Verfahrenstechnik Rechenübungen

LVA-Nr.: 159.698

VT

Version 10.4: SS 16

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN
Vienna University of Technology

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN
Institut für Verfahrenstechnik,
Umwelttechnik und Technische Biowissenschaften

Vorwort

Diese siebente Auflage des Skriptums zu den Rechenübungen weist geringfügige Änderungen zur bis dato verfügbaren Version 6.0 auf. Sollte trotz intensiver Durchforstung und Fehlerbereinigung des vorhergegangenen Skriptums Unstimmigkeiten ins Auge springen, so bitten wir Sie, den zuständigen Assistenten daraufhin anzusprechen. Sie helfen damit Ihren Kollegen im nächsten Jahr.

Ein wichtiger Hinweis: die vierte Übung aus Thermischer Verfahrenstechnik (früher Extraktion – als Referenz weiter im Skriptum) wird künftig durch Membrantechnik ersetzt. Das Skriptum dazu wird rechtzeitig vor dem Übungsteil an Sie verteilt werden.

Wiederholen und erarbeiten Sie sich die notwendigen Grundlagen, bevor Sie die hier angegeben Beispiele und Aufgaben durcharbeiten.

Insbesondere wollen wir auf die Skripten der Grundvorlesungen aus Thermischer Verfahrenstechnik, Mechanischer Verfahrenstechnik und Chemischer Verfahrenstechnik verweisen, in denen die Grundlagen durch die Lehrveranstaltungsleiter mit Ihnen ausführlich erarbeitet wurden.

Versuchen Sie, alle Beispiele und Aufgaben selbständig durchzurechnen. So manches, das beim Durchlesen sonnenklar erscheint, ist es beim Rechnen nicht mehr. Wir laden Sie wieder ein, die zuständigen Assistenten ohne Scheu bei auftretenden Problemen zu befragen. Sie werden Ihnen, soweit es in ihren Kräften steht, helfen.

Der genaue Ablauf der Übungen und der Tests wird Ihnen bei der Vorbesprechung mitgeteilt.

Gutes Gelingen und viel Vergnügen bei den Rechenübungen wünschen,

Die Assistenten vom Institut für Verfahrenstechnik, Umwelttechnik und Technische Biowissenschaften

INHALTSVERZEICHNIS

I. Massen- und Energiebilanzen

I.1. Erläuterung

Es wird Ihnen wärmstens ans Herz gelegt, dieses Kapitel mit Sorgfalt durchzuarbeiten, da dessen Inhalt für alle folgenden Übungen von Relevanz ist.

I.2. Grundlagen

Die Grundgleichung zur Massen- und Energiebilanz lautet:

Änderungen im System = Input - Output + Quelle - Senke

$$\Delta = I - O + Q - S$$

Ändern sich physikalische oder chemische Größen an irgendeinem Punkt des Systems mit der Zeit, so ist der Betrieb instationär, ändern sich diese Größen an keinem Punkt im System, ist der Betrieb stationär. Bei stationärem Betrieb bzw. Zustand gilt

$$\Delta = \frac{\partial}{\partial t} = 0 \qquad \text{für alle Größen}$$

Im instationären Fall gilt zumindest für eine Größe

$$\Delta = \frac{\partial}{\partial t} \neq 0$$

I.2.1. Stationärer Zustand

Massenbilanz

Besteht ein System aus *n* Komponenten, so sind neben der Gesamtbilanz für die Mengenströme noch *n-1* Teilbilanzen für die einzelnen Komponenten anzugeben. Zur Verknüpfung der Gesamtmenge und der Teilmengen der einzelnen Komponenten dienen u.a. Massenbruch und Molenbruch:

Massenbruch: $w_i = \frac{M_i}{\sum M_i}$ M_i...Masse (z.B. kg) oder $\dot{M}$ .... Massenstrom (z.B. kg/h)

Molenbruch: $x_i = \frac{N_i}{\sum N_i}$ N_i...Molmenge (z.B. kmol) oder $\dot{N}$ ... Molenstrom (z.B. kmol/h)

Es ist ein geschlossener Bilanzkreis zu ziehen. Dabei sind alle ein- und ausgehenden Ströme zu berücksichtigen.

