pošto nijesu navedena druga ograničenja, pogodno je izabrati  $G_1 = G_2$ , pa se dobija

$$G_1 = G_2 > 3.4 \cdot 10^{-4} \Rightarrow R_1 = 1/G_1 = R_2 = 1/G_2 < 2.9 \text{ k}\Omega$$

Radi sigurnosti izabraćemo, napr.  $R_1 = R_2 = 2 \text{ k}\Omega$ .

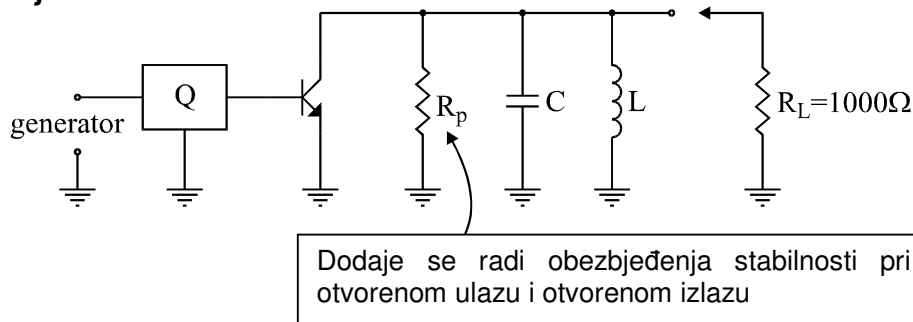
Otpornik  $R_1$  vezujemo paralelno sa ulazom tranzistora, a otpornik  $R_2$  paralelno sa izlazom tranzistora .

### ZADATAK 2.5

Projektovati sinhrono podešeni jednotranzistorski pojačavač koji treba da radi na frekvenciji 200MHz. Širina propusnog opsega pojačavača treba da je 25MHz. Pojačavač treba da je stabilan pri otvorenom ulazu i izlazu. Otpretna otpornost je  $R_L=1000\Omega$ . Y-parametri tranzistora su:

$$Y = \begin{bmatrix} 2.7 + j6.8 & -j0.5 \\ 53 - j22 & 0.1 + j1.5 \end{bmatrix} \text{ (sve u mS)}$$

#### Rešenje

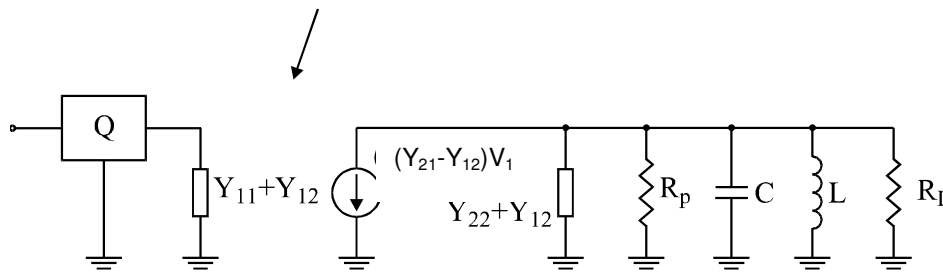


Primjenom *Linwill*-ovog kriterija nalazi se da je tranzistor nestabilan (provjeri!). Dodavanjem otpornika  $R_p$  na izlazu tranzistora može se ostvariti uslovna stabilnost pojačavača. Rezerve radi neka je  $C = 0,5$  (inače, dovoljno je da je  $C < 1$ ), pa je

$$0.5 = \frac{|Y_{21}Y_{12}|}{2g_{11} \left( g_{22} + \frac{1}{R_p} \right) - \text{Re}\{Y_{21}Y_{12}\}} = \frac{57,4 \cdot 0,5}{2 \cdot 2,7 \left( 0,1 + \frac{1}{R_p} \right) - (-11)} \Rightarrow R_p = 117\Omega$$

Sada se tranzistor ponaša unilateralno, pa dalje radimo sa ekvivalentnom šemom

unilateralna šema



Dakle, sada razmatramo unilateralni sinhrono podešeni pojačavač. Vrijednost Q-faktora ulaznog i izlaznog selektivnog kola treba da je

$$Q = \frac{f_0}{B} \sqrt{2^{1/2} - 1} = 5,14$$

Za izlazno kolo je:

$$Q = R_d \omega_0 C_{tot}, \quad R_d = R_L \parallel R_p \parallel g_{22} = 103,5 \Omega$$

$$C_{tot} = C + C_{12} + C_{22} = \frac{Q}{R_d \omega_0} = 39,5 pF$$

$$C = C_{tot} - (C_{22} + C_{12})$$

$$C = 39,5 - \left( \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^8} + \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^8} \right)$$

$$= 39,5 - (1,1 + 0,4) = 38 pF$$

Pošto je pojačavač unilateralan naponsko pojačanje je:

$$A_u = -g_m R_d = \operatorname{Re}\{Y_{21}\} R_d = -5,49 \quad (14,79 dB)$$

**Napomena:**

1. U opštem slučaju  $K$ -faktor se kontroliše sa pogodno izabranim otpornicima vezanim u paralelu sa ulazom i sa izlazom tranzistora. Na taj način, po cijenu degradiranja pojačavačkih svojstava, garantuje se stabilnost pojačavača. Međutim, u ovom slučaju ne samo da se degradiraju pojačavačka nego i šumna svojstva pojačavača. Degradiranje šumnih karakteristika može se izbjeći ako se sa dodatnim otpornikom optereti samo izlaz tranzistora. Takvo rešenje izabrano je u ovom zadatku.

2. Ovaj problem mogao se riješiti uzimanjem drugačije vrijednosti za *Linville*-ov faktor, napr.  $C=0,1$  radi veće sigurnosne margine. Jasno, to bi imalo za posledicu numerički drugačije rezultate i to kako za komponente tako i za pojačanje.

## ZADATAK 2.6

Na frekvenciji 430MHz y-parametri FETa sa uzemljenim gejtom su:

$$Y = \begin{bmatrix} 15.7 + j4.86 & -j0.81 \\ 15 - j0.81 & j1.62 \end{bmatrix} \text{ (sve u mS)}$$

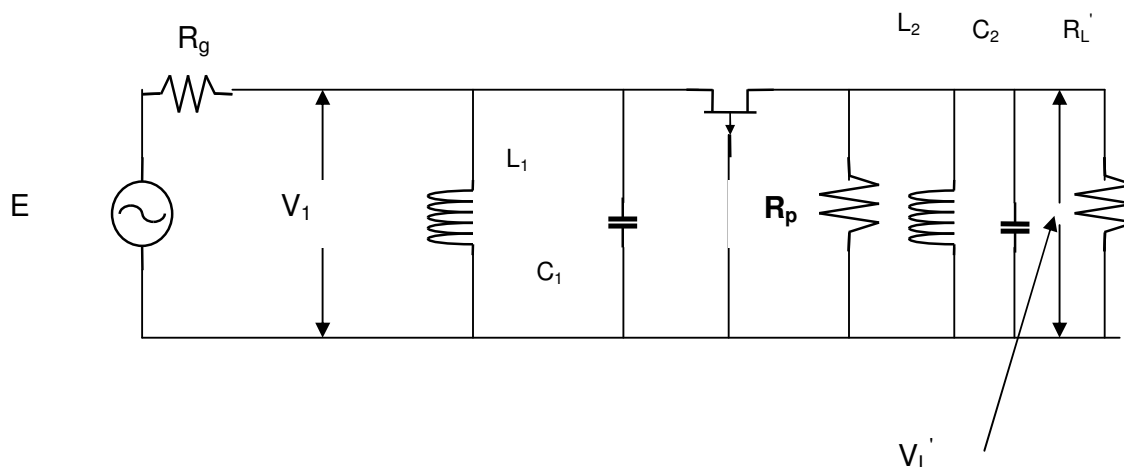
- Odrediti elemente sinhrono podešenog jednostepenog pojačavača čija je srednja frekvencija 430MHz, a 3dB širina propusnog opsega treba da bude 50MHz. Pojačavač mora biti stabilan pri otvorenom ulazu i/ili izlazu (C faktor otvorenog pojačavača treba da je 0.5).
- Odrediti elemente kapacitivnog transformatora tako da se izlazni signal dobije na  $75\Omega$ . Odrediti naponsko pojačanje u ovom slučaju.

### Rešenje

(a) Primjenom *Linwill*-ovog kriterija nalazimo:

$$C = \frac{|y_{12}y_{21}|}{2g_{11}g_{22} - \text{Re}[y_{12}y_{21}]} = \frac{12.73}{0.656} > 1$$

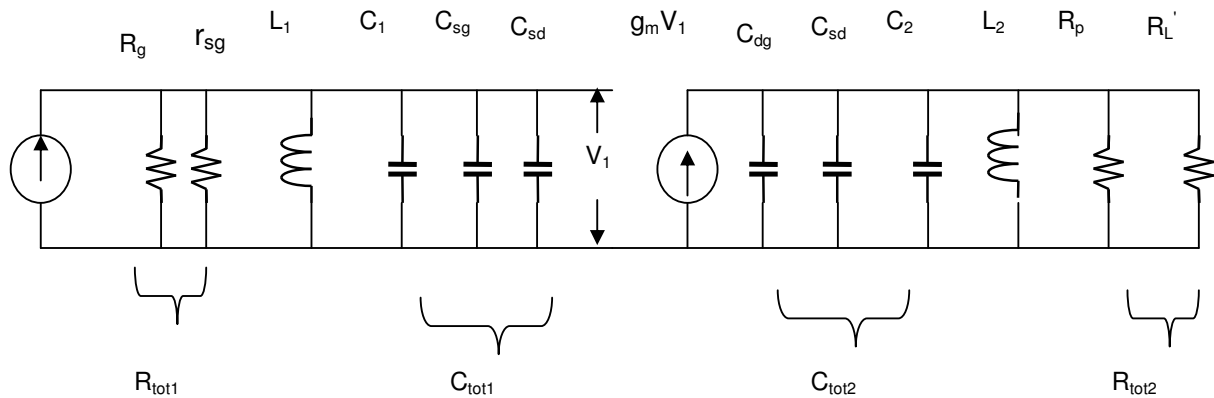
što znači da je tranzistor potencijalno nestabilan. Kao što znamo, pojačavač se može učiniti stabilnim ako sa odgovarajućim otpornostima optereti ulaz i/ili izlaz tranzistora. Ovdje se opredeljujemo za uvođenje opterećenja isključivo na izlazu tranzistora ( za obrazloženje pogledati prethodni zadatak). Dakle, paralelno sa izlazom tranzistora stavićemo otpornost  $R_p$ . Uz ovu napomenu principiska šema razmatranog pojačavača data je na sledećoj slici



U principu, za dalju analizu pojačavača možemo koristiti y-parametre i odgovarajuću ekvivalentnu šemu tranzistora. Međutim, u ovom slučaju pogodnije je koristiti ekvivalentnu  $\pi$ -šemu tranzistora. U tu svrhu treba konvertovati date y-parametre u parametre ekvivalentne  $\pi$ -šeme. Primjenom odgovarajuće konverzije krajnji rezultati su:

$$C_{sd} = 0.3 \text{ pF}, C_{dg} = 0.3 \text{ pF}, g_m = 15.7 \text{ mS}, r_{sg} = 63.69 \Omega$$

Imajući u vidu da je dodavanjem  $R_p$  tranzistor postao unilateralan i da raspolažemo sa elementima ekvivalentne  $\pi$ -šeme tranzistora, za dalju analizu korišćićemo sledeću šemu



Po uslovu zadatka je

$$Q = \frac{f_o}{B} \sqrt{2^{1/2} - 1} = \frac{430}{50} \sqrt{2^{1/2} - 1} = 5.335$$

(ovdje imamo jedan pojačavač, ali i dva istovjetna selektivna kola – jedano kolo na ulazu, a drugo na izlazi; dakle zbog ove okolnosti u prethodnom izrazu je  $n=2$ ). Na osnovu gornje šeme je

$$R_{tot1} = R_g \parallel r_{sg} = 34.44 k\Omega$$

pa je

$$Q = \omega_0 C_{tot1} R_{tot1} \Rightarrow C_{tot1} = 59.48 pF$$

$$C_1 = C_{tot1} - C_{sg} - C_{sd} = 59.48 - 1.5 - 0.3 = 57.7 pF$$

$$L_1 = \frac{1}{\omega_0^2 C_{tot1}} = 2.3 nH$$

Vrijednost otpornika  $R_p$  određujemo iz uslova

$$C = 0.5 = \frac{|y_{12} y_{21}|}{2g_{11} g_{22} - \text{Re}[y_{12} y_{21}]}$$

$$g_{22} \hat{=} \frac{1}{R_p} \Rightarrow g_{22} = 0.7893 mS \Rightarrow R_p = 1267 \Omega$$

Prilagođenje na izlazu ostvaruje se pri

$$R_L = R_p = 1267 \Omega$$

Sada je

$$R_{tot2} = R_p \parallel R_L = \frac{1267}{2} = 632.8\Omega$$

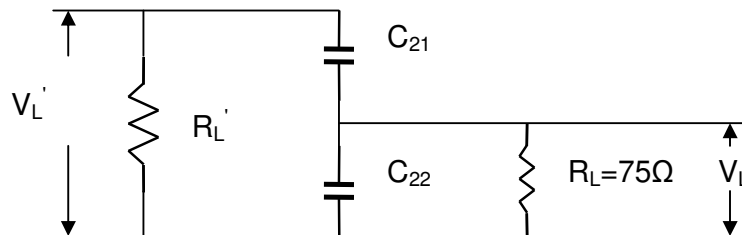
$$Q = \omega_0 C_{tot2} R_{tot2} \Rightarrow C_{tot2} = 3.237 pF$$

$$C_2 = C_{tot2} - C_{dg} - C_{sd} = 2.637 pF$$

$$L_2 = \frac{1}{\omega_0^2 C_{tot2}} = 42.32 nH$$

gdje se vodilo računa o činjenici da je u pitanju sinhroni pojačavač, tj. da Q faktor ulaznog i izlaznog kola imaju istu vrijednost.

(b) U ovom slučaju dio kola na izlazu modifikuje se, pa je



$$n^2 = \frac{R_L'}{R_L} = \left(1 + \frac{C_{22}}{C_{21}}\right) = \frac{1267}{75}$$

$$\frac{C_{21} C_{22}}{C_{21} + C_{22}} = C_2 = 2.637 pF$$

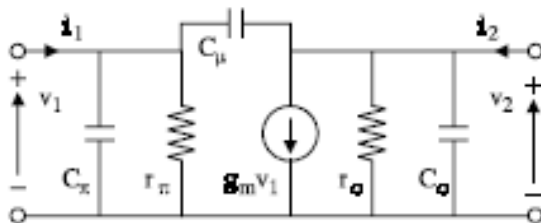
$$C_{22} = 10.84 pF$$

$$C_{21} = 3.485 pF$$

Konačno je

$$\frac{V_L}{V_1} = g_m \frac{R_{tot2}}{n} = 2.417 (7.66 dB)$$

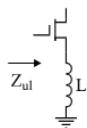
**Sugestija:** Provjeriti vezu između parametara  $\pi$ - šeme tranzistora i y-parametara



$$Y(j\omega) = \begin{Bmatrix} 1/r_\pi + j\omega(C_x + C_\mu) & -j\omega C_\mu \\ g_m - j\omega C_\mu & 1/r_o + j\omega(C_o + C_\mu) \end{Bmatrix}$$

## ZADATAK 2.7

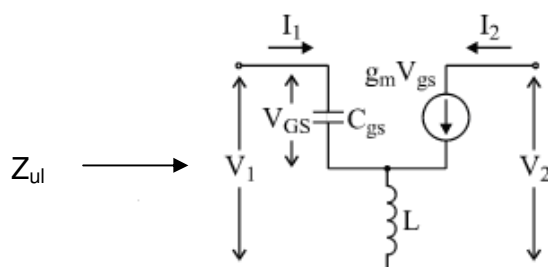
Na slici je dat detalj poznat kao "induktivno degradirani sors" MOSFET-a.



Izračunati ulaznu impedansu pri navedenoj modifikaciji.

### Rešenje

Ekvivalentna šema datog kola predstavljena je na sledećoj slici



pa možemo da zapišemo sledeće tri relacije:

$$V_1 = V_{GS} + j\omega L(I_1 + I_2)$$

$$I_2 = g_m V_{GS}$$

$$V_{GS} = I_1 \frac{1}{j\omega C_{GS}}$$

Ovdje je

$$Z_{ul} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{g_m}{C_{GS}} L + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C_{GS}} \right)$$

Pri

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_{GS}}} \Rightarrow Z_{ul} = \operatorname{Re}\{Z_{ul}\} = \frac{G_m}{C_{GS}} L$$

### Komentar:

1. Pojačavač radi u uskoj oblasti oko  $\omega_0$ , tj. ova tehnika relevantna je isključivo za uskopoljasni pojačavač.

2. Obzirom na činjenicu da je induktivitet bešumni element isti ne degradira šumne karakteristike pojačavača. Dakle, bez narušavanja faktora šuma dobili smo impedansu koju možemo da podešavamo izborom vrijednosti za  $L$ .