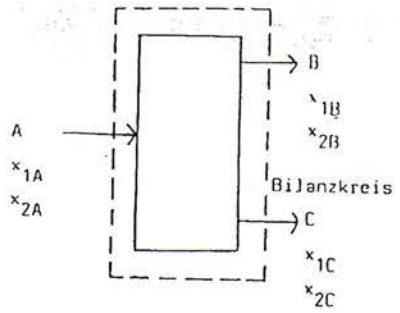


Abbildung I.2.1.1.

$A = B + C$ Massenströme (kg/h, t/h, Mol/h, jato, etc.)

Komponentenbilanzen:

$$A_{x_1 B} = B_{x_1 B} + C_{x_1 C}$$

$$A_{x_2 B} = B_{x_2 B} + C_{x_2 C}$$

Bei physikalischen Operationen sind die chemischen Stoffe die Komponenten. Bei chemischen Operationen sind die Elemente die Komponenten.

Beispiel 1

Massenbilanz einer Destillationskolonne für Alkohol.

Gegeben:

A=500 [kg/h] (Komponente 1 ist Alkohol, Komponente 2 Wasser)

w_{1A}=0,3

B=160 [kg/h]

w_{1B}=0,9

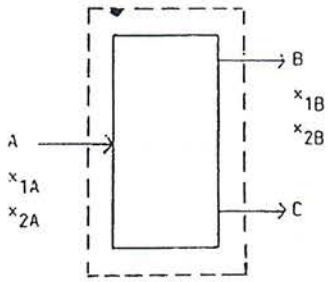


Abbildung I.2.1.1.2.

Gesucht:

C, w_{1C}, w_{2C}, w_{2A}, w_{2B}

Lösung:

$$w_{2A} = 1 - w_{1A} = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$$

$$w_{2B} = 1 - w_{1B} = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$$

A=B+C
C=A-B

C=500-160=340 [kg/h]

Bilanz für Komponente 1 (Alkohol):

$$A \cdot w_{1A} = B \cdot w_{1B} + C \cdot w_{1C}$$

$$w_{1C} = \frac{(A \cdot w_{1A} - B \cdot w_{1B})}{C} = \frac{(500 \cdot 0{,}3 - 160 \cdot 0{,}9)}{340} = 0{,}0176$$

$$\underline{w_{1C} = 0{,}0176}$$

Beispiel 2

Angabe wie Beispiel 1, aber mit anderen Werten.

Gegeben:

A=500 [kg/h]

w_{1A}=0,3

w_{1B}=0,9

w_{1C}=0,05

Gesucht:

C, w_{2C}, w_{2A}, w_{2B}

Lösung:

$$w_{2A} = 1 - w_{1A} = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$$

$$w_{2B} = 1 - w_{1B} = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$$

$$w_{2C} = 1 - w_{1C} = 1 - 0{,}05 = 0{,}95$$

Bilanz für Komponente 1: $500 \cdot 0{,}3 = B \cdot 0{,}9 + C \cdot 0{,}05$

Bilanz für Komponente 2: $500 \cdot 0{,}7 = B \cdot 0{,}1 + C \cdot 0{,}95$

2 Gleichungen mit 2 Unbekannten ergibt

<u>B=147,1 [kg/h]</u>

<u>C=352,9 [kg/h]</u>

Beispiel 3

Massenbilanz eines chemischen Reaktors

Gegeben:

$CH_4 =$ 16 [kg/h]
$H_2O =$ 36 [kg/h]
Summe: 52 [kg/h]

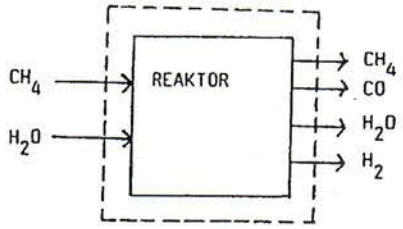


Abbildung I.2.1.3.