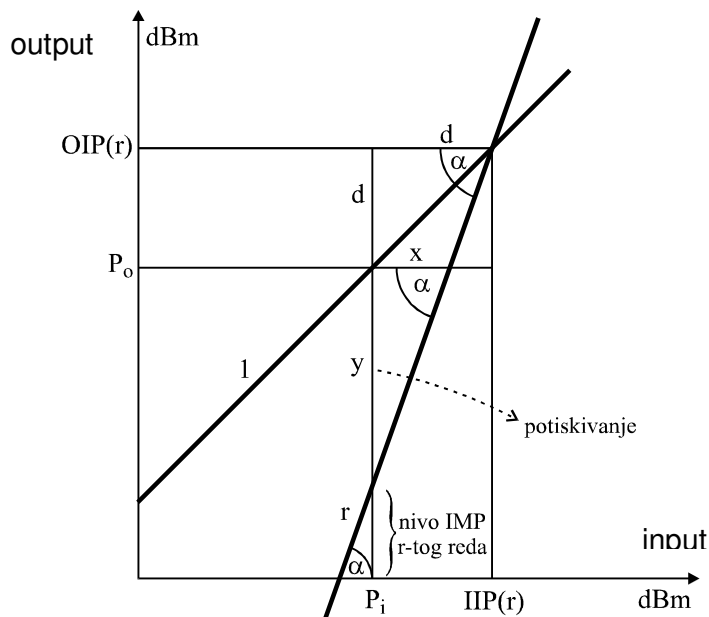
## ZADATAK 2.8

Grafičkim putem (koristeći IP dijagram) odrediti:

- decibelski iznos potiskivanja IM produkta r-tog reda u odnosu na nivo izlazne snage korisnog signala, a sve pri nivou ulaznog signala  $P_i$  [dBm];
- decibelski iznos potiskivanja IM produkta r-tog reda posmatrano u odnosu na nivo snage ulaznog korisnog signala, a sve pri nivou ulaznog signala  $P_i$  [dBm]

Rezultate pod (a) i (b) dati u funkciji  $P_o$  [dBm] i  $OIP(r)$  [dBm]

**Rešenje**



a) Na osnovu dijagrama imamo

$$\operatorname{tg} \alpha = r \Rightarrow \frac{d + y}{d} = r \Rightarrow y = d(r - 1)$$

Sa druge strane je

$$d = OIP(r) - P_o$$

pa je

$$y = (OIP(r) - P_o)(r - 1) \text{ [dB]}$$

b)

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tg} \alpha = r \Rightarrow \frac{(r - 1)d}{x} = r$$

pa je

$$x = \frac{r - 1}{r} d = \frac{r - 1}{r} [OIP(r) - P_o]$$



## ZADATAK 2.9

Na ulaz pojačavača djeluju dva amplitudski podjednaka signala sa ukupnim nivoom od  $-10\text{dBm}$ , pa se na izlazu pojavljuje intermodulacioni produkt 3-ćeg reda (IMD3) čiji je nivo  $-50\text{dBm}$ . Pojaćanje pojačavaća iznosi  $10\text{dB}$ .

(a) Izračunati snagu IMD3 pri ukupnom nivou ulaznih signala  $-20\text{dBm}$ .

(b) Izračunati razliku nivoa korisnog signala i IMD3. Rezultat dati u decibelima.

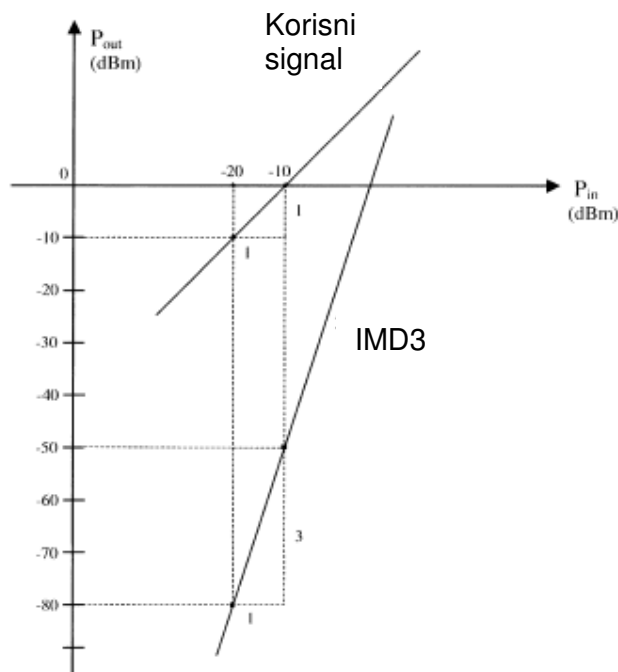
### Rešenje

Ovaj problem pogodno je riješiti grafički na bazi odgovarajućeg IP dijagrama koji sadrži pravu za korisni signal i pravu za IMD3.

(a) Prava za korisni signal treba da prolazi kroz tačku sa koordinatama  $(-10\text{dBm}, 0\text{dBm})$  sa nagibom 1.

Prava za IMD3 treba da prolazi kroz tačku sa koordinatama  $(-10\text{dBm}, -50\text{dBm})$  sa nagibom 3.

Vodeći računa o navedenim uslovima generisan je IP dijagram prikazan na sledećoj slici



Sa dijagrama direktno očitavamo da je pri ulaznom nivou od  $-20\text{dBm}$ , nivo IMD3 iznosi  $-80\text{dBm}$ .

(b) Opet, koristeći generisani IP dijagram, nalazimo da razlika između nivoa korisnog signala i nivoa IMD3, za uslove navedene pod (a), iznosi  $70\text{dB}$ .

### ZADATAK 2.10

Prijemnik ima širinu propusnog opsega 2MHz i faktor šuma 5.5dB. Pri ulaznom nivou od +10dBm izlazni nivo komprimovan je za 1dB (IIP1=+10dBm).

Izračunati:

(a) *MDS* i

(b) *DR*.

#### Rešenje

(a) Ovdje je  $F=5.5\text{dB}$ , pa je brojna vrijednost faktora šuma  $f=10^{0.55}=3.54$ . Minimalni nivo signala (tj. nivo signala jednak nivou šuma) je

$$\begin{aligned}MDS &= 10\log(kT_0Bf) \\ &= 10\log(1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 290 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 3.54) \\ &= -105.5\text{dBm}\end{aligned}$$

(b) Dinamički opseg je

$$\begin{aligned}DR &= IIP1 - MDS \\ &= 10\text{dBm} - (-105.5\text{dBm}) \\ &= 115.5\text{dB}\end{aligned}$$

#### Napomena:

1. U literaturi se može naći i drugačija definicija za *MDS* (radi jednoznačnosti isključivo koristimo opšte prihvaćenu englesku oznaku), a koja se razlikuje za 3dB u odnosu na gore navedenu. U ovom kursu koristimo *MDS* isključivo na način kako je gore naveden.
2. Postoje dvije definicije dinamičkog opsega: *DR* i *SFDR*. Smisao odgovarajućih definicija je sledeći.  
*DR* se odnosi na dinamički opseg kada na ulaz djeluje jedan signal i šum.  
*SFDR* se odnosi na dinamički opseg kada na ulaz djeluje više od jednog signala i šum.

### ZADATAK 2.11

Razmatramo pojačavač za koji je  $IIP3=+20dBm$ . Ako je nivo ulaznog signala  $0dBm$  koliko iznosi potiskivanje  $IMD3$ ?

#### Rešenje

$IMD$  nastaje kada na ulaz djeluju barem dva signala. Neka su prisutna dva signala sa podjednakim amplitudama, tj  $A_1=A_2=A$ . Snaga  $IMD3$  je

$$P_{IMD3} = \frac{\left(\frac{3}{4}a_3A^3\right)^2}{2}$$

gde je  $a_3$  koeficijent u *Taylor*-ovom razvoju ulazno-izlazne karakteristike razmatranog pojačavača. Označimo sa

$$P_i = \frac{A^2}{2}$$

snagu jednog od ulaznih signala. Sa ovim je

$$P_{IMD3} = (k_1P_i)^3$$

gdje je  $k_1$  nepoznata konstanta. Neka je izlazna snaga korisnog signala

$$P_o = k_2P_i$$

gdje je  $k_2$  nepoznata konstanta. Traženi odnos snage  $IMD3$  i izlazne snage korisnog signala  $P_o$  sada možemo zapisati u obliku

$$imr3 = \frac{P_{IMD3}}{P_o}$$

ili

$$imr3 = (k_3P_i)^2$$

gdje je  $k_3$  nova nepoznata konstanta. Znamo da je u  $IP$  snaga  $IMD3$  jednaka snazi korisnog signala, pa je u tom slučaju

$$1 = (k_3P_{IIP3})^2 \Rightarrow k_3 = \frac{1}{P_{IIP3}^2}$$

Sa ovim je

$$imr3 = \left(\frac{P_i}{P_{IIP3}}\right)^2$$

Dakle, koristeći izvedene relacije i date numeričke podatke imamo

$$IMR3(dB) = 20\log\frac{P_i}{1mW} - 20\log\frac{P_{IIP3}}{1mW} = 2 \cdot 0 - 2 \cdot 20 = -40dBm$$

**Napomena:**

Intermodulacioni produkt 3-ćeg reda (IMD3) posledica je prisustva koeficijenta  $a_3$  u Tejlorovom razvoju ulazno izlazne karakteristike. Dakle, interesuje nas amplituda produkata koja se dobija iz

$$a_3 v_{ul}$$

gdje je

$$v_{ul} = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t$$

Frekvencije IMD3 su

$$\pm 2f_1 \pm f_2 \quad \text{i} \quad \pm 2f_2 \pm f_1$$

Pri  $A_1 \neq A_2$  može se naći da su amplitude IMD3

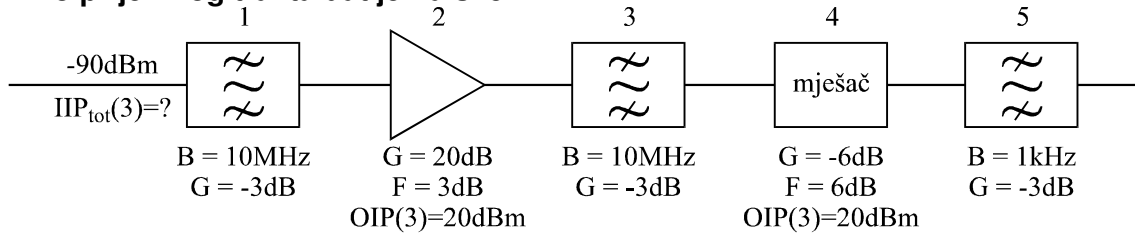
$$\frac{3}{4} a_3 A_1^2 A_2 \quad \text{i} \quad \frac{3}{4} a_3 A_1 A_2^2$$

Pri  $A_1 = A_2 \hat{=} A$  svaki IMD3 ima amplitudu

$$\frac{3}{4} a_3 A^3$$

### ZADATAK 2.12

Dio prijemnog trakta dat je na slici.



G – pojačanje, F – faktor šuma, B – propusni opseg

a) Izračunati odnos signal/šum na izlazu trakta

b) Izračunati IIP(3) i OIP(3) u dBm.

**Rešenje**

a)

$$SNR_0[\text{dB}] = SNR_i[\text{dB}] - F_{tot}[\text{dB}]$$

$$NF_{tot} = NF_1 + \frac{NF_2 - 1}{A_{p1}} + \frac{NF_3 - 1}{A_{p1}A_{p2}} + \frac{NF_4 - 1}{A_{p1}A_{p2}A_{p3}} + \frac{NF_5 - 1}{A_{p1}A_{p2}A_{p3}A_{p4}}$$

$$= 2 + \frac{2-1}{0,5} + \frac{2-1}{0,5 \cdot 100} + \frac{4-1}{0,5 \cdot 100 \cdot 0,5} + \frac{2-1}{0,5 \cdot 100 \cdot 0,5 \cdot 0,25} = 4,3 \text{ (6,3dB)}$$

$$SNR_i[\text{dB}] = -90\text{dBm} - [-174\text{dBm} + 10\log 1000] = 54 \text{ dB}$$

Sa ovim je

$$SNR_0[\text{dB}] = 54 - 6,3 = 47,7 \text{ dB}$$

b)

$$OIP(3) = IIP(3) + G \quad (\text{vazi za svaki sklop})$$

pa je

$$IIP(3)_2 = 20 - 20 = 0\text{dBm} \quad \Rightarrow \quad iip(3)_2 = 1\text{mW}$$

$$IIP(3)_4 = 20 - (-6) = 26\text{dBm} \quad \Rightarrow \quad iip(3)_4 = 398\text{mW}$$

$$\frac{1}{iip_{tot}} = \frac{1}{iip_1} + \frac{A_{p1}}{iip_2} + \frac{A_{p1} \cdot A_{p2}}{iip_3} + \frac{A_{p1} \cdot A_{p2} \cdot A_{p3}}{iip_4} + \frac{A_{p1} \cdot A_{p2} \cdot A_{p3} \cdot A_{p4}}{iip_5}$$

$$= \frac{1}{\infty} + \frac{0,5}{1} + \frac{0,5 \cdot 100}{\infty} + \frac{0,5 \cdot 100 \cdot 0,5}{398} + \frac{0,5 \cdot 100 \cdot 0,5 \cdot 0,25}{\infty} = 0,56 \Rightarrow iip_{tot} = 1,78\text{mW}$$

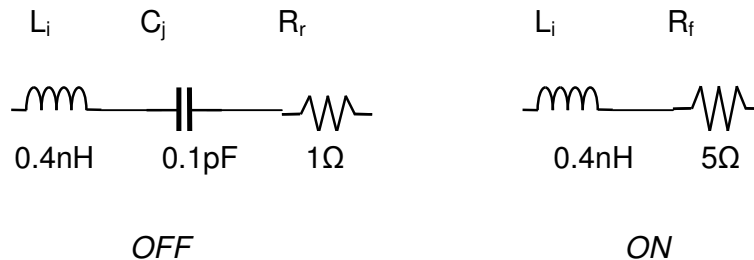
$$IIP_{tot}(3) = 10\log \frac{1,78\text{mW}}{1\text{mW}} = 2,51\text{dBm}$$

$$OIP_{tot}(3) = IIP_{tot}(3) + G = 2,51 + (-3 + 20 - 3 - 6 - 3) = 7,51\text{dBm} \rightarrow oip_{tot}(3) = 5,63\text{mW}$$

### ZADATAK 2. 13

Ulazni pojačavač prijemnika treba povezati sa antenom posredstvom elektronski kontrolisanog prekidača. Prekidač treba realizovati u formi jednopolnog prekidača baziranog na korišćenju PIN diode. Antena i pojačavač su 50-omski. Radna frekvencija je 5GHz.

Na raspolaganju je PIN dioda čiji su parametri u *OFF* i *ON* stanju dati na sledećoj slici.



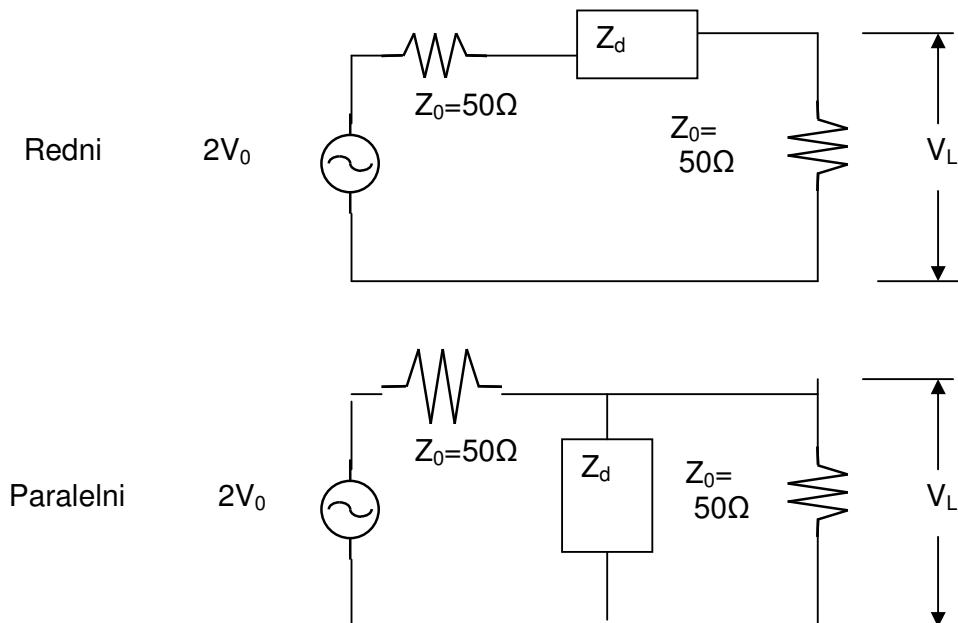
Izvršiti analizu unesenog slabljenja prekidača u *ON* i u *OFF* stanju. Analizirati slučaj kada se PIN dioda koristi kao redni i slučaj kada se PIN dioda koristi kao paralelni prekidač.

#### Rešenje

Impedansa PIN diode je

$$Z_d = \begin{cases} Z_r = R_r + j(\omega L_i - \frac{1}{\omega C_j}) & \text{OFF} \\ Z_f = R_f + j\omega L_i & \text{ON} \end{cases}$$

Model rednog i paralelnog prekidača dat je na sledećoj slici



Na prethodnoj slici  $Z_d$  označava impedansu diode.  
Uneseno slabljenje je

$$IL = -20 \log \left| \frac{V_L}{V_0} \right| = \begin{cases} -20 \log \left| \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_d} \right| & \text{Redni} \\ -20 \log \left| \frac{2Z_d}{2Z_d + Z_0} \right| & \text{Paralelni} \end{cases}$$

gdje je  $V_0$  napon na opterećenju kada nema prekidača (direktno spojen generator na pojačavač),  $V_L$  je ulazni napon prijemnika kada postoji prekidač.  
Vodeći računa o datim numeričkim vrijednostima imamo

$$Z_d = \begin{cases} Z_r = (1 - j305.7)\Omega & \text{OFF} \\ Z_f = (0.5 + j12.6)\Omega & \text{ON} \end{cases}$$

Za redni prekidač je

$$IL_{ON} = -20 \log \left| \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_f} \right| = 0.11 \text{ dB}$$

$$IL_{OFF} = -20 \log \left| \frac{2Z_r}{2Z_r + Z_0} \right| = 10.16 \text{ dB}$$

Za paralelni prekidač je

$$IL_{ON} = -20 \log \left| \frac{2Z_r}{2Z_r + Z_0} \right| = 0.03 \text{ dB}$$

$$IL_{OFF} = -20 \log \left| \frac{2Z_f}{2Z_f + Z_0} \right| = 7.07 \text{ dB}$$

**Komentar:** U provodnom stanju paralelni prekidač unosi manje slabljenje RF signala, a redni prekidač ima veće slabljenje u neprovodnom stanju (slabljenje izolacije). Ako se prekidač komutira antenu između predajnika i prijemnika (što je najčešći slučaj), vidimo, na osnovu dobijenih numeričkih vrijednosti, da ni jedna varijanta razmatranog prekidača ne obezbjeđuje dovoljno veliku izolaciju (napr. >30dB). Moguće rešenje je korišćenje T- ili  $\pi$ - konfiguracije sa tri PIN diode.

## MJEŠAČI – VARIJANTE I PRIMJENE

### ZADATAK 3.1

Izračunati konverziono pojačanje (slabljenje) za mješač na bazi savršenog množača i to za slučaj kada je:

- (a) signal iz LO je savršeno amplitudski limitirana kosinusoida.  
 (b) signal iz LO je savršena kosinusoida.