Gesucht:

Die ausgehenden Ströme bei vollständiger Reaktion sind zu ermitteln.

Lösung:

Reaktionsgleichungen: $CH_4 + H_2O \rightarrow CO + 3 \cdot H_2$

Im Feed sind vorhanden: 16 [kg/h] CH_4 1 [kmol/h]

36 [kg/h] H_2O 2 [kmol/h]

Das heißt, es ist die doppelte Menge Wasserdampf vorhanden, als erforderlich ist. Das Methan wird somit vollständig zu Kohlenmonoxid umgesetzt.

Im Ausgang sind vorhanden:

$H_2O = 2\text{-}1 =$	1 [kmol/h]	18 [kg/h]
$CO =$	1 [kmol/h]	28 [kg/h]
$H_2 =$	3 [kmol/h]	6 [kg/h]
		52 [kg/h]

Beispiel 4

Gegeben:

In einem Prozess werden Butan und Butadien durch Extraktion getrennt. Der in Abbildung I.2.1.4. dargestellte Prozess trennt die beiden Komponenten mit einer Kupferammonazetatlösung (Lösungsmittel).

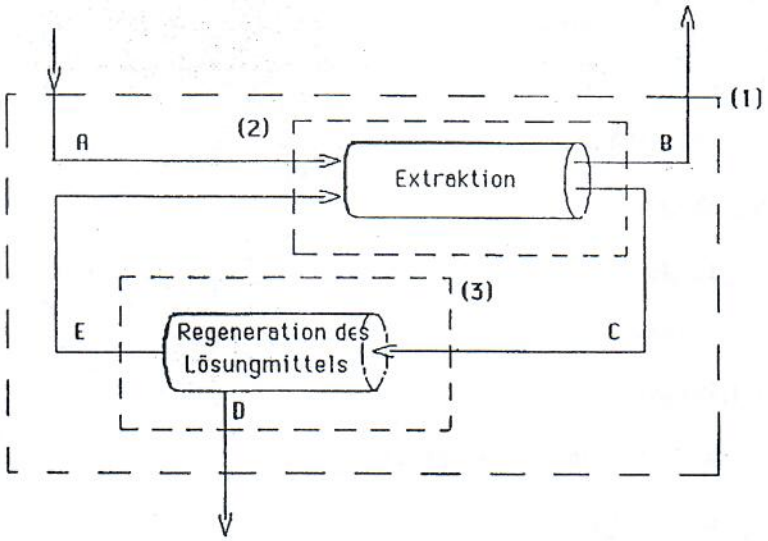


Abbildung I.2.1.4.

Butan:	Komponente 1
Butadien	Komponente 2
Lösungsmittel	Komponente 3

Mengenströme und Konzentrationen (in Massenanteilen):

Komponente	A	B	C	D	E
kg/h	10.000	?	?	?	5.000
w_1	0,75	1,00	?	0,05	0,00
w_2	0,25	0,00	?	0,95	0,01
w_3	0,00	0,00	?	0,00	0,99

Tabelle I.2.1.1.

Weitere Grundlagen:

Bilanzkreise:

Gesamtbilanz (1)	$A=B+D$
Dien-Bilanz (1)	$A \cdot w_{2A} = B \cdot w_{2B} + D \cdot w_{2D}$
Gesamtbilanz (2)	$A+E=B+C$
Dien-Bilanz (2)	$A \cdot w_{2A} + E \cdot w_{2E} = B \cdot w_{2B} + C \cdot w_{2C}$
Gesamtbilanz (3)	$C=E+D$
Butan-Bilanz (3)	$C \cdot w_{1C} = E \cdot w_{1E} + D \cdot w_{1D}$

<u>Gesucht:</u>

Es sind alle in Tabelle I.2.1.1. mit Fragezeichen versehenen Werte zu ermitteln.

Lösung:

10.000=D+B

$10.000 \cdot 0{,}25 = B \cdot 0 + D \cdot 0{,}95$

D=2.631,58 kg/h

B=7.368,42 kg/h

C=10.000+5.000-7.368,42

C=7.631,58 kg/h

$10.000 \cdot 0{,}25 + 5.000 \cdot 0{,}01 = 7.368{,}42 \cdot 0 + 7.631{,}58 \cdot w_{2C}$

w_{2C}= 0,3341 % / 100

$7.631{,}58 \cdot w_{1C} = 5.000 \cdot 0 + 2.631{,}58 \cdot 0{,}05$

w_{1C}=0,0172 % / 100

$w_{3C} = 1 - w_{2C} - w_{1C}$

w_{3C}=0,6478 %/100

I.2.1.5. Beispiel 5

Gegeben:

Wärmebilanz: für einen Prozess werden stündlich 1.000 kg Wasser von 80°C gebraucht. Hierfür stehen Wasser von 20°C und zum direktem Aufwärmen Wasserdampf von 160°C (5bar) zur Verfügung.

Kalorische Daten:

Verdampfungswärme von Wasser:	2.250 [kJ/kg]
spezifische Wärme des Wassers:	cp_{Fl}=4,18 [kJ/kg.K]
spezifische Wärme des Dampfes:	cp_D=2,2 [kJ/kg.K]

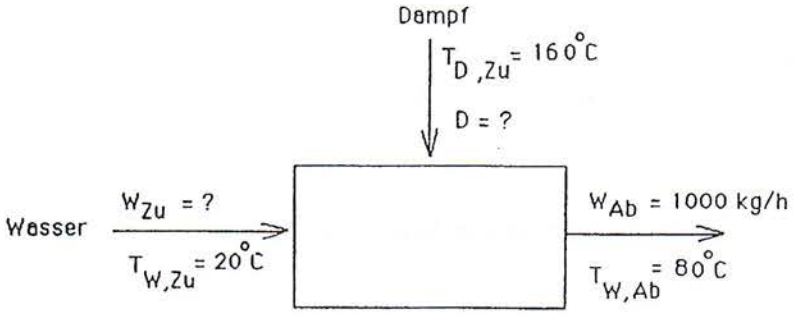


Abbildung I.2.1.5.

Gesucht:

Wieviel Wasser und Dampf werden benötigt, um stündlich 1.000 kg Wasser von 80°C zu erzeugen ?

Lösung:

Bilanzen:

Massenbilanz $W_{Zu} + D = W_{Ab}$

Enthalpiebilanz $W_{Zu} \cdot h_{W,Zu} + D \cdot h_D = W_{Ab} \cdot h_{W,Ab}$

spezifische Enthalpien:

$$h_{W,Zu} = 4{,}18 \cdot 20 = 83{,}6 [kJ/kg]$$

$$h_D = 4{,}18 \cdot 100 \cdot 2.250 \cdot 2{,}2 \cdot 60 = 2.800 [kJ/kg]$$

$$h_{W,Ab} = 4{,}18 \cdot 80 = 334{,}4 [kJ/kg]$$

Mathematische Auflösung:

$$W_{Zu} + D = 1.000 [kg/h]$$

$$W_{Zu} \cdot 83{,}6 + D \cdot 2.800 = 1.000 \cdot 334{,}4$$

Ergebnis:

$D = 92{,}33 [kg/h]$ Dampf

$W_{Zu} = 907{,}67 [kg/h]$ Kaltwasser

I.2.2. Instationärer Zustand

Massenbilanz

I.2.2.1. Beispiel 6

Instationär betriebener Rührkessel

Eine Uranoxid-Suspension mit 2 kg UO_2 in 100 kg Wasser fließt in einen 1.000 l Tank mit einer Rate von 20 l/min. Der Tank enthält zu Beginn des Prozesses 500 kg Wasser und kein UO_2. Die Suspension wird im Behälter ideal durchmischt. Mit Erreichen des Tankvolumens läuft die Suspension frei ab.