### Rešenje

Struja na izlazu množača je

$$i_{out}(t) = k_m i_{LO}(t) i_{RF}(t)$$

gdje je  $k_m$  konverzion konstanta množača.

(a)

$$\begin{aligned} i_{out}(t) &= k_m \text{sign}[\cos(\omega_{LO}t)] [I_{RF} \cos(\omega_{RF}t)] \\ &= k_m I_{RF} \cos(\omega_{RF}t) \cdot \left( \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{1}{n} \sin(n\omega_{LO}t) \right) \end{aligned}$$

IF komponenta (korisni produkti: USB+LSB) je:

$$i_{outIF}(t) = k_m \frac{4}{\pi} \frac{1}{2} [\cos(\omega_{LO} + \omega_{RF})t + \cos(\omega_{LO} - \omega_{RF})t] \cdot I_{RF}$$

Konverziono pojačanje (računa se za jedan od produkata –USB ili LSB) je

$$\frac{I_{outIF}}{I_{RF}} = \frac{2k_m}{\pi} = 0.6366k_m$$

(b)

$$i_{out}(t) = k_m \cos(\omega_{LO}t) \cdot I_{RF} \cos(\omega_{RF}t)$$

IF komponenta je

$$i_{outIF}(t) = k_m \frac{1}{2} [\cos(\omega_{LO} + \omega_{RF})t + \cos(\omega_{LO} - \omega_{RF})t] \cdot I_{RF}$$

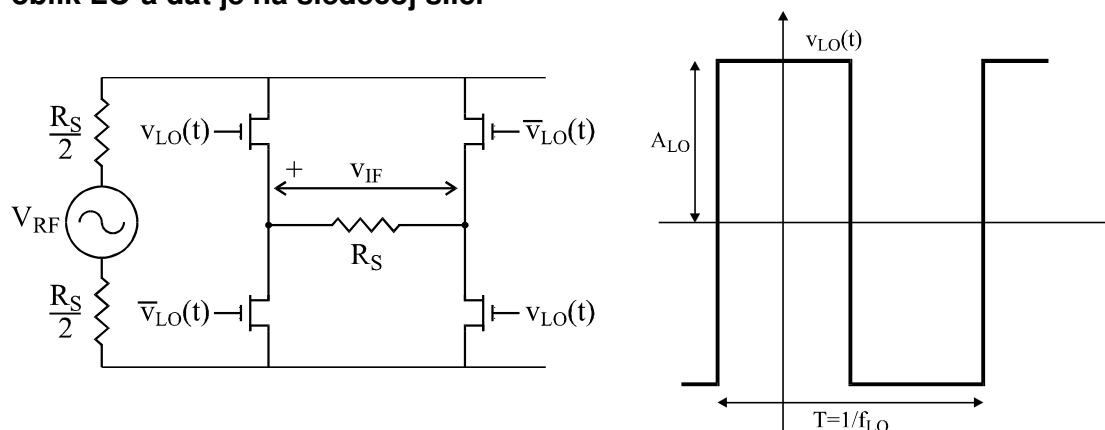
Konverziono pojačanje je

$$\frac{I_{outIF}}{I_{RF}} = \frac{1 \cdot k_m}{2} = 0.5k_m$$



### ZADATAK 3.2

Dvostrano balansirani CMOS mješač i talasni oblik LO-a dat je na sledećoj slici



Signal na RF portu ima kosini oblik. Amplituda LO je dovoljno velika za savršeno upravljanje CMOS prekidačima.

- Naći konverzionu konstantu mješača smatrajući da su prekidači savršeni
- Isto kao pod a), samo što prekidači imaju otpornost  $R_S/2$ .

#### Rešenje

a) Pravougaoni talasni oblik LO signala može se zapisati u vidu Furije-ovog reda, tj.

$$s(t) \cong 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\frac{n\pi}{2}} \cos n\omega_0 t$$

pa je

$$v_{IF}(t) = \frac{R_S}{R_S + 2 \frac{R_S}{2}} v_{RF}(t) s(t) = \frac{1}{2} v_{RF}(t) s(t)$$

Talasni oblik  $v_{IF}(t)$  sadrži frekvencije oblika

$$nf_{LO} \pm f_{RF} \quad n - \text{neparno}$$

Amplituda korisnog produkta  $f_{LO} \pm f_{RF}$  je

$$V_{IF} = \frac{V_{RF}}{\pi}$$

Konverziono slabljenje je

$$G_m \cong 10 \log \frac{V_{IF}^2 / R_{IF}}{V_{RF}^2 / R_{RF}} = 20 \log \frac{1}{\pi} = -9,94 \text{ dB}$$

jer je  $R_{RF} = R_{IF} = R_S$

b) U ovom slučaju prekidači imaju unutrašnju otpornost  $R_S/2$ , pa je

$$v_{IF}(t) = \frac{R_S}{R_S + 2R_S} v_{RF}(t)s(t) = \frac{1}{3} v_{RF}(t)s(t)$$

Konverziono slabljenje je

$$G_m = 20 \log \frac{V_{IF}}{V_{RF}} = 20 \log \left( \frac{2}{3} \frac{V_{RF}}{\pi V_{RF}} \right) = 20 \log \frac{2}{3\pi} = -13,46 \text{ dB}$$

**Napomena:** Analiza je izvršena pod pretpostavkom da je pravougaoni LO signal savršeno simetričan, tj. da je odnos pozitivne i negativne poluperiode  $T_1/T=1/2$ . Tada LO signal ne sadrži parne harmonike. Korisno je da se razmotri slučaj kada je  $T_1/T \neq 1/2$ . Drugim riječima, treba naći Furije-ove koeficijente za  $s(t)$  pri  $T_1/T \neq 1/2$ . Radi jednostavnosti neka je  $A=1$ . Pošto nas ne zanima jednosmjerna komponenta pogodno je razviti u Furijeov red periodični pravougaoni signal

$$s(t)+1 = \begin{cases} 2 & \text{za } |t| \leq T_1/2 \\ 0 & \text{za } |t| > T_1/2 \end{cases}$$

Odgovarajuća funkcija je parna.  $n$ -ti,  $n > 0$ , Furije-ov koeficijent je

$$\begin{aligned} c_n &= \frac{2}{T} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} 2 \cos(n\omega t) dt \\ &= \frac{2}{T} 2 \left[ \frac{\sin n\omega t}{n\omega} \right]_{-T_1/2}^{T_1/2} \end{aligned}$$

Stavljajući  $\omega = 2\pi/T$  imamo

$$c_n = \frac{4}{n\pi} \sin \frac{n\pi T_1}{T}$$

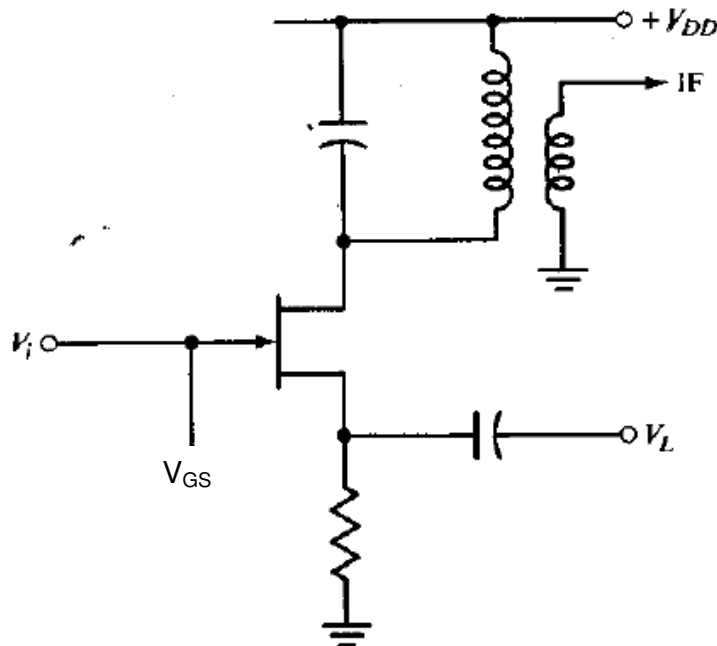
Očigledno, ako je  $T_1/T=1/2$  u talasnom obliku prisutni su samo neparni harmonici, a ako je  $T_1/T \neq 1/2$  prisutni su parni i neparni harmonici

### ZADATAK 3.3

Dat je JFET sa sledećim podacima:  $I_{DSS}=50\text{mA}$  i  $g_m=200\text{mS}$  pri  $V_{GS}=0$ . Koristeći dati JFET realizovati mješač. Opretna dinamička otpornost na izlazu mješača treba da iznosi  $1\text{k}\Omega$ . Izračunati konverziono pojačanje razmatranog mješača.

#### Rešenje

Principijska šema razmatranog mješača data je na sledećoj slici



Struja drejna je

$$i_D = I_{DSS} \left( 1 - \frac{v_{gs}}{V_p} \right)^2$$

Ovdje je

$$v_{gs} = v_i - v_L + V_{GS}$$

gdje je  $v_i = V_i \cos \omega_i t$  ulazni RF signal,  $v_L = V_L \cos \omega_L t$  signala iz lokalnog oscilatora i  $V_p$  je prekidni napon JFET-a. Sa ovim je

$$i_D = I_{DSS} \left\{ 1 - \frac{2}{V_p} [V_i \cos \omega_i t - V_L \cos \omega_L t + V_{GS}] \right\} + \frac{I_{DSS}}{V_p^2} [V_{GS}^2 + 2V_{GS}V_i \cos \omega_i t + V_i^2 \cos^2 \omega_i t - 2V_L V_{GS} \cos \omega_L t + V_L^2 \cos^2 \omega_L t - 2V_i V_L \cos \omega_i \cos \omega_L t]$$

Za funkciju mješača interesantan je jedino poslednji član u drugoj uglastoj zagradi prethodnog izraza, pa je

$$i_D = I_{DC} + a_1 \cos \omega_i t + a_2 \cos \omega_L t + b_1 \cos 2\omega_i t + 2c \cos 2\omega_L t - c [\cos(\omega_L + \omega_i)t + \cos(\omega_L - \omega_i)t]$$

gdje su radi jednostavnosti zapisa uvedene konstante,  $I_{DC}$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  i  $c$ . Opet, za funkciju koju razmatramo, interesuje nas jedino konstanta  $c$ , tj.

$$c \hat{=} \frac{I_{DSS} V_i V_L}{V_p^2}$$

Imajući u vidu činjenicu da je  $c$  amplituda korisnog produkta mješaača, sada možemo zapisati konverzionu konstantu mješaača, tj.

$$G_m \hat{=} \frac{c}{V_i} = \frac{I_{DSS} V_L}{V_p^2}$$

Optimalna vrijednost amplitude  $V_L = V_p/2$  (vidijeti predavanja), pa je

$$G_m = \frac{I_{DSS}}{2V_p}$$

Sa druge strane, transkonduktansa JFET-a je

$$g_m = \frac{\partial i_d}{\partial V_{GS}} = -\frac{2I_{DSS}}{V_p} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_p}\right)$$

Pri  $V_{GS}=0$  imamo

$$g_m = -\frac{2I_{DSS}}{V_p}$$

pa je

$$|V_p| = \frac{2I_{DSS}}{g_m}$$

Koristeći numeričke podatke iz postavke zadatka nalazimo da je

$$|V_p| = \frac{2 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{200 \cdot 10^{-3}} = 0.5V$$

I

$$V_L = \frac{V_p}{2} = 0.25V$$

pa je

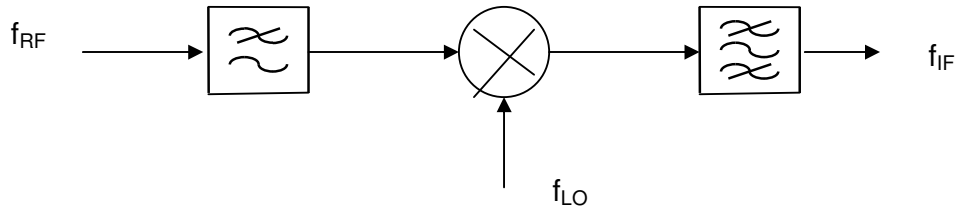
$$G_m = \frac{I_{DSS}}{2V_p} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0.5} = 50mS$$

Naponsko pojačanje razmatranog mješaača je

$$A_v = G_m R_d = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 = 50 (\approx 34dB)$$

### ZADATAK 3.4

Na slici je predstavljen ulazni dio prijemnika koji radi u opsegu 1 do 10MHz. Ulazni filter je niskopropusni. Granična frekvencija ovog filtra je 15MHz, a slabljenje u nepropusnom opsegu se povećava sa nagibom 60dB/dek. Odrediti  $f_{IF}$  tako da slabljenje simetrične frekvencije iznosi barem 50dB.



### Rešenje

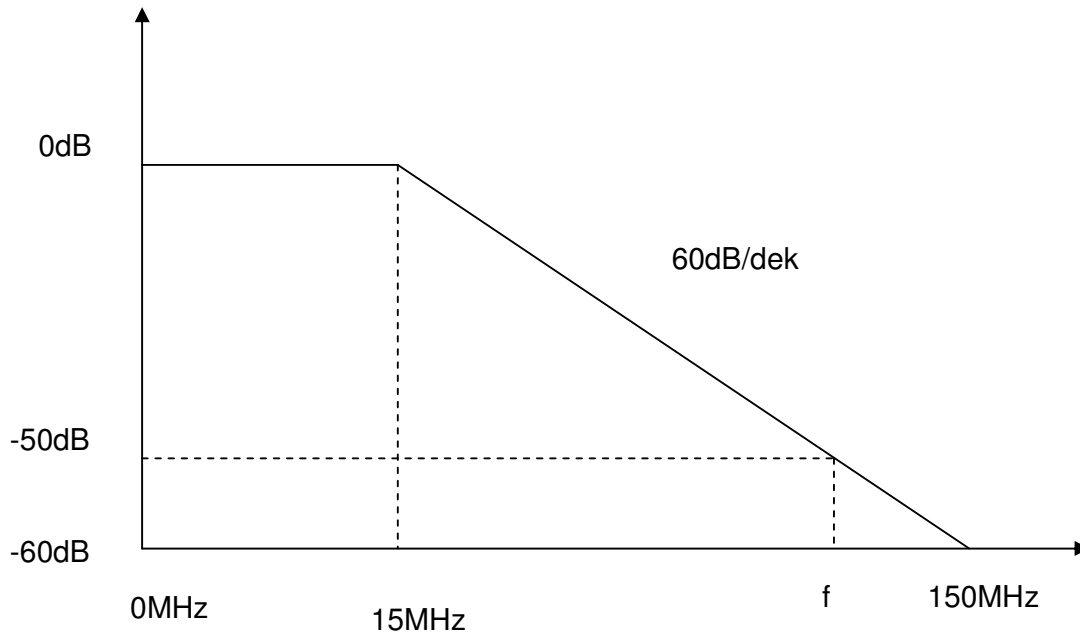
Po prirodi problema razmatramo *high-side injection*, tj.

$$f_{IF} = f_{LO} - f_{RF}$$

Simetrična frekvencija je

$$f_{sim} = 2f_{IF} + f_{RF}$$

Saglasno uslovima definisanim u zadatku crtamo sledeći dijagram



Konsultujući dijagram možemo zapisati proporciju:

$$\frac{150}{60} = \frac{f}{50} \Rightarrow f = \frac{50}{60}150 = 125MHz$$

Po uslovu zadatka treba da je

$$f_{sim} \geq f = 125MHz$$

Sada možemo zapisati sledeće jednačine

$$\begin{aligned}f_{IF} &= f_{LO\min} - f_{RF\min} \\2f_{IF} + f_{RF\min} &= f_{sim} \equiv f\end{aligned}$$

Rešenja ovog sistema su:

$$\begin{aligned}f_{LO\min} &= 63MHz \\f_{IF} &= 62MHz\end{aligned}$$

Takođe, nalazimo da je

$$f_{LO\max} = f_{IF} + f_{RF\max} = 72MHz$$

Ovdje je

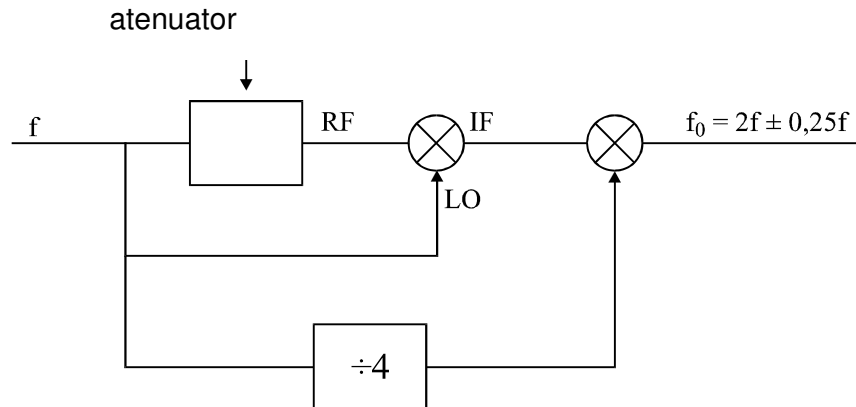
$$\frac{f_{LO\max}}{f_{LO\min}} = \frac{72}{63} = 1.1429$$

### ZADATAK 3.5

Za bilo koju frekvenciju iz opsega  $f \in [12\text{MHz} \div 15\text{MHz}]$  treba generisati frekvenciju  $1,75f$ . Za rješenje problema mogu se koristiti mješači i eventualno djelitelji.

#### Rešenje

Jedno od rješenja dato je na slici



tj. saglasno predloženoj šemi tražena frkvencija je

$$f_0 \hat{=} (f + f) - \frac{1}{4}f = 1,75f$$

Pored željene frekvencije  $1,75f$  na izlazu drugog mješača postoji i frekvencija  $2f+0,25f$ . Pošto je ulazna frekvencija iz opsega (12 -15)MHz najbliži neželjeni produkt je  $2 \cdot 12 + 12/4 = 27\text{MHz}$  i daleko je od odgovarajućeg željenog produkta (tj.  $1,75 \cdot 12 = 21\text{MHz}$ ), tj. neželjeni produkt može se eliminisati primjenom relativno jednostavnog filtra.

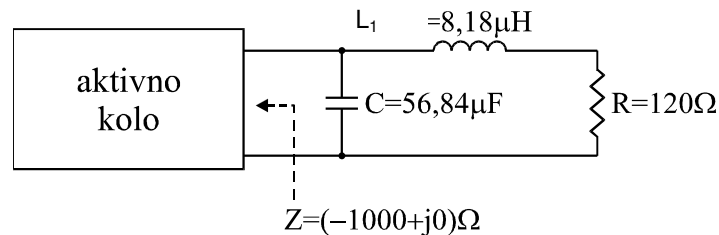
#### Sugestija:

1. Objasniti ulogu atenuatora, a pod pretpostavkom da se u razmatranoj šemi koristi pasivni balansni mješač.
2. Specificirati faktor oblika za filter pomenut u obrazloženju rešenja.

## OSCILATORI, FAZNA PETLJA, SINTEZATORI

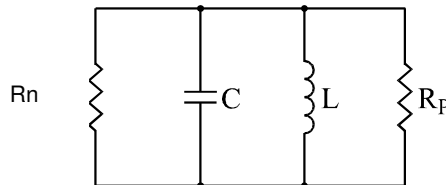
### ZADATAK 4.1

Aktivno kolo ima ulaznu impedansu  $Z$  i vezano je na RLC kolo kao na slici. Da li ovaj sistem može da osciluje? Ako može, odrediti frekvenciju oscilacija.



### Rešenje

Prvo, provjeravamo da li je u pitanju oscilator sa negativnom otpornošću. U tu svrhu transformisaćemo datu RLC mrežu u ekvivalentnu paralelnu strukturu.



Uslovi oscilovanja su:

$$-R_n + R_p = 0 \text{ i } X_C + X_L = 0.$$

Zbog ekvivalencije razmatranih kola, rezonantnu frekvenciju možemo da izračunamo za polazno kolo, tj.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_1 C} - \frac{R^2}{L_1^2}} = 4,339 \cdot 10^7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_0 \approx 7 \text{ MHz}$$

Ostaje da provjerimo da li je  $-R_n + R_p = 0$ , gdje je  $R_n = -1000 \Omega$ . Otpornost  $R_p$  je

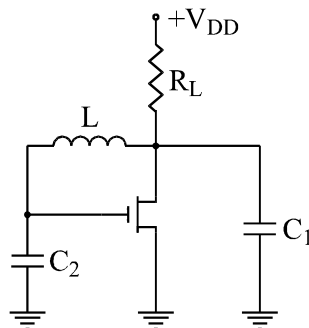
$$R_p = R(1 + Q_{L_1}^2) = R \left[ 1 + \left( \frac{\omega L_1}{R} \right)^2 \right] = 1988 \Omega$$

S obzirom da je  $-1000 + 1988 > 0$  uslov oscilovanja nije zadovoljen.



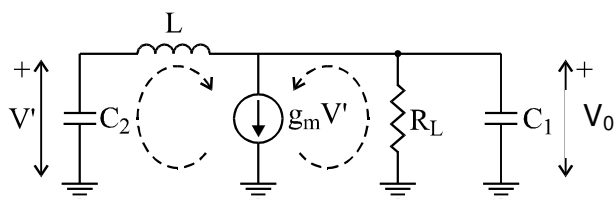
### ZADATAK 4.2

Na slici je prikazan LC oscilator. Odrediti uslov oscilovanja i rezonantnu frekvenciju. Podrazumijeva se da je ulazna impedansa tranzistora  $r_{GS}$  vrlo velika.



### Rešenje

Ekvivalentna šema datog oscilatora za mali signal prikazana je na sledećoj šemi



Jednačine kontura su:

$$g_m V' + \frac{V_D}{R_L} + sC_1 V_0 + \frac{V_0 - V'}{sL} = 0$$

$$\frac{V_0 - V'}{sL} = sC_2 V'$$

pa je

$$V_0 = V'(1 + s^2 LC_2)$$

$$g_m V' + \left( \frac{1}{R_L} + sC_1 + \frac{1}{sL} \right) (1 + s^2 LC_2) V' - \frac{V'}{sL} = 0$$

Uslov  $V' \neq 0$  bitan je za uspostavljanje oscilovanja. Čitav izraz dijelimo sa  $V'$ :

$$g_m + \left( \frac{1}{R_L} + sC_1 + \frac{1}{sL} \right) (1 + s^2 LC_2) - \frac{1}{sL} = 0 \quad s = j\omega$$

Iz realnog dijela dobija se uslov oscilovanja, a iz imaginarnog frekvencija oscilovanja.

Dakle,

$$\left( g_m + \frac{1}{R_L} - \omega^2 LC_2 \frac{1}{R_L} \right) + j\omega(C_1 - \omega^2 LC_1 C_2 + C_2) = 0$$
$$C_1 - \omega^2 LC_1 C_2 + C_2 = 0$$

pa je frekvencija oscilovanja

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2}}$$

Pri  $\omega = \omega_0$ , nalazimo uslov oscilovanja

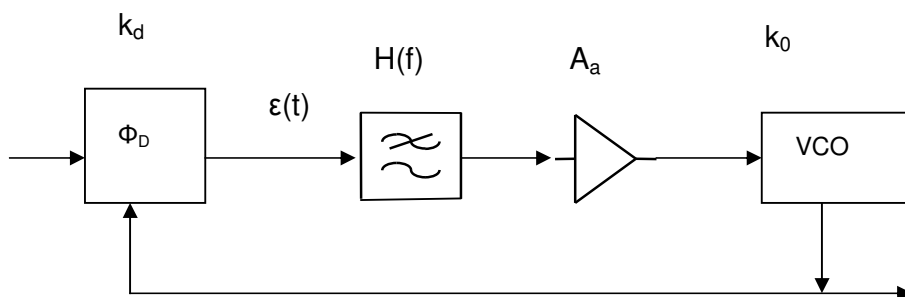
$$g_m + \frac{1}{R_L} - \omega_0^2 LC_2 \frac{1}{R_L} = 0$$
$$g_m R_L = \frac{C_2}{C_1}$$

### ZADATAK 4.3

Za PLL sa slike poznato je: srednja frekvencija VCO-a ( $f_{VCO}=10^5\text{Hz}$ ),  $k_0=2\pi \cdot 100\text{rad/s/V}$ ,  $A_a=10$  i  $H(0)=1$ . Izračunati opseg držanja za tri različita fazna detektora:

- (a) sinusni,
- (b) trougaoni,
- (c) testerasti.

Za sva tri detektora maksimalni izlazni napon je  $A=2\text{V}$ .



### Rešenje

Opseg držanja je

$$|\Omega_d| = \epsilon_{\max} H(0) A_a k_0$$

Jasno je da mora biti  $|\Omega_d| \leq \Delta\omega_{VCO\max}$ .

(a) Fazni detektor sa sinusnom karakteristikom

$$\epsilon(t) = A \sin \varphi_e \approx A \varphi_e, \text{ za } |\varphi_e| \leq 0.07\text{rad}$$

$$k_d \triangleq \frac{\epsilon(t)}{\varphi_e} = A$$

$$k_d = 2$$

Neka je  $k=k_d A_a k_0$ , pa je

$$k = 2 \cdot 10 \cdot 2\pi \cdot 100 = 2\pi \cdot 1000$$

$$|\Omega_d| = 0.707 \cdot 2\pi \cdot 2000$$

(b) Fazni detektor sa trougaonom karakteristikom

$$\epsilon(t) = \frac{2}{\pi} A \varphi_e, \text{ za } |\varphi_e| \leq \pi/2$$

$$k_d \triangleq \frac{\epsilon(t)}{\varphi_e} = \frac{2}{\pi} A$$

$$k_d = \frac{4}{\pi}$$

$$k = \frac{4}{\pi} \cdot 10 \cdot 2\pi \cdot 100$$

$$|\Omega_d| = 1 \cdot 2\pi \cdot 2000$$

(c) Fazni detektor sa testerastom karakteristikom

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{\pi} A \varphi_e, \text{ za } |\varphi_e| \leq \pi$$

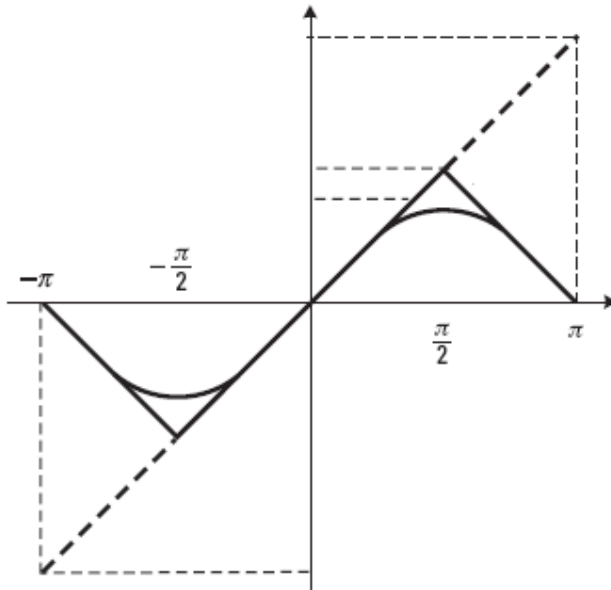
$$k_d \triangleq \frac{\varepsilon(t)}{\varphi_e} = \frac{1}{\pi} A$$

$$k_d = \frac{2}{\pi}$$

$$k = \frac{2}{\pi} \cdot 10 \cdot 2\pi \cdot 100$$

$$|\Omega_d| = 1 \cdot 2\pi \cdot 2000$$

**Komentar:** Prethodna analiza izvedena je pod pretpostavkom (uslov u zadatku) da su maksimalne izlazne amplitude za razmatrane detektore podjednake i iznose  $A=2$ . Međutim, interesantno je razmotriti slučaj kada svi fazni detektori imaju istu vrijednost za  $k_d$ . U tom slučaju dobijaju se različite vrijednosti za  $\varepsilon_{\max}$  (vidi sliku niže), a što je vrlo bitno sa stanovišta opsega držanja koji se može ostvariti sa odgovarajućim faznim detektorom.



*sinusni :*

$$\varepsilon_{\max} = k_d \theta_{\max} < k_d \cdot 0.775$$

*trougao:*

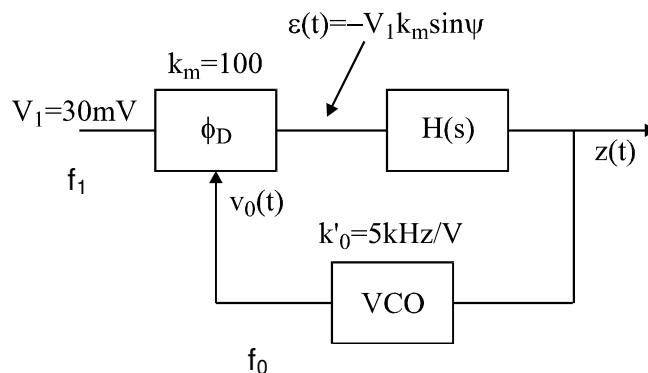
$$\varepsilon_{\max} = k_d \frac{\pi}{2}$$

*testerasti*

$$\varepsilon_{\max} = k_d \pi$$

#### ZADATAK 4.4

Data je fazna petlja sa elementima i karakteristikama naznačenim na slici



Srednja frekvencija na izlazu fazne petlje je 100kHz. Filter u petlji ima jedinično pojačanje za jednosmjerni signal.

- Izračunati vrijednost amplitude regulacionog signala  $V_z$  pri  $f_1 = 107,5\text{kHz}$
- Izračunati faznu razliku  $\psi$ , pri  $f_1 = 107,5\text{kHz}$
- Koliko iznosi opseg držanja za ovu petlju?

*Napomena:* voditi računa o dimenziji konverzije konstante VCO-a, tj.  $k'_0(=)\frac{\text{Hz}}{\text{V}}$ ,  $k_0(=)\frac{\text{rad}}{\text{V}\cdot\text{s}}$

#### Rešenje

(a) Pošto je petlja u sinhronizmu imamo:

$$f_1 = f_0 + k'_0 V_z$$

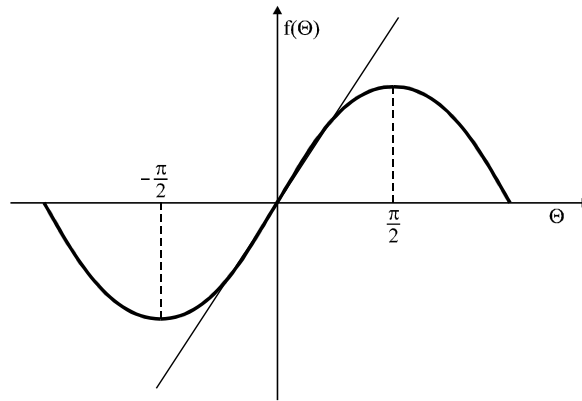
$$V_z = \frac{f_1 - f_0}{k'_0} = 1,5\text{V}$$

(b)

$$H(0) = 1 \Rightarrow V_e \equiv V_z = -V_1 k_m \sin \psi$$

$$\psi = \sin^{-1}\left(\frac{V_z}{-V_1 k_m}\right) = -30^\circ$$

(c) Smatrajući da je transfer karakteristika sinusnog faznog detektora linearna pri  $|\Theta| \leq 0,775\text{rad}$  ( vidi sliku) biće



$$|\theta| \leq 0,775 \text{ rad} \quad (-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ)$$

$$-V_1 k_m \sin 45^\circ \leq V_\varepsilon (\equiv V_z) \leq V_1 k_m \sin 45^\circ$$

Znajući da je  $f_1 = f_0 + k'_0 V_z$ , imamo:

$$f_0 - V_1 k_m k'_0 \cdot 0,707 \leq f_1 \leq f_0 + V_1 k_m k'_0 \cdot 0,707$$

$$100 - 10,6 \leq f_1 \leq 100 + 10,6$$

$$87,4 \text{ kHz} \leq f_1 \leq 110,6 \text{ kHz}$$

Prema tome, opseg držanja (ili praćenja) je  $\pm 10,6 \text{ kHz}$  oko  $f_0$ .

### ZADATAK 4.5

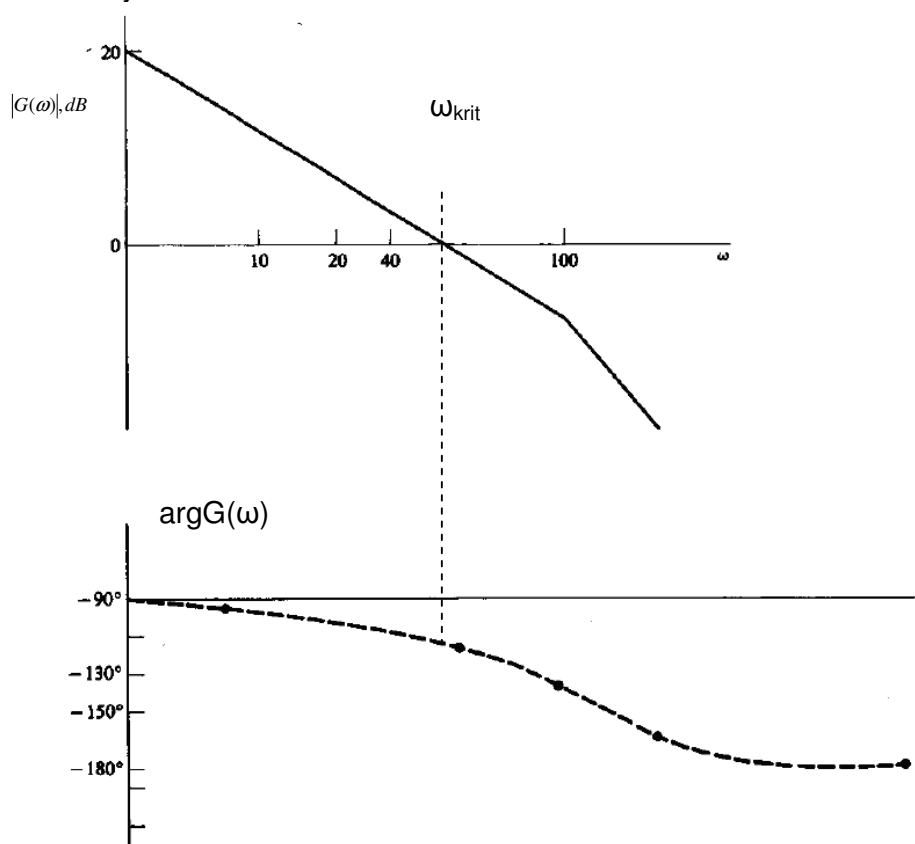
Jednosmjerno pojačanje petlje je  $K=50\text{rad/s}$ , filter u petlji je RC i ima graničnu frekvenciju  $100\text{rad/sec}$ . Za datu PLL izračunati marginu po fazi.

#### Rešenje

Za potrebe ove analize neophodno je da raspoložemo sa prenosnim faktorom otvorene petlje,  $G(\omega)$ . U ovom slučaju je

$$G(s) = K \frac{F(s)}{s} = \frac{K}{s(1+sRC)} = \frac{K}{s(1+\frac{s}{\omega_c})}$$

Dalje, treba da grafički predstavimo  $|G(\omega)|$  i  $\arg G(\omega)$ . Odgovarajući grafici dati su na sledećoj slici



Konsultujući sliku nalazimo da iz  $|G(\omega_{krit})| = 0\text{dB} \Rightarrow \omega_{krit} \approx 50\text{rad/sec}$ , pa je

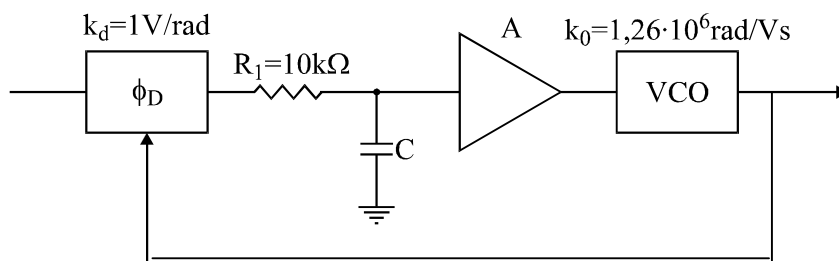
$$\arg G(\omega_{krit}) \approx 112.5^\circ$$

Dakle, margina po fazi je:

$$\Phi_M = \arg G(\omega_{krit}) + \pi = 67.5^\circ$$

## ZADATAK 4.6

Fazna petlja je konfigurisana kao na slici.