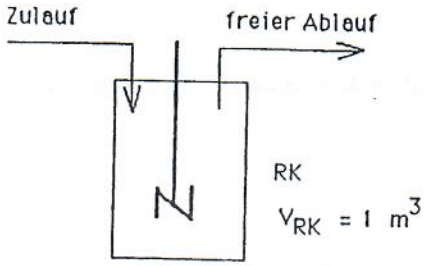


Abbildung I.2.2.1.

Gesucht:

Wie hoch ist die Konzentration der UO_2-Suspension eine Stunde nach Einschalten des Zulaufs ?

Lösung:

Grundgesetze:

Massenbilanz für UO_2: $M_{Zu} - M_{Ab} = Speicherterm$

$$V_{Zu} \cdot C_{Zu} \cdot dt - V_{Ab} \cdot C_{Ab} \cdot dt = V_{RK} \cdot dC$$

Entwicklung nach der gesuchten Größe:

Nach Auffüllung der 500 l freier Ablauf: $V_{Ab}=V_{Zu}$

Abfüllzeit $t_F = \frac{V_{RK} \cdot 0{,}5}{V_{Zu}}$ [s]

Ablaufperiode $t_A = 3.600 \cdot t_F$ [s]

$t_W = 3.600$ [s]

$$V \cdot (C_{Zu} - C) \cdot dt = V_{RK} \cdot dC$$

$$\frac{V}{V_{RK}} \cdot \int_{t_F}^{t_W} dt = \int_{C_0}^{C_W} \frac{1}{C_{Zu} - C} \cdot dC$$

Gesucht: C_W

C_0: Konzentration zu Beginn der Ablaufperiode

$C_0 = \frac{C_{Zu}}{2}$, C_{zu}=20 kg UO_2/m^3 H_2O

Mathematische Auflösung:

$$\frac{3{,}33 \cdot 10^{-4}}{1} \cdot \int_{1.500}^{3.600} dt = \int_{10}^{Cw} \frac{1}{20 - C} dC$$

$$\int \frac{dx}{a + b \cdot x} = \frac{1}{b} \cdot \ln(a + b \cdot x)$$

$$3{,}33 \cdot 10^{-4} \cdot (3.600 - 1.500) = \left(\frac{1}{-1}\right) \cdot \left[\ln(20 - C)\right]_{10}^{C_w}$$

$$0{,}699 = -\ln \frac{20 - C_{Ab}}{20 - 10}$$

Nach einer Stunde Prozessdauer beträgt die Konzentration der UO_2-Suspension im Rührkessel:

C_{Ab}=15,03 kg UO_2/m^3 Wasser

Diskussion:

In der Stunde Prozeßdauer ist die Zeit zum Auffüllen des halbgefüllten Rührkessels zu berücksichtigen !
Bei der Integration *b=-1*.

II. Absorption

II.1. Literatur

[1] Skriptum: *Thermische Verfahrenstechnik*
[2] K. Sattler: *Thermische Trennverfahren*; VCH, 1988

II.2. Beispiel

Gegeben:

Aus 5.714 m^3_N/h eines Luft-Ammoniak-Gemisches, das mit 10 Vol% Ammoniak und 10°C einem Gegenstromabsorber zuströmt, soll Ammoniak bei einem mittleren Betriebsdruck von 1,2 bar mit Wasser zu 90% herausgelöst werden. Das Wasser laufe dem Absorber ammoniakfrei mit 15 C zu. Das Betriebslösungsmittelverhältnis entspreche dem 1,4-fachen des Mindestlösungsmittelverhältnis.

mittlere spez. Wärme von Wasser	$c_{pL} = 4{,}18$ [kJ/kg·K]
Enthalpien des Gases	$h_{G\alpha} = 31$[kJ/kg], $h_{G\omega} = 44$ [kJ/kg]
mittlere Absorptionsenthalpie	$\Delta h_{Abs} = 2.010$ [kJ/kg]
Henry-Konstante	$H_{NH_3} = 2{,}57$ [bar] (15°C)
	2,77 [bar] (20°C)
	2,97 [bar] (27°C)
mittlere Gasdichte	$\rho_G = 0{,}415$ [kg/m³]
Dichte der Lösung	$\rho_L = \rho_W = 950$ [kg/m³]
Molmasse des eintretenden Gases	$M_G = 27{,}76$ [kg/kmol]
Molmasse des Ammoniaks	$M_{NH_3} = 17{,}03$ [kg/kmol]
Molmasse des Wassers	$M_L = 18$ [kg/kmol]
dynamische Viskosität	$\eta_L = 0{,}95 \cdot 10^{-3}$ [Ns/m²] = 0,95 [cP]
spez. Oberfläche der Raschig-Ringe	$\alpha = 195$ [m²/m³]
Stoffdurchgangskoeffizient	$k_{GY} = 5{,}22$ [kmol/m³·h]
Kolonnenquerschnitt	$A = 1{,}33$ [m²]
Benetzungsfaktor	$\varphi = 0{,}8$
mittleres Austauschverhältnis	$s_{G,m} = 0{,}69$

Gesucht:

1. die stündlich absorbierte Ammoniakmenge (in kg/h)
2. den stündlichen Wasserbedarf in kg/h (für adiabate Fahrweise)
3. die Austrittstemperatur der Lösung (für adiabate Fahrweise)
4. den abzuführenden Wärmestrom bei isothermer Fahrweise
5. die Zahl der erforderlichen theoretischen Trennstufen (graphisch und rechnerisch) sowie die Anzahl der praktischen Trennstufen
6. die stoffaustauschende Höhe z der Füllkörperkolonne, für einen Gegenstromabsorber mit einer Regellosschüttung von Raschig-Ringen.

Lösung:

- **stündlich absorbierte Ammoniakmenge (kg/h)**

im eintretenden Gasstrom insgesamt enthaltene Mole Gas:

$$pV = nRT \Rightarrow n_{G,\alpha} = \frac{pV}{RT} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 5714}{8{,}314 \cdot 273} = 2{,}55 \cdot 10^5 [\mathrm{mol/h}] = 255 [\mathrm{kmol/h}]$$

Beachte:
Die Angabe m^3_N/h ("Normkubikmeter pro Stunde") gibt den Volumenstrom bezogen auf Normbedingungen an, und nicht den tatsächlichen Volumenstrom bei Betriebsbedingungen (Druck und Temperatur). Daher sind auch in die ideale Gasgleichung die Werte für Normbedingungen (273,2 K, 1,013 bar) einzusetzen, falls die Angabe in m^3_N/h gegeben ist bzw. die tatsächlichen Betriebsbedingungen bei einer Angabe in m^3/h.

Massenstrom des eintretenden Gasgemisches:

$$m_{G,\alpha} = n_{G,\alpha} M_G = 255 \cdot 27.76 = 7079 [\mathrm{kg/h}]$$

laut Angabe 10% davon Ammoniak (bei idealem Verhalten: Volumsanteil = Molanteil) $\Rightarrow$

$$n_{NH_3,\alpha} = 25{,}5 [\mathrm{kmol/h}]$$

Rest: Luft (bezüglich Absorption inert = Träger)

$$n_{T,\alpha} = n_{T,\omega} = G_T = 229{,}5 [\mathrm{kmol/h}]$$

Bedeutung der Indices:

α....Eintritt
ω....Austritt
G....Gas
T....Träger

90% des Ammoniak werden ausgewaschen, die vom Wasser zu absorbierende Ammoniakmenge beträgt also

$$n_{NH3,Abs} = 0{,}9 \cdot n_{NH3,\alpha} = 22{,}95 [\mathrm{kmol/h}]$$
$$m_{NH3,Abs} = n_{NH3,Abs} \cdot M_{NH3} = 390{,}8 [\mathrm{kg/h}]$$

anderer Lösungsweg:
beziehen des Volumenstromes auf Normzustand (1,013bar und 273,2K) und Ermittlung der Molzahl über das Normvolumen $V^* = 22{,}42$ [Nm^3/kmol]:

$$V_N = V_\alpha \cdot \frac{p}{p_N} \cdot \frac{T_N}{T}$$

$$n_{G,\alpha} = \frac{V_N}{V^*}$$

stündlicher Wasserbedarf (kg/h)

zunächst Ermittlung der Molbeladungen:

$$Y_i = \frac{\text{Mol Komponente i im Gas}}{\text{Mol reines Trägergas}} = \frac{n_{i,G}}{G_T}$$

$$X_i = \frac{\text{Mol Komponente i im Lösungsmittel}}{\text{Mol reines Lösungsmittel}} = \frac{n_{i,L}}{L_T}$$

Zusammenhang mit Molenbrüchen:

$$Y = \frac{y}{1-y} \qquad X = \frac{x}{1-x}$$

Anfangsbeladung Y_α des Trägergases mit Ammoniak

$$Y_\alpha = \frac{n_{NH3,\alpha}}{G_T} = \frac{25,5}{229,5} = 0,111$$

Endbeladung Y_ω: Laut Angabe werden 90% absorbiert, 10% der ursprünglich vorhandenen Ammoniakmenge werden also wieder ausgetragen.

$$Y_\omega = \frac{0,1 \cdot n_{NH3,\alpha}}{G_T} = 0,011$$

$X_\alpha = 0$ (Wasser läuft ammoniakfrei zu)
Die Endbeladung X_ω des Waschmittels am Absorberaustritt richtet sich nach dem gewählten Lösungsmittelverhältnis v. Lt. Angabe:

$$v = \frac{L_T}{G_T} = 1,4 \cdot v_{min} = 1,4 \cdot \frac{L_{T,min}}{G_T}$$

$$L_T = 1,4 \cdot L_{T,min}$$

Das Mindestlösungsmittelverhältnis ist dadurch gekennzeichnet, daß sich bei seiner Einstellung die dem Absorber zugeführte Gasphase mit der Beladung Y_α gerade im Gleichgewicht mit der den Absorber verlassenden Flüssigkeit befindet. Die ablaufende Flüssigkeit besitzt dann die maximal mögliche Beladung $X_{\omega,max}$. In diesem (theoretischen) Grenzbetriebsfall ist die Trennaufgabe nur mit unendlich vielen Trennstufen durchführbar, gleichzeitig wird jedoch der Waschmittelbedarf ein Minimum.

Für die graphische Ermittlung des Mindestlösungsmittelverhältnisses benötigt man die Steigung der Bilanzgeraden (auch Betriebsgerade genannt) durch die Punkte

$$A\ (X_\alpha / Y_\omega) \text{ und } S\ (X_{\omega,max} / Y_\alpha)$$

S ist dabei der Schnittpunkt der Gleichgewichtskurve (GGK) mit $Y = Y_\alpha$ (siehe Abbildung II.2.3. am Ende dieses Kapitels). Die Gleichung der Betriebsgeraden erhält man aus einer Bilanz über einen beliebigen Kolonnenquerschnitt:

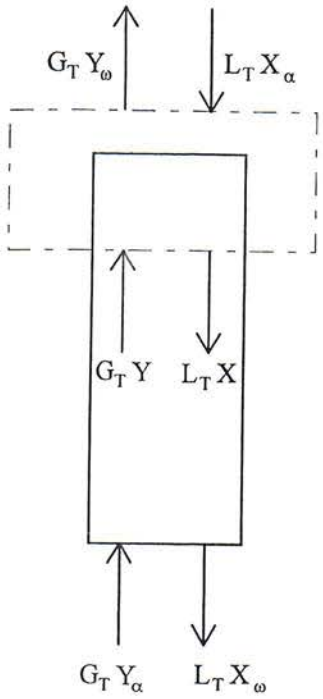


Abb. 1

Input = Output

$$L_T X_\alpha + G_T Y = L_T X + G_T Y_\omega$$

$$Y = \frac{L_T}{G_T} \cdot X + Y_\omega - \frac{L_T}{G_T} \cdot X_\alpha$$

$\Rightarrow$ Geradengleichung mit

Steigung $\frac{L_T}{G_T}$ und

Ordinatenabschnitt $Y_\omega - \frac{L_T}{G_T} \cdot X_\alpha$

Abbildung II.2.1.

Das Lösungsmittelverhältnis $v = \frac{L_T}{G_T}$ ist also gleich der Steigung $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$ der Bilanzgeraden und kann somit daraus ermittelt werden.

Für die rechnerische Ermittlung von v_{min} muss zunächst $X_{\omega,max}$ berechnet werden. $X_{\omega,max}$ ist die mit Y_α im Gleichgewicht stehende Flüssigkeitsbeladung, und kann somit aus der Gleichgewichtsgleichung ermittelt werden:

$$y_i = \frac{H_i}{p_{ges}} \cdot x_i \quad \text{(mit Molenbrüchen)} \quad \text{bzw.} \quad \frac{Y_\alpha}{1+Y_\alpha} = \frac{H_{NH3}}{p} \cdot \frac{X_{\omega,max}}{1+X_{\omega,max}} \quad \text{(mit Beladungen)}$$

Daraus ergibt sich $X_{\omega,max}$ = 0,042 (unter der Annahme, dass sich die Temperatur bis zum Austritt auf 27°C erhöht hat, die Absorption also bei einer mittleren Temperatur von $\frac{27+15}{2} = 21°C$ stattfindet. Für diese Temperatur ergibt sich durch lineare Interpolation eine Henrykonstante von H_{21} = 2,80 bar)

Aus einer Massenbilanz folgt die Mindestwaschmittelmenge $L_{T,min}$ zu

$$L_{T,min} = \frac{G_T(Y_\alpha - Y_\omega)}{X_{\omega,max} - X_\alpha} = \frac{n_{NH3,Abs}}{X_{\omega,max} - X_\alpha} = \frac{22,59}{0,042 - 0}$$

$L_{T,min}$ = 546,4 kmol/h

$L_T = 1,4\ L_{T,min}$ = 765 [kmol/h]
$m_T = L_T\ M_L$ = 13.770 [kg/h]

- **Austrittstemperatur bei adiabater Fahrweise**

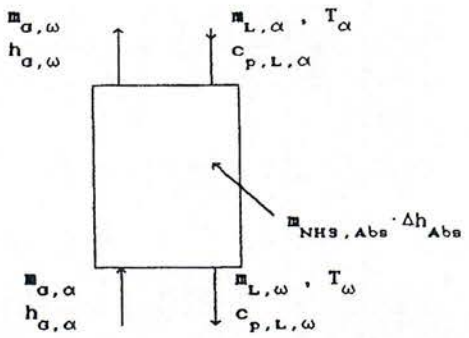


Abbildung II.2.2.: Energiebilanz um den Absorber

Die freiwerdende Absorptionsenergie führt zu einer Erwärmung von Gas und Flüssigkeitsstrom. Eine Energiebilanz liefert:

$$m_{G,\alpha} \cdot h_{G,\alpha} + m_{NH_3} \cdot \Delta h_{Abs} + m_{L,\alpha} \cdot c_{p,L,\alpha} \cdot T_\alpha = m_{G,\omega} \cdot h_{G,\omega} + m_{L,\omega} \