Srednja frekvencija VCO je 10,7MHz. Fazni detektor ima linearnu transfer funkciju u opsegu  $\pm \pi/2$ .

(a) Izračunati propusni opseg petlje ako je  $A = 1$ ,  $C = 0$

(b) Ako je  $\omega_1 = 1/R_1C = 10^4 \text{ rad/s}$ , odrediti pojačanje  $A$  tako da margina po fazi bude  $60^\circ$

(c) Odrediti prirodnu kružnu frekvenciju i faktor prigušenja pri uslovima navedenim pod (b)

### Rešenje

(a) O propusnom opsegu petlje govori se kada je petlja u sinhronizmu. U tom slučaju postoje uslovi za linearizaciju petlje, pa se propusni opseg petlje, u stvari odnosu na propusni opseg prenosnog faktora linearizovane petlje. U ovom zadku fazni komparator ima linearnu transfer funkciju, pa je pelja. Ovdje je

$$H(s) = 1, \quad G(s) = \frac{k_d k_0 A}{s}$$

pa je

$$H_L(s) = \frac{k_0 k_d}{s + k_0 k_d} = \frac{1}{1 + \frac{1}{G(s)}}$$

$$\omega_{3\text{dB}} \Rightarrow |G(\omega_{3\text{dB}})| = 1 \Rightarrow \omega_{3\text{dB}} = k_0 k_d A = 1,26 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

$$f_{3\text{dB}} = \frac{\omega_{3\text{dB}}}{2\pi} = 200 \text{ kHz}$$

(b) Prenosni faktor RC filtra je:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{R_1 + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sR_1C} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}}$$

$$\omega_1 \triangleq \frac{1}{R_1C}$$



Prenosni faktor otvorene petlje je:

$$G(s) = \frac{kH(s)}{s} = \frac{k_0 k_d A}{s \left( 1 + \frac{s}{\omega_1} \right)}$$

U opštem slučaju margina je:  $\phi_M \hat{=} \arg G(\omega_{krit}) + \pi$ . Dakle,

$$\arg\{G(j\omega_{krit})\} = -90^\circ - \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\omega_{krit}}{\omega_1}\right) = -120^\circ$$

jer se zahtijeva margina od  $60^\circ$ . Iz poslednje relacije dobija se

$$\omega_{krit} = 5,8 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_{krit} = 0,9 \text{ kHz}$$

Pošto je

$$|G(j\omega_{krit})| = 1 \Rightarrow |G(j\omega_{krit})| = \frac{k_0 k_d A}{\omega_{krit} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_{krit}}{\omega_1}\right)^2}} = 1 \Rightarrow A = 5,3 \cdot 10^{-3}$$

(c) Prenosni faktor petlje je:

$$\begin{aligned} H_L(s) &= \frac{Ak_0 k_d H(s)}{s + k_0 k_d A H(s)} = \frac{\frac{Ak_0 k_d}{1 + s/\omega_1}}{s + \frac{Ak_0 k_d}{1 + s/\omega_1}} \\ &= \frac{Ak_0 k_d}{s + \frac{s^2}{\omega_1} + Ak_0 k_d} = \frac{Ak_0 k_d \omega_1}{s^2 + s\omega_1 + Ak_0 k_d \omega_1} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{Ak_0 k_d \omega_1} s^2 + \frac{1}{Ak_0 k_d} s + 1} \end{aligned}$$

Sa druge strane karakteristična jednačina petlje ima oblik:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

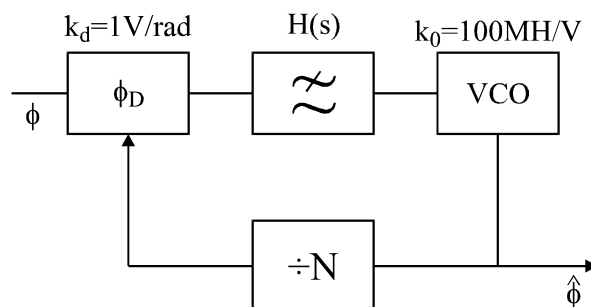
Direktnim poređenjem koeficijenata (uz  $s^2$  i uz  $s$ ) u karakterističnoj jednačini i u izrazu za  $H_L(s)$  dobijamo

$$\omega_n = \sqrt{k_0 k_d A \omega_1} = 8,2 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f_n = 1,3 \text{ kHz}$$

$$\frac{2\zeta}{\omega_m} = \frac{1}{Ak_0 k_d} \Rightarrow \zeta = 0,61$$

#### ZADATAK 4.7

Za faznu petlju sa slike dato je  $H(s)=1/(1+s/\omega_1)$ ,  $\omega_1=2\pi \cdot 10^6 \text{ rad/s}$ ,  $N=100$ .



Izračunati: prenosni faktor petlje  $H_L(s)$ , prirodnu kružnu frekvenciju  $\omega_n$  i faktor prigušenja  $\zeta$ .

#### Rešenje

Na osnovu blok šeme linearizovane petlje neposredno možemo zapisati

$$\left( \phi(s) - \frac{\hat{\phi}(s)}{N} \right) k_d H(s) \frac{k_0}{s} = \hat{\phi}(s)$$

pa je

$$\hat{\phi}(s) \left( 1 + \frac{k_d H(s) k_0}{sN} \right) = \frac{k_d k_0}{s} H(s) \phi(s)$$

Prenosni faktor petlje je

$$H_L(s) \triangleq \frac{\hat{\phi}(s)}{\phi(s)} = \frac{\frac{k_d k_0 H(s)}{s}}{1 + \frac{k_d k_0 H(s)}{sN}} = \frac{k_0 k_d}{s \left( 1 + \frac{s}{\omega_1} \right) + \frac{k_0 k_d}{N}} = \frac{k_0 k_d \omega_1}{s^2 + \omega_1 s + \frac{k_0 k_d \omega_1}{N}}$$

Formalnim poređenjem imenioca u izrazu za  $H_L(s)$  sa karakterističnom jednačinom petlje nalazimo da je:

$$\omega_n^2 = \frac{k_d k_0 \omega_1}{N} = 2\pi \cdot 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

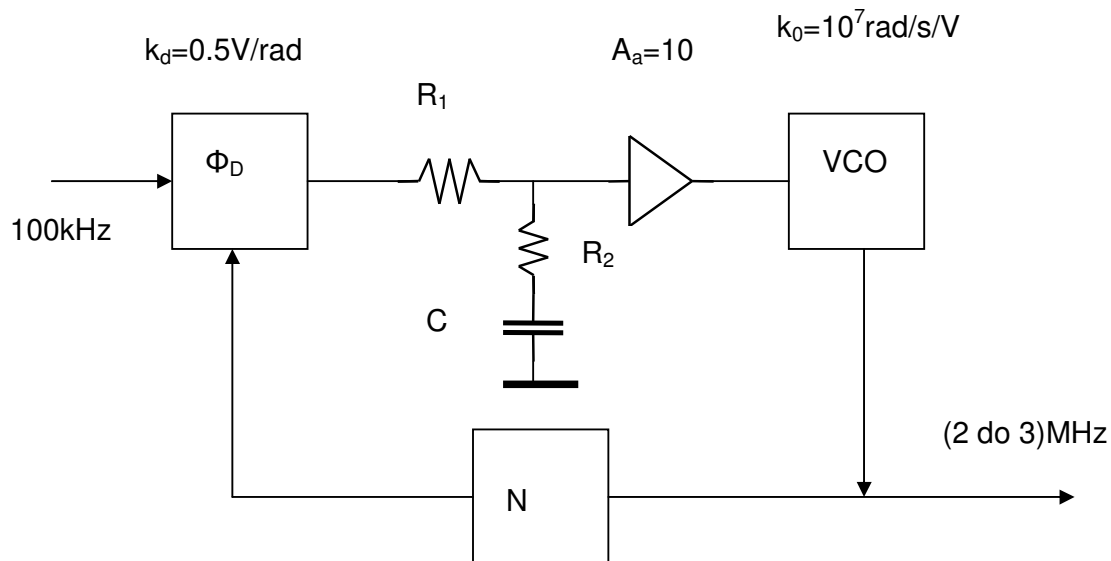
$$\zeta = \frac{\omega_1}{2\omega_n} = \frac{2\pi \cdot 10^6}{2 \cdot 2\pi \cdot 10^6} = 0,5$$

**Komentar:** Obratiti pažnju na uticaj koeficijenta dijeljenja ( $N$ ) na  $\omega_n$ , pa s tim u vezi razmotriti uticaj  $N$  na širinu propusnog opsega petlje, na opseg hvatanja i na opseg držanja. Takođe, kada se mijenja  $N$  mijenja se i faktor prigušenja, pa se mijenja i trajanje akvizicije.

### ZADATAK 4.8

Na slici je data PLL koja treba da radi u opsegu od 2 do 3MHz. Prirodna kružna frekvencija petlje treba da je  $\leq 10^4$  rad/sec, a  $\zeta=0.8$ . Odrediti:

- opseg vrijednosti faktora dijeljenja,
- srednju frekvenciju VCOa,
- elemente pasivnog filtra.



### Rešenje

(a) Raspon koeficijenta dijeljenja je

$$N_{\min} = \frac{2 \cdot 10^6}{10^5} = 20$$

$$N_{\max} = \frac{3 \cdot 10^6}{10^5} = 30$$

(b) Srednja frekvencija VCO-a je 2.5MHz.

(c) Jednosmjerno pojačanje petlje je

$$k \hat{=} k_d A_a k_0 \frac{1}{N_{\min}} = 2.5 \cdot 10^6$$

Za datu konfiguraciju niskofrekvencijskog filtra vremenske konstante su:

$$\tau_1 = \frac{k}{\omega_n^2} = \frac{2.5 \cdot 10^6}{10^8} = 0.025 \text{ sec}$$

$$\tau_2 = \frac{2\zeta}{\omega_n} - \frac{1}{k} = \frac{1.6}{10^4} - \frac{10^{-6}}{2.5} = 1.596 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$$

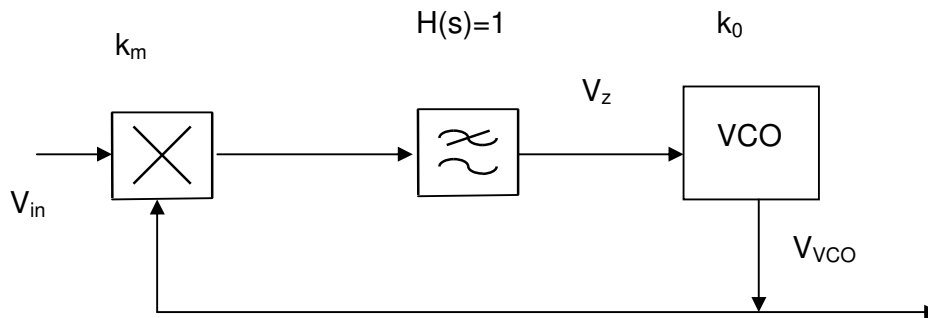
Biramo (usvajamo)  $C=0.5\mu\text{F}$ , pa je

$$R_1 = \frac{\tau_1}{C} = 50 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = \frac{\tau_2}{C} = 319 \Omega$$

#### ZADATAK 4.9

PLL sa slike koristi analogni množač kao fazni detektor. Amplituda ulaznog signala i signala iz VCO-a imaju istu vrijednost, tj.  $V_{VCO}=V_{in}=0.75V$ . Amplituda signala na izlazu faznog detektora iznosi 2V ako su amplitude signala na oba ulazna porta množača jednake i ako iznose 2V. Srednja frekvencija slobodno oscilujućeg VCOa je  $f_{VCO}=10MHz$ . Izlazna frekvencija VCO-a opadne na nulu kada se kontrolni napon VCO-a smanji za 1V u odnosu na vrijednost pri kojoj je  $f_{VCO}=10MHz$ . Izračunati faznu razliku između  $u_{VCO}(t)$  i  $u_{in}(t)$  :

- (a) pri promjeni frekvencije sa 10 na 11MHz i  
 (b) pri promjeni frekvencije sa 10 na 9MHz.



#### Rešenje

Amplituda signala na izlazu faznog detektora je

$$V_{FD} = k_m V_{in} V_{VCO} \Rightarrow k_m = \frac{V_{FD}}{V_{in} V_{VCO}} = \frac{2}{2 \cdot 2} = 0.5$$

Posmatrajmo amplitudski množač kada radi kao fazni detektor, pa je

$$\begin{aligned} v_{FD}(t) &= k_m V_{in} V_{VCO} \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t - \phi_d) \\ &= 0.5 k_m V_{in} V_{VCO} [\sin \phi_d + \sin(2\omega_0 t - \phi_d)] \end{aligned}$$

gdje je  $\phi_d$  fazni pomak oko  $\pi/2$ . Amplituda kontrolnog napona je

$$V_z = 0.5 k_m V_{in} V_{VCO} \sin \phi_d \approx 0.5 k_m V_{in} V_{VCO} \phi_d$$

pa je

$$k_d = \frac{V_z}{\phi_d} = 0.5 \cdot k_m V_{in} V_{VCO} = 0.1406V / rad$$

Konverzionna konstanta VCO-a je

$$k_0 = \frac{\Delta \omega_{VCO}}{\Delta V_z} = \frac{2\pi \cdot 10^7}{1} = 2\pi \cdot 10^7 rad / s / V$$

U uslovima sinhronizma po frekvenciji je

$$kV_z + \omega_0 = \omega_m$$

pa je

$$V_z \equiv V_d = \frac{\omega_m - \omega_0}{k_0} \Rightarrow \phi_d = \frac{V_d}{k_d} = \frac{\omega_m - \omega_0}{k_d k_0}$$

(a)

$$\phi_d = \frac{2\pi(11-10)}{k_d k_0} = 0.7111\text{rad} = 40.74^\circ$$

Pošto u uslovima sinhronizma postoji konstantni fazni pomak od  $90^\circ$  između signala na ulaznim portovima faznog detektora, fazna razlika koja se traži u ovom zadatku je:

$$90^\circ - 40.74^\circ = 49.26^\circ$$

(b)

$$\phi_d = \frac{2\pi(9-10)}{k_d k_0} = -0.7111\text{rad} = -40.74^\circ$$

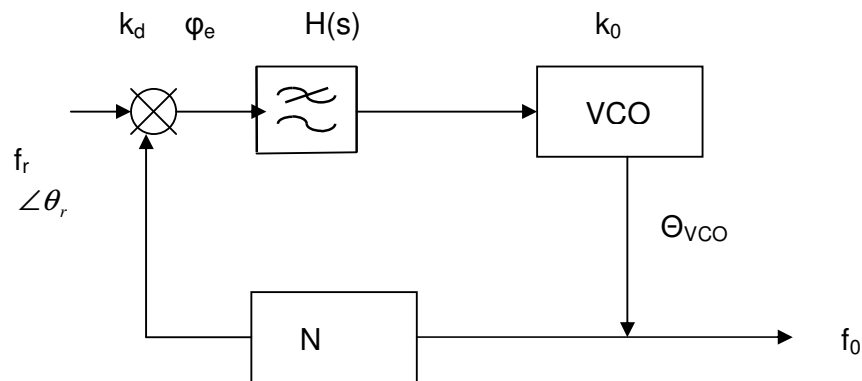
Zbog razloga kao pod (a) tražena fazna razlika u ovom slučaju je

$$90^\circ - (-40.74^\circ) = 130.74^\circ$$

### ZADATAK 4.10

Blok šema PLL data je na slici. Fazni detektor ima linearnu transfer karakteristiku pri  $k_d=1\text{V/rad}$ . Konverzična konstanta VCOa iznosi  $k_0=50\text{Hz/V}$ . Izlazna frekvencija treba da je četiri puta veća od referentne. Transfer funkcija filtra u petlji je  $H(s)=1/(1+s/50)$ .

- Naći transfer funkciju  $\Theta_{VCO}(s)/\Theta_r(s)$ ;
- Odrediti  $\omega_n$ ,  $\zeta$  i  $B_L$ ;
- odrediti faznu grešku posle faznog skoka  $\Delta\Theta_r=1\text{rad}$ ;
- kao pod (c) posle frekvecijskog skoka  $\Delta f_r=1\text{Hz}$ .



### Rešenje

(a)

$$H_L(s) = \frac{\Theta_{VCO}(s)}{\Theta_r(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)}$$

$$G(s) = \frac{k_0 k_d}{N} \frac{1}{s} H(s) = \frac{k_0 k_d}{Ns} \frac{1}{1+s/50}$$

Dakle, razmatramo PLL tip 1, red 2, tj. PLL-2.

(b)

$$H_L(s) = \frac{k_d k_0 \cdot 50 / N}{s^2 + 50s + \frac{50k_d k_0}{N}}$$

Imajući u vidu da je za PLL-2 oblik imenioca

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Imamo

$$\omega_n^2 = \frac{50k_d k_0}{N} \Rightarrow \omega_n = 62.67 \text{ rad/s}$$

$$2\zeta\omega_n = 50 \Rightarrow \zeta = 0.399$$

Propusni opseg petlje,  $\omega_L=2\pi B_L$ , nalazimo pri  $s=j\omega$  iz uslova

$$\left| \frac{H_L(j\omega_L)}{H_L(0)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Pošto je  $H_L(0)=1$  biće

$$(1 - (\omega_L / \omega_n)^2)^2 + (2\zeta\omega_L / \omega_n)^2 = 2 \Rightarrow \omega_L = \omega_n \sqrt{(1 - 2\zeta^2) + \sqrt{(1 - 2\zeta^2)^2 + 1}}$$

$$\omega_L = \omega_n \cdot 1.375$$

$$\omega_L = 86.20 \text{ rad/s} \Rightarrow B_L = 13.7 \text{ Hz}$$

(po prirodi problema, za  $\omega_L$  koristili smo samo pozitivnu vrijednost).

(c) Da bi izračunali odziv petlje poslije poremećaja, prvo treba naći prenosni faktor fazne greške, tj.

$$\frac{\varphi_e(s)}{\Theta_r(s)} = \frac{s}{s + \frac{k_d k_0}{N} H(s)} \Rightarrow \varphi_e(s) = \frac{s \Theta_r(s)}{s + \frac{k_d k_0}{N} H(s)}$$

Primjenom teoreme o konačnoj vrijednosti dobijamo

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \varphi_e(s)$$

Za  $\Delta\theta_r$  je  $\theta_r(s) = \Delta\theta_r/s$ , pa  $\varphi_e(\infty) \rightarrow 0$

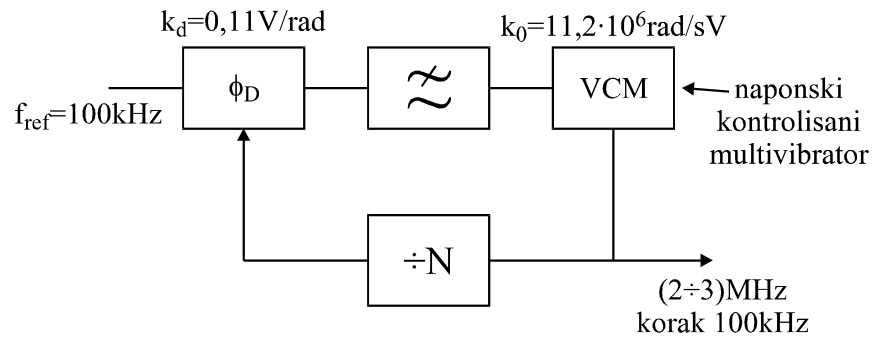
Za  $\Delta f_r$  je  $\theta_r(s) = 2\pi\Delta f_r/s^2$ , pa  $\varphi_e(\infty) = 0.08 \text{ rad}$

#### ZADATAK 4.11

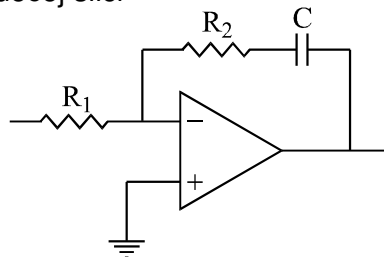
Projektovati relativno najjednostavniji sintezator za opseg 2–3MHz sa korakom 100kHz. Vrijeme akvizicije, pri odstupanju frekvencije manje od 5% u odnosu na stacionarno stanje, treba da je  $\leq 1\text{ms}$ . Odstupanje frekvencije u toku prelaznog stanja mora biti manje od 20% u odnosu na finalno stanje. Na raspolaganju je fazni detektor sa testerastom karakteristikom za koji je  $k_d=0.11\text{V/rad}$ . Takođe na raspolaganju je i VCM za koji je  $k_0=11.2 \cdot 10^6\text{rad/s/V}$ .

#### Rešenje

Uočavamo da je odnos najviše i najniže sintetizovane frekvencije  $> 100\%$  što na prvi pogled upućuje na složenu strukturu odgovarajućeg sintezatora. Međutim, podaci iz postavke zadatka, gdje se ne postavljaju posebni zahtjevi za spektralnu čistoću sintetizovane frekvencije, dozvoljavaju nam da problem rešavamo koristeći jednostavnu petlju koja koristi VCM-u (naponski kontrolisani multivibrator) umjesto VCO-a (ovdje vodimo računa o činjenici da je mogući opseg promjene frekvencije VCO-a do oko 15%, dok VCM dozvoljava promjenu frekvencije reda 100%). Biramo raspoloživi VCM za koji je  $k_0=11.2 \cdot 10^6\text{rad/s/V}$ . Blok šema odgovarajućeg sintezatora data je na sledećoj slici.



Po uslovu zadatka, tj. pri  $\Delta f=100\text{kHz} \Rightarrow \varphi_e(\infty) \rightarrow 0$ . Dakle, petlja treba da je tip2, red2 (PLL-2). U tom slučaju odgovarajući aktivni niskofrekvencijski filter u petlji treba da je strukturiran kao na sledećoj slici



pa je

$$H(s) = \frac{1 + s\tau_2}{\tau_1 s} = \frac{1 + R_2 C s}{R_1 C s}$$



*Napomena:* navedeni prenosni faktor podrazumijeva da je operacioni pojačavač savršen, tj. da je njegovo pojačanje  $\rightarrow \infty$ . Jasno, u praksi to nije slučaj, pa ćemo zbog te okolnost koristiti korigovani izraz

$$H(s) \approx 0.5 \frac{1 + R_2 C s}{R_1 C s}$$

Koeficijent dijeljenja je u opsegu:

$$N_{\min} = \frac{f_{0\min}}{f_{ref}} = \frac{2}{0,1} = 20$$

$$N_{\max} = \frac{f_{0\max}}{f_{ref}} = \frac{3}{0,1} = 30$$

tj.  $k_n \hat{=} 1/N$  mijenja se u opsegu od 1/20 do 1/30.

Prenosni faktor petlje je

$$H_L(s) = \frac{k_d k_0 k_n H(s)}{s + k_d k_0 k_n H(s)}$$

Karakteristična jednačina za razmatranu petlju je

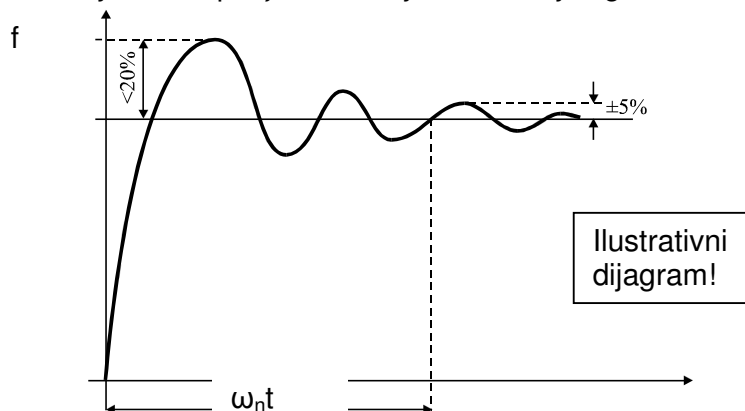
$$s^2 + \frac{0,5k_d k_0 R_2}{R_1 N} s + \frac{0,5k_d k_0}{R_1 C N} = 0$$

pa je

$$\omega_n = \sqrt{\frac{0,5k_d k_0}{R_1 C N}}$$

$$2\zeta\omega_n = \frac{0,5k_d k_0 R_2}{R_1 N}$$

Sada moramo uzeti u obzir zahtjev vezan za trajanje akvizicije i zahtjev vezan za ograničenje magnitude frkvencijskog odstupanja u toku prelaznog stanja. Odgovarajuće podatke dobijamo sa dijagrama za prelazno stanje PLL-2 koja koristi linearni fazni detektor (principski oblik dijagrama dat je na slici niže, a za konkretne podatke konsultovati predavanja ili knjigu). Tako, očitavamo da je magnituda frekvencijske tranzicije <20% pri  $\zeta=0.8$  i da je frekvencijska greška <5% pri  $\omega_n t = 4,5$ .



$$\omega_n = \frac{4,5}{0,001} = 4,5 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$R_1 C = \frac{0,5k_d k_0}{\omega_m^2 N} = \frac{0,5 \cdot 0,11 \cdot 11,2 \cdot 10^6}{(4,5 \cdot 10^3)^2 \cdot 30} = 0,00102 \quad (\text{uzima se najveće } N)$$

Usvajamo

$$C = 0,5 \mu\text{F} \Rightarrow R_1 = \frac{0,00102}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 2,04 \text{k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{23\omega_m R_1 N}{0,5k_d k_0} = 711 \Omega$$

**Sugestija:** Ponovite analizu, ali tako što ćete koristiti aproksimativni izraz za trajanje akvizicije  $t_s \approx 25 / f_r$ , gdje je  $f_r$  – raster (korak) sintezatora.

### ZADATAK 4.12

Kristalni tranzistorski oscilator ima sljedeće karakteristike: izlazna frekvencija je 6.4MHz, izlazna snaga je +10dBm, faktor šuma  $F_N = 2\text{dB}$ , granična frekvencija flikerskog šuma  $f_C = 15\text{kHz}$ , Q-faktor neopterećenog kola  $Q_L = 1.2 \cdot 10^3$  i temperatura ambijenta 290K.

- nacrtati promjenu jednobočnog faznog šuma (dati u dBc) u opsegu 10Hz do 10MHz od nosioca
- Ako se ovaj oscilator koristi kao referentni za petlju čija je transfer funkcija:

$$\frac{\phi_0(s)}{\phi_{ref}(s)} = \frac{N}{M} \frac{2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2},$$

gdje je  $N = 19000$ ,  $M = 256$ ,  $\zeta = 0,7$ ,  $\omega_n = 908\text{rad/s}$ , nacrtati dijagram jednobočnog faznog šuma na izlazu ove petlje

### Rešenje

- Primijenimo *Lesson*-ov izraz za spektralnu gustinu snage faznog šuma oscilatora, tj.

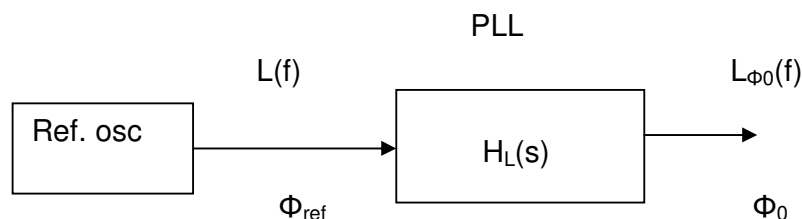
$$L(f) = 10 \log \left[ \frac{F kT}{P_s} \left( 1 + \frac{1}{4Q^2} \left( \frac{f_0}{f} \right)^2 \right) \left( 1 + \frac{f_c}{f} \right) \right] \quad [\text{dBc}]$$

gdje je  $f_0 = 6.4\text{MHz}$ ,  $f$  je pomak u odnosu na  $f_0$ ,  $F = 10^{2/10} = 1,585$ ,  $P_s = 10^{10/10} = 0,01\text{W}$ , pa je

$$L(f) = 10 \log \left[ 6,348 \cdot 10^{-19} \left( 1 + \frac{71.11 \cdot 10^3}{f^2} \right) \left( 1 + \frac{1.5 \cdot 10^4}{f} \right) \right] \quad [\text{dBc}]$$

**Sugestija:** primjenom MATLAB-a nacrtati  $L(f)$  i to u opsegu  $f=10\text{Hz}$  do  $f=10\text{MHz}$ .

- Razmatramo problem prema oznakama na sledećoj slici



Vodeći računa o datim numeričkim vrijednostima imamo

$$H_L(s) \triangleq \frac{\phi_0(s)}{\phi_{ref}(s)} = 74.219 \frac{1271.2s + 8.245 \cdot 10^5}{s^2 + 6.356s + 8.245 \cdot 10^5}$$

pa je

$$L_{\phi_0}(f) = 10 \log \left[ |H_L(j\omega)|^2 L(f) \right] \quad [dBc]$$

**Sugestija:** primjenom MATLAB-a nacrtati  $L_{\phi_0}(f)$  i to u opsegu  $f=10\text{Hz}$  do  $f=10\text{MHz}$ . Uporediti rezultate dobijene pod (a) i pod (b).

**Napomena:** bitno je uočiti da spektralna gustina snage faznog šuma slobodnooscilujućeg oscilatora raste srazmjerno kvadratu srednje frekvencije. To je vrlo značajno ograničenje o kom treba voditi računa kada se koncipira sintezator, pa stim u vezi, i kada se definiše odgovarajući VCO.

## RF POJAČAVAČI SNAGE

### ZADATAK 5.1

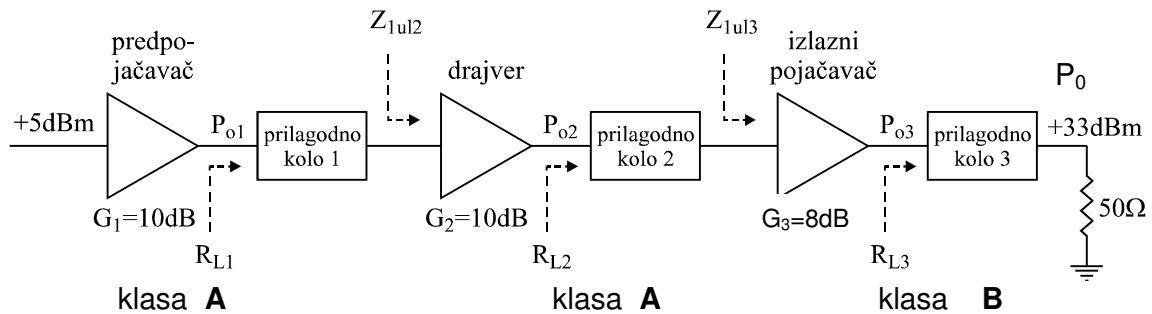
Definisati arhitekturu i energetske karakteristike linearnog izlaznog pojačavačkog lanca GSM predajnika koji treba da radi na frekvenciji 900MHz. Izlazna snaga treba da je 2W (+33dBm) na 50Ω. Napon napajanja je ograničen na  $V_{DD} \leq 3,5\text{ V}$ . Ulazna snaga je +5dBm.

#### Rešenje

Izlazni stepen treba da ima pojačanje

$$G = P_0[\text{dBm}] - P_i[\text{dBm}] = 33 - 5 = 28\text{ dBm}$$

Zahitjevano pojačanje je veliko, pa ga treba raspodijeliti na nekoliko pojačavača (zbog osobina RF tranzistora snage pojačane PA po jednom stepenu uglavnom je ograničeno na oko 10dB). Koristićemo tri pojačavačka stepena kako je predstavljeno na sledećoj slici



Prvi stepen (predpojačavač, pojačavač klase A):

$$G_1 \hat{=} 10\text{ dB} \Rightarrow P_{o1} = 15\text{ dBm}$$

$$R_{L1} = \frac{V_{CC}^2}{2P_{o1}} = 194\Omega$$

$$I_{1\text{max}} = \frac{2V_{CC}}{R_{L1}} = 36\text{ mA}$$

$$I_{DC1} = \frac{I_{1\max}}{2} = 18 \text{ mA}$$

Drugi stepen (pobuđivač, pojačavač klase A):

$$G_2 \hat{=} 10 \text{ dB}; \Rightarrow P_{o2} = 25 \text{ dBm}$$

$$R_{L2} = \frac{V_{CC}^2}{2P_{o2}} = 19,4 \Omega$$

$$I_{2\max} = \frac{2V_{CC}}{R_{L2}} = 360 \text{ mA}$$

$$I_{DC2} = \frac{I_{2\max}}{2} = 180 \text{ mA}$$

Treći stepen:

$$G_3 \hat{=} 8 \text{ dB}; P_{o3} = 33 \text{ dBm}$$

$$R_{L3} = \frac{V_{CC}^2}{2P_{o3}} = 3 \Omega$$

$$I_{3\max} = \frac{2V_{CC}}{R_{L3}} = 2,33 \text{ A}$$

Radi energetske ekonomičnosti ovaj stepen treba da radi u klasi B, pa je

$$I_{DC3} = \frac{I_{3\max}}{\pi} = 742 \text{ mA}$$

Za razmatranu kaskadu pojačavača ukupna jednosmjerna struja je

$$I_{DC} = I_{DC1} + I_{DC2} + I_{DC3} = 940 \text{ mA}$$

Očigledno, dominantni uticaj na izlaznu snagu ima treći stepen, pa je koeficijent korisnog dejstva izlaznog stepena predajnika sa predloženom arhitekturom:

$$\frac{P_0}{P_{DC}} \approx \frac{\frac{I_{3\max}}{2} \cdot V_{CC}}{I_{DC} \cdot V_{CC}} = \frac{I_{3\max}}{4I_{DC}} \approx 62\%$$

**Napomena:** Proračun prilagodnih kola realizovao bi se na osnovu odgovarajućih podataka za  $Z_{ul}$  i  $Z_{izl}$  izabranih tranzistora i primjenom napr., L-ćelija.

**Komentar:** Uslovi za pojačanje snage bitno se razlikuju od uslova za pojačanje napona. Naprimjer, za prvi stepen je strmina tranzistora

$$g_{m1} = \frac{I_{DC1}}{0,025 \text{ V}} = 0,696 \text{ S}$$

pa je naponsko pojačanje

$$A_{V1} \hat{=} g_{m1} \cdot R_{L1} = 0,696 \cdot 194 = 135 \quad (42,6 \text{ dB})$$

Dok je pojačanje po snazi 10dB.

Generalno, veza naponskog pojačanja i pojačanja po snazi je:

$$A_p \hat{=} \frac{P_o}{P_i} = \frac{\frac{V_o^2}{R_L}}{\frac{V_i^2}{R_i}} = \left( \frac{V_o}{V_i} \right)^2 \frac{R_i}{R_L} = A_V^2 \frac{R_i}{R_L}$$

Samo u slučaju kada su  $R_i = R_L \Rightarrow A_p = A_V^2$ , tj. imaju iste vrijednosti izražene u decibelima.

Podsjetimo, za optimalno pojačanje snage neophodno je da postoji prilagođenje na ulazu i na izlazu pojačavača. Sasvim drugačija situacija je kada razmatramo optimalno naponsko pojačanje. U tom slučaju optimalni rezultat se ostvaruje ako je  $R_g \ll R_{ul}$  i  $R_{izl} \ll R_L$ .

## ZADATAK 5.2

Treba projektovati PA klase A koji razvija snagu od 5W na 50-omskom opterećenju. Izabrati relativno najmanji napon napajanja i odrediti kritične parametre tranzistora.

**Napomena:** standardni jednosmjerni naponi napajanja su: 12V, 24V, 28V, i 48V.

### Rešenje

Izlazna snaga je

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_L} = \frac{V_{o,p}^2}{2R_L}$$

gdje je  $V_{o,p}$  vršna vrijednost amplitude napona na opteretnoj otpornosti. Iz prethodnog izraza nalazimo da je

$$V_{o,p} = \sqrt{2P_o R_L} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 50} = 22.4V$$

Da bi se spriječila distorzija izlaznog signala, mora biti

$$V_{CC} \geq V_{o,p}$$

pa biramo  $V_{CC}=24V$ .

Amplituda vršne struje na opterećenju je

$$I_{o,p} = \frac{V_{o,p}}{R_L} = \frac{22.4}{50} = 0.448A$$

Maksimalna kolektorska struja je

$$I_{C,max} = \frac{2V_{CC}}{R_L} = \frac{2 \cdot 24}{50} = 0.96A$$

pa je struja u radnoj tački

$$I_{DC} = \frac{I_{C,max}}{2} = 0.48A$$

Snaga iz izvora za napajanje je

$$P_{DC} = V_{CC} I_{DC} = 11.52W$$

Snaga disipacije je

$$P_{dis} = P_{DC} - P_o = 6.52W$$

Efikasnost je

$$\eta = \frac{P_o}{P_{DC}} = 43.4\%$$

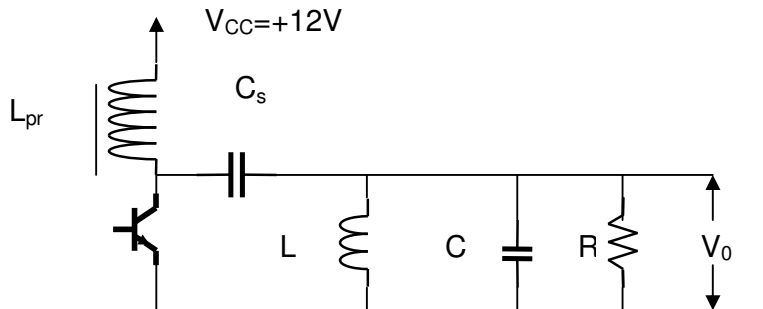
Treba izabrati tranzistor za koji je  $V_{CE,max} \geq 2V_{CC}=48V$ .

Da podsjetimo, osnovni parametri relevantni za izbor tranzistora za ovu aplikaciju su: izlazna snaga, disipacija,  $V_{CE,max}$  i  $I_{C,max}$ .



### ZADATAK 5.3

Principijska šema uskopojasnog PA klase A data je na slici. Pojačavač treba da razvija snagu 1W na  $50\ \Omega$  na frekvenciji 10MHz pri naponu napajanja 12V. Q-faktor izlaznog kola treba da iznosi 5. Smatrati da je saturacioni napon tranzistora jednak nuli. Odrediti napone, struje i vrijednosti svih komponenti PA sa date slike.



#### Rešenje

Pri uslovima navedenim u formulaciji zadatka izlazna snaga je:

$$P_o = \frac{V_{om}^2}{2R} = \frac{V_{CC}^2}{2R} \Rightarrow V_{om} = \sqrt{2RP_o} = 10V$$

Pošto je  $V_{om} < V_{CC}$  možemo nastaviti sa rešavanjem postavljenog zadatka. Vršna kolektorska struja je

$$I_{Cm} = \frac{V_{om}}{R} = \frac{10}{50} = 200mA$$

Jednosmjerna kolektorska struja je

$$I_{DC} = I_{Cm} = 200mA$$

Snaga iz izvora napajanja je

$$P_{DC} = V_{CC} I_{DC} = 2.4W$$

Koeficijent korisnog dejstva je

$$\eta = \frac{P_o}{P_{DC}} = 41.7\%$$

(ovdje je  $\eta < 50\%$  jer je  $V_{om} < V_{CC}$ ; inače,  $\eta = 50\%$  ako je  $V_{om} = V_{CC}$ ).

Maksimalni trenutni napon na kolektoru je

$$v_{Cmac} = V_{CC} + V_{Cm} = 12 + 10 = 22V$$

Maksimalna trenutna kolektorska struja je

$$i_{Cmax} = I_{DC} + I_{Cm} = 0.4A$$

Snaga disipacije je

$$P_{dis} = P_{DC} - P_o = 2.4 - 1 = 1.4W$$

Pošto je  $Q=5$  imamo

$$X_L = X_C = \frac{R}{Q} = 10$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f_0} = 0.159 \mu H$$

$$C = 1592 pF$$

Reaktansa prigušnice treba da je barem 10R, pa je

$$L_{pr} \geq 8 \mu H$$

Reaktansa sprežnog kondenzatora treba da je manja od R/10, tj.

$$C_s \geq 3200 pF$$

**Napomena:** Sledeći korak odnosio bi se na konsultovanje kataloških podataka za RF tranzistore snage koji pri  $V_{CC}=12V$  ima

- probojni kolektorski napon,
- dozvoljenu maksimalnu struju  $i$
- dozvoljenu disipaciju

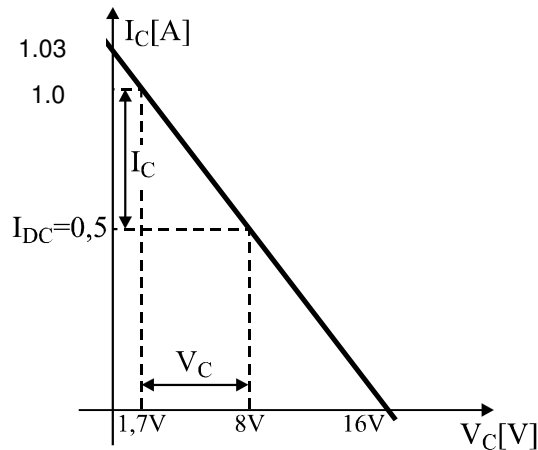
iznad odgovarajućih proračunskih vrijednosti dobijenih prilikom rešavanja postavljenog problema. Koliko iznad? Adekvatan odgovor je rezultat tehnno-ekonomskog kompromisa.

### ZADATAK 5.4

Na raspolaganju je tranzistor za koji je maksimalna kolektorska struja 1.03A. Saturacioni napon je 1.7V. Proizvođač sugerise optimalne uslove za rad u klasi A: napon napajanja 8V, struja u radnoj tački 0.5A. Pored toga, za ovaj tranzistor proizvođač deklarise da je: maksimalna temperatura spoja 125°C, a termičke otpornosti su  $R_{jc}=2.5^{\circ}\text{C/W}$  i  $R_{ch}=1^{\circ}\text{C/W}$ . Koristeći ovaj tranzistor treba projektovati uskopojasni pojačavač klase A koji, pri datim ograničenjima tranzistora, treba da ima relativno najveću izlaznu snagu na 50Ω. Nominalna frekvencija na kojoj pojačavač treba da radi je 150MHz. Maksimalna temperatura ambijenta pri kojoj pojačavač treba da radi je +55°C.

### Rešenje

Prvo, na osnovu datih podataka skiciramo radnu pravu datu na sledećoj slici



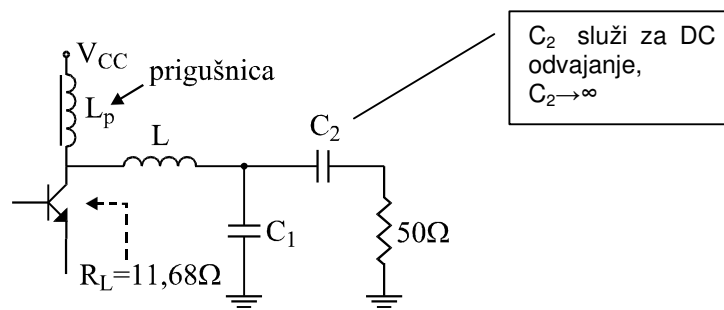
Optimalna opteretna otpornost dobija se iz nagiba radne prave, pa je

$$R_L = \frac{8 - 1,7}{1,0 - 0,5} = 11,68\Omega$$

Izlazna snaga je

$$P_o = \frac{V_{CC}^2}{2R_L} = \frac{(8 - 1,7)^2}{2 \cdot 11,68} = 1,67 \text{ W}$$

Saglasno zahtjevu navedenom u zadatku, treba izvršiti transformaciju  $R_L \rightarrow 50\Omega$ . Jedno od mogućih rešenja prikazano je na sledećoj slici



Prema proceduri za proračun L-ćelije imamo

$$Q = \sqrt{\frac{50}{11.68}} - 1 = 1.81$$

$$X_L = QR_L = 1.81 \cdot 11.68 = 21.56 \Omega$$

$$L = \frac{21.56}{2\pi \cdot 150 \cdot 10^6} = 22.4 \text{ nH}$$

$$X_{C1} = \frac{50}{Q} = 27.62 \Omega$$

$$C_1 = \frac{1}{27.62 \cdot 2\pi \cdot 150 \cdot 10^6} = 38.4 \text{ pF}$$

Da bi pri konačnoj vrijednosti za  $C_2$  eliminisali njegov uticaj na prilagođenje treba da je

$$\frac{1}{\omega C_2} \ll 50 \Omega \Rightarrow \frac{1}{\omega C_2} = \frac{50}{10} = 5 \Omega \Rightarrow C_2 = 200 \text{ pF}$$

Da bi pri konačnoj vrijednosti za  $L_p$  eliminisali njen uticaj na prilagođenje treba da je

$$X_p \gg R_L \Rightarrow X_p = 10 \cdot 12 \Omega = 120 \Omega \Rightarrow L_p = 127 \text{ nH}$$

Koeficijent korisnog dejstva je

$$\eta = \frac{P_o}{P_{DC}} = \frac{1.67}{8 \cdot 0.5} = 0.418 \quad (41.8\%)$$

Pri punoj pobudi disipacija na tranzistoru je:

$$P_{dis} = P_{DC} - P_o = 4 - 1.67 = 2.33 \text{ W}$$

a kada nema pobude, tj. za  $P_o = 0 \Rightarrow P_{dis \max} = 4 \text{ W}$ .

Konačno, treba provjeriti da li je potreban hladnjak za tranzistor. Termička otpornost *junction-ambient* je

$$R_{ja} = \frac{125^\circ - 55^\circ}{4 \text{ W}} = 17.5^\circ \text{ C/W}$$

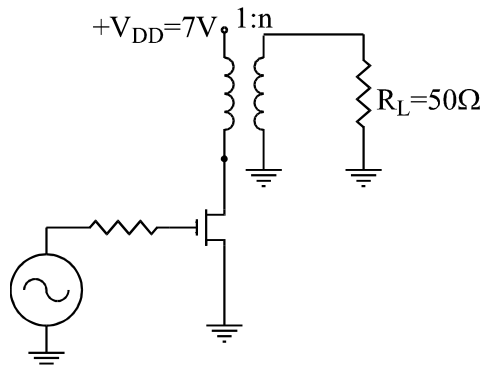
S obzirom da je  $R_{ja} > R_{jc}$  konstatujemo da je potreban hladnjak, a njegova termička otpornost treba da iznosi:

$$R_{ch} = R_{ja} - R_{jc} = 15^\circ \text{ C/W}$$

### ZADATAK 5.5

Pojačavač snage klase A dat na slici treba da daje snagu 6W na 50Ω.

- Odrediti jednosmjernu struju iz izvora u radnoj tački koja omogućava maksimalnu efikasnost
- odrediti transformacioni odnos  $n$
- Kolika je snaga disipacije na tranzistoru pri nultoj pobudi.



#### Rešenje

(a) Maksimalna moguća efikasnost za PA klase A je 50% , pa je

$$P_{DC} = \frac{P_o}{\eta} = \frac{6 \text{ W}}{0,5} = 12 \text{ W}$$

Jednosmjerna struja u radnoj tački je

$$I_{DC} = \frac{P_{DC}}{V_{DD}} = \frac{12 \text{ W}}{7 \text{ V}} = 1,714 \text{ A}$$

(b) Tranzistor treba da "gleda" u opteretnu otpornost

$$R_{L_{optimalno}} = \frac{V_d}{I_d} = \frac{V_{DD}}{I_{DC}} = 4,083 \Omega$$

Transformacioni odnos je

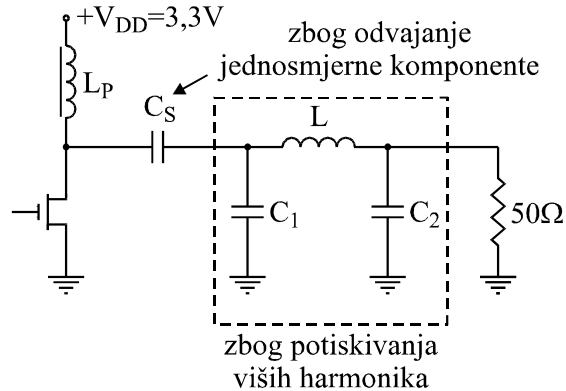
$$n^2 = \frac{R_L}{R_{L_{opt.}}} = \frac{50}{4,083} = 12,24 \Rightarrow n \approx 3,5$$

(c)  $P_{dis \max} = 12 - 0 = 12 \text{ W}$

### ZADATAK 5.6

Principijska šema pojačavača klase A data je na slici. Pri najvećoj efikasnosti ovaj PA na  $f = 2,45\text{GHz}$  daje  $P_o = 100\text{mW}$  na  $50\Omega$ . Širina propusnog opsega ovog pojačavača je  $90\text{MHz}$ . Pod pretpostavkom da  $V_{sat} \rightarrow 0$  treba naći:

- Optimalnu opteretnu otpornost u koju gleda tranzistor
- Maksimalnu izlaznu snagu po tonu, ako je ovaj PA pobuđen dvotonskim signalom (oba tona imaju iste amplitude; linearnost mora biti očuvana)



### Rešenje

a) Optimalna opteretna otpornost je

$$R_{Lopt} = \frac{V_{DD}^2}{2P_o} = \frac{3,3^2}{2 \cdot 0,1} = 54,45\Omega$$

Dakle, striktno posmatrano sa stanovišta prilagođenja praktično nije potrebna  $\pi$ -šema prikazana na gornjoj slici (jer je  $R_{Lopt} \approx 50\Omega$ ). Međutim, prikazana  $\pi$ -šema ovdje ima isključivu ulogu da ograniči širinu propusnog opsega na zahtijevanih  $90\text{MHz}$ .

Sugestija: po proceduri za projektovanje  $\pi$ -šeme odrediti elemente  $L$ ,  $C_1$  i  $C_2$ .

b) Maksimalna amplituda napona na drejnu je

$$V_D = V_{DD}$$

Da bi se očuvala linearnost i pri dvotonskoj pobudi zbirna amplituda mora biti  $\leq V_{DD}$ . Imajući u vidu da je

$$V_D = \sqrt{2R_{Lopt}P_o}$$

A amplitude pojedinačnih tonova su  $V_{D1} = V_{D2}$  mora biti

$$2V_{D1} \leq V_D = \sqrt{2R_{Lopt}P_o} \Rightarrow V_{D1}^2 = \frac{R_L P_o}{2}$$

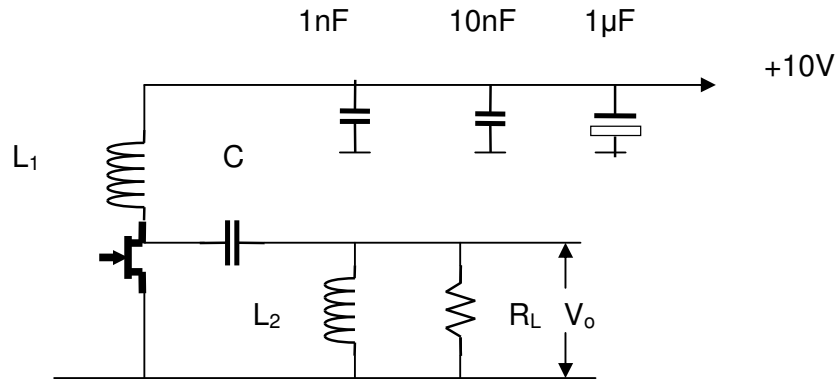
Dakle, izlazna snaga po pojedinačnom tonu je

$$P_{izl.ton} = \frac{V_{D1}^2}{R_L} = \frac{P_o}{2} = 50\text{mW}$$

### ZADATAK 5.7

Na slici je data principna šema uskopojasnog pojačavača klase B. Maksimalna struja osnovnog harmonika (200MHz) iznosi 1A, a saturacioni napon tranzistora iznosi približno 0V. Faktor dobrote za  $\pi$ -mrežu  $L_1$ -C- $L_2$  iznosi 10. Treba:

- odrediti elemente  $L_1$ ,  $L_2$  i C tako da se na  $R_L=50\Omega$  dobije najveća moguća snaga pri maksimalnoj efikasnosti,
- odrediti maksimalnu izlaznu snagu.



### Rešenje

Treba uočiti da kondenzatori na liniji napajanja služe isključivo za RF blokiranje i ne utiču na rešenje problema koji je formulisan u zadatku. Takođe, treba uočiti da  $L_1$  ima istovremeno funkciju sličnu prigušnici i ima funkciju u  $\pi$ -mreži. Sa druge strane,  $\pi$ -mreža treba da prilagodi  $R_L$  na optimalnu izlaznu otpornost tranzistora i da izdvoji osnovni harmonik, jer pojačavač radi u klasi B.

- Da bi se ostvarila maksimalna efikasnost, na osnovnoj frekvenciji tranzistor treba da gleda u

$$R = \frac{V_{Dm}}{I_{Dm}} = \frac{10}{1} = 10\Omega$$

Dakle, pomoću  $\pi$ -mreže  $L_1$ -C- $L_2$  treba prilagoditi  $R_L$  na R. Prema proceduri koja važi za projektovanje  $\pi$ -mreže odgovarajuća virtuelna otpornost je

$$R_{virt} = \frac{R_L}{Q^2 + 1} = \frac{50}{10^2 + 1} \approx 0.5\Omega$$

Dalje, po proceduri za projektovanje  $\pi$ -ćelije je

$$Q_g = \sqrt{\frac{10}{50}(10^2 + 1) - 1} = 4.38, \quad Q_L = \sqrt{\frac{50}{50}(10^2 + 1) - 1} = 10$$

$$X_{L1} = \frac{R_g}{Q_g} = \frac{10}{4.38} = 2.28\Omega, \Rightarrow L_1 = \frac{X_{L1}}{\omega_0} = 1.8nH$$

$$X_{s1} = -R_{virt} Q_g = -2.19\Omega$$

$$X_{L2} = \frac{R_L}{Q} = 5\Omega, \Rightarrow L_2 = \frac{X_{L2}}{\omega_0} = 3.98nH$$

$$X_{s2} = -R_{virt} Q = -5\Omega$$

$$\frac{1}{\omega_0 C} = X_{s1} + X_{s2} = 7.19\Omega, \Rightarrow C = 110pF$$

(b) Maksimalna izlazna snaga je

$$P_{o\max} = \frac{V_{Dmx} I_{Dmx}}{2} = \frac{10 \cdot 1}{2} = 5W$$



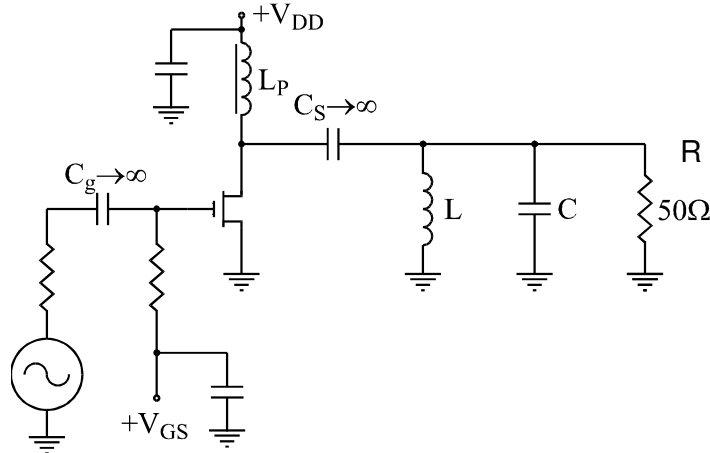
### ZADATAK 5.8

Na slici je dat PA koji zavisno od primjene treba da radi u klasi A ili u klasi B. U svakom slučaju, izlazna snaga treba da je 1W. Smatrati da su  $L_P$  i  $C_S$  dovoljno veliki da ne utiču na RF signal, a da su  $L$  i  $C$  u rezonanciji.

a) Odrediti  $V_{DD}$  da PA radi sa maksimalnom efikasnošću u režimu klase A i B

b) Kada PA radi u klasi A odrediti  $I_{DC}$ ,  $I_{Dmax}$  i  $P_{dis}$

c) Kada PA radi u klasi B odrediti odgovarajuće veličine kao pod b)



### Rešenje

(a) Bez obzira da li tranzistor radi u klasi A ili u klasi B nagib radne prave je isti (ista je optimalna opteretna otpornost), pa je pri istoj izlaznoj snazi

$$\frac{V_{DD}^2}{2R} = 1 \text{ W} \Rightarrow V_{DD} = \sqrt{2 \cdot 50} = 10 \text{ V}$$

(b) Za pojačavač klase A je

$$\eta_{\max} = 50\% \Rightarrow P_{DC} = 2 \text{ W} \text{ pri } P_O = 1 \text{ W}$$

$$I_{DC(A)} = \frac{2 \text{ W}}{10 \text{ V}} = 0,2 \text{ A}$$

$$I_{D\max(A)} = 2I_{DC(A)} = 2 \cdot 0,2 = 0,4 \text{ A}$$

$$P_{dis(A)} = P_{DC} - P_o = 2 - 1 = 1 \text{ W}$$

(c) Za pojačavač klase B je

$$\eta_{\max} = 78,5\% \Rightarrow P_{DC} = \frac{1 \text{ W}}{0,785} = 1,274 \text{ W}$$

$$\overline{I_D} = I_{DC}(B) = \frac{P_{DC}}{V_{DD}} = 0,1274 \text{ A}$$

$$\overline{I_{D(B)}} = \frac{I_{D\max(B)}}{\pi} \Rightarrow I_{D\max(B)} = \pi \overline{I_D} = 0,4 \text{ A}$$

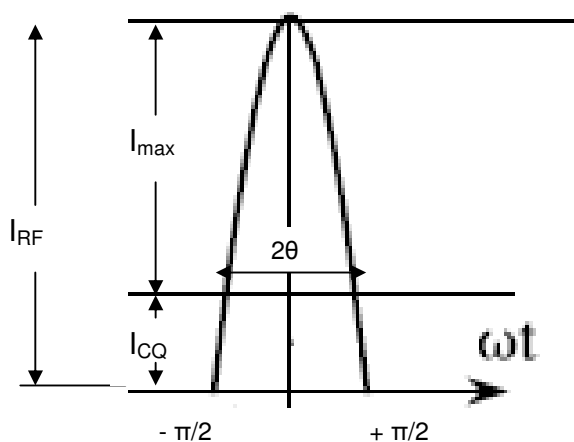
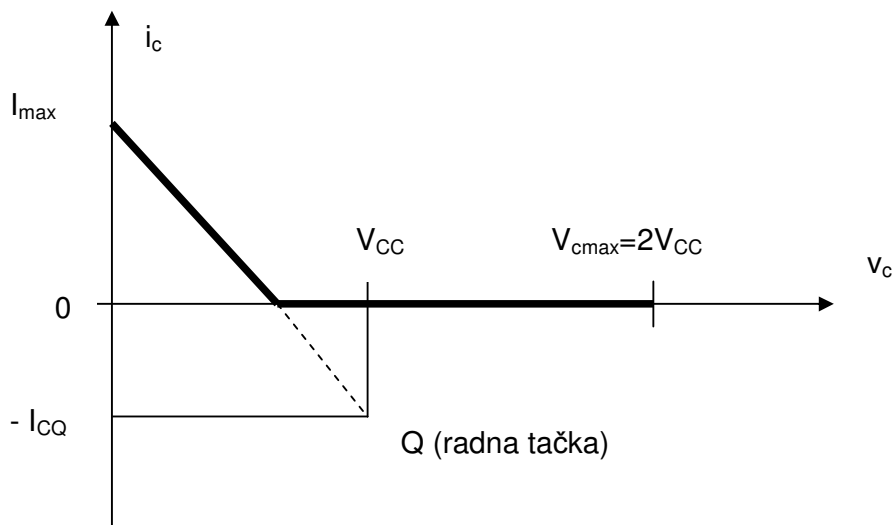
$$P_{dis(B)} = P_{DC(B)} - P_{o(B)} = 1,274 - 1 = 0,274 \text{ W}$$

### ZADATAK 5.9

Projektovati pojačavač snage koji treba da radi u klasi C sa uglom protoka  $2\theta = \pi/2$ . Izlazna snaga pojačavača treba da je 30W na  $50\Omega$ . Jednosmerni napon napajanja treba da je 12V. Pretpostaviti da je saturacioni napon tranzistora jednak nuli i da su gubici u prilagodnom kolu 10%.

#### Rešenje

Radna prava i talasni oblik kolektorske struje za pojačavač klase C dati su na sledećoj slici



Imajući u vidu gubitke u izlaznom kolu, izlazna snaga treba da je

$$P_o = \frac{30}{0.9} = 33.33W$$

Sa druge strane je

$$P_o = \frac{V_c I_1}{2} = \frac{V_{CC} I_1}{2}$$

gdje je  $I_1$  magnituda prvog harmonika kolektorske struje, pa je

$$I_1 = \frac{2P_o}{V_{CC}} = \frac{2 \cdot 33.33}{12} = 5.55A$$

Optimalna opteretna otpornost trazistora je

$$R_{Lopt} = \frac{V_c}{I_1} = \frac{V_{CC}}{I_1} = \frac{12}{5.55} = 2.16\Omega$$

Za pojačavač klase C je

$$I_1 = I_{RF} \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{\pi(1 - \cos \theta)}$$

pa je

$$I_{RF} = \frac{\pi(1 - \cos \theta) V_{CC}}{\theta - \sin \theta \cos \theta R_{Lopt}} = 17.9A$$

Prema oznakama sa gornje slike virtuelna jednosmjerna struja u radnoj tački je

$$|I_{CQ}| = I_{RF} \cos \theta = I_{RF} \cos(\pi/4) = 12.663A$$

pa je

$$I_{max} = I_{RF} - |I_{CQ}| = 17.9 - 12.6 = 5.24A$$

Jernosmjerna kolektorska struja je

$$\bar{i}_c = I_{RF} \frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{\pi(1 - \cos \theta)} = 2.95A$$

Snaga iz izvora za napajanje je

$$P_{DC} = V_{CC} \bar{i}_c = 35.4W$$

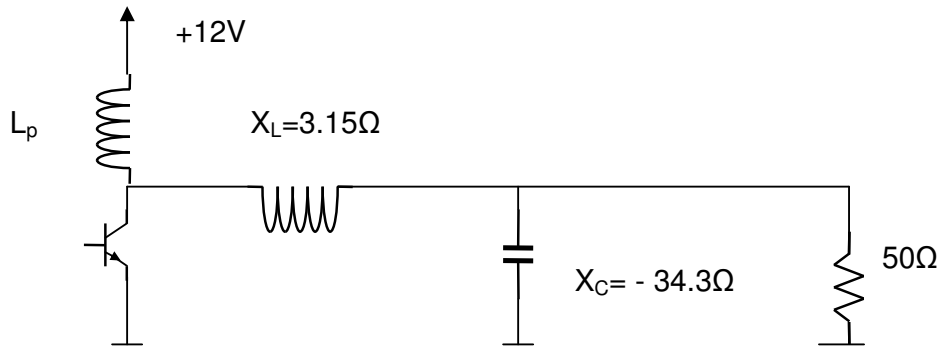
Snaga disipacije je

$$P_{dis} = P_{DC} - P_o = 2.07W$$

Koeficijent korisnog dejstva je

$$\eta = \frac{P_o}{P_{DC}} = 0.941$$

Ostaje da konfiguriramo izlazno kolo pojačavača. Pošto nijesu dati posebni uslovi vezano za potiskivanje harmonika i/ili zahtjev za širinu propusnog opsega, problem ćemo riješiti na najjednostavniji način, tj koristićemo L-ćeliju (niskopropusnu) za prilagođenje  $R_{Lopt}=2.16\Omega$  na  $50\Omega$ . Projektovanje L –ćelije u ovom slučaju je jednostavno, pa je konačno rešenje dato na sledećoj slici



**Sugestija:**

1. Vodeći računa o podacima navedenim u tekstu zadatka izračunati  $R_{Lopt}$  za pojačavač koji bi radio u klasi A. Što zaključujete?
2. Na osnovu numeričkih rezultata konstatujemo da je koeficijent korisnog dejstva vrlo veliki,  $\eta=94\%$ . Pojačavač ispunjava i sve eksplicitno postavljene zahtjeve. Da li ovaj pojačavač ima neki energetski problem koji na prvi pogled nije vidljiv? Da bi odgovorili na ovo pitanje treba da kvalitativno razmotrite tzv. ukupnu efikasnost (OE-*overall efficiency*), napr. u poređenju sa odgovarajućim PA klase A. Što zaključujete?

### ZADATAK 5.10

Koristeći kataloške podatke za tranzistor MRF233 (*Motorola*) projektovati ulazno i izlazno kolo za pojačavač snage koji treba da radi u klasi C na frekvenciji 100MHz. Snaga na 50 omskom opterećenju treba da iznosi 15W. Pobudni signal raspoloživ je iz generatora čija je unutrašnja otpornost 50 Ω.

#### Rešenje

Uvidom u kataloške podatke može se konstatovati da je predloženi tranzistor optimiziran za  $P_0=15W$  na frekvenciji oko 100MHz pri  $V_{CC}=12.5V$ . Na toj osnovi proizvođač daje podatke za ulaznu i izlaznu impedansu za veliki signal. Dakle, projektovanje se svodi, uglavnom, na rešavanje prilagođenja na ulazu i na izlazu. Ulazna impedansa za veliki signal je:

$$Z_{ul} = 1.7 - j2.7, [\Omega]$$

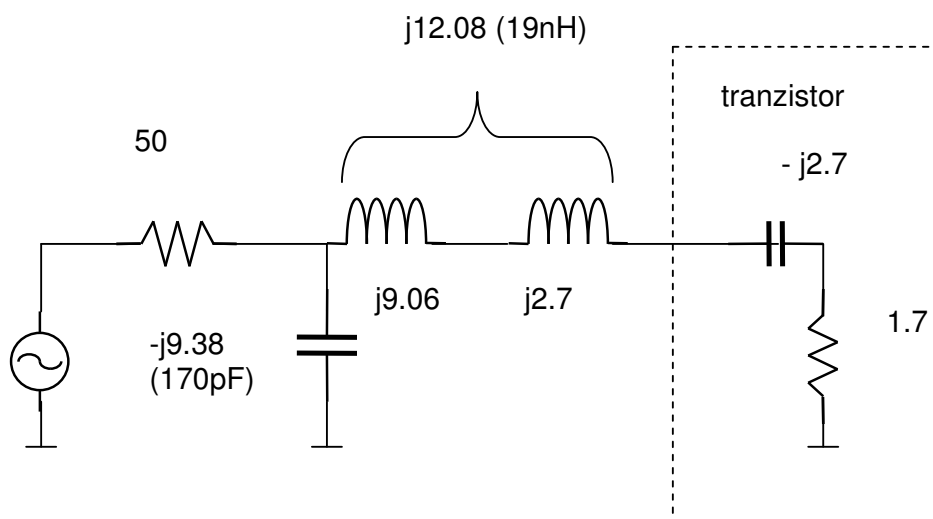
i treba je prilagoditi na unutrašnju otpornost generatora,  $R_g=50\Omega$ . S obzirom da je  $Z_{ul}$  data u rednom obliku pogodno je da na red sa  $Z_{ul}$  dodamo induktivnu reaktansu  $j2.7$ , pa se problem svodi na prilagođenje 1.7 Ω na 50 Ω. Taj problem možemo rešiti sa L-čelijom, pa je

$$Q = \sqrt{\frac{50}{1.7}} - 1 = 5.33$$

$$X_s = 5.33 \cdot 1.7 = 9.06\Omega$$

$$X_p = \frac{50}{5.33} = 9.38\Omega$$

Dakle, između generatora i ulaza tranzistora imamo



Na sličan način rešavamo prilagođenje

$$Z_{izl} = 5 - j5.6, [\Omega]$$

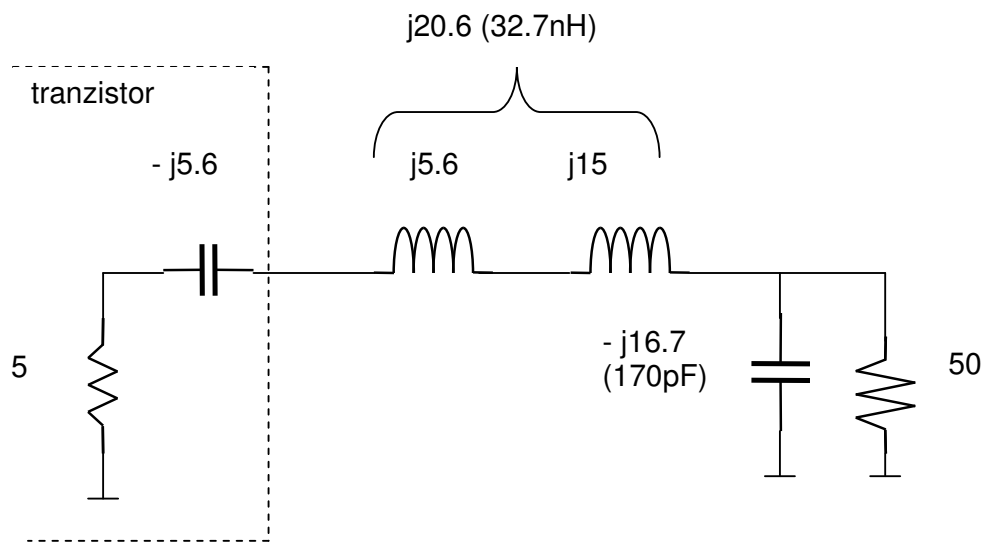
na  $50\Omega$ , tj. dodajemo na red induktivnu reaktansu  $j5.6$  i problem svodimo na prilagođenje  $5\Omega$  na  $50\Omega$  pomoću L-ćelije. Ovdje je

$$Q = \sqrt{\frac{50}{5} - 1} = 3$$

$$X_s = 5 \cdot 3 = 15\Omega$$

$$X_p = \frac{50}{3} = 16.7\Omega$$

Prema tome, između tranzistora i opterećenja imamo

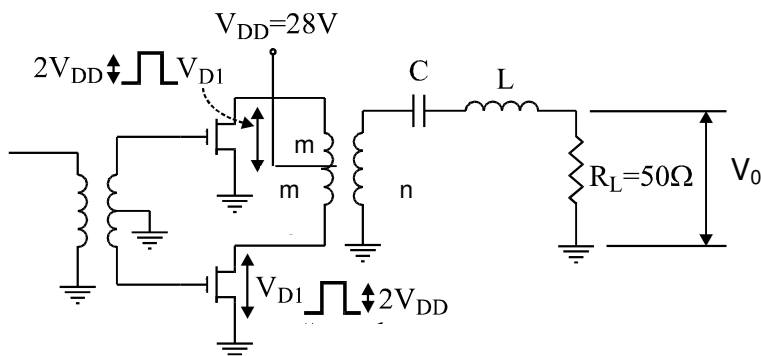


### ZADATAK 5.11

Na slici je dat PA klase "D". Selektivno kolo na izlazu pojačavača podešeno je na frekvenciju pobudnog signala. Saturacioni napon tranzistora je 1V. Izlazna snaga treba da iznosi  $P_o = 10W$

a) Naći transformacioni odnos  $n/m$

b) Odrediti jednosmjernu struju iz izvora za napajanje



### Rešenje

Pogodno je da prvo zapišimo opšte relacije koje se odnose na idealizovano stanje kada je  $V_{sat}=0$ .

Maksimalna amplituda osnovnog harmonika izlaznog signala  $v_o$  je

$$V_{om} = \frac{4V_{DD}}{\pi} \frac{n}{m} \Big|_{V_{sat}=0}$$

pa je

$$P_o = \frac{8}{\pi^2} \frac{V_{DD}^2}{\left(\frac{m}{n}\right)^2 R_L} = \frac{8}{\pi^2} \frac{V_{DD}^2}{R}$$

$$R \cong \left(\frac{m}{n}\right)^2 R_L$$

$$I_{DC} = \frac{8}{\pi^2} \frac{V_{DD}}{R} \Big|_{V_{sat}=0}$$

(a) Ako je  $V_{sat}=1V$  za taj iznos treba smanjiti  $V_{DD}$ . Uz ovu napomenu i prethodno izvedene relacije imamo

$$R = \frac{8}{\pi^2} \frac{(V_{DD} - V_{sat})^2}{P_o} = 59,09\Omega$$



$$\frac{m}{n} = \sqrt{\frac{R}{R_L}} = \sqrt{\frac{59,09}{50}} = 1,08 \approx 1$$

(b)

$$I_{DC} = \frac{8}{\pi^2} \frac{V_{DD} - V_{sat}}{R} = 0,38 \text{ A}$$

(c)

$$\eta = \frac{10}{0,37 \cdot 28} = 0,965 \quad (96,5\%)$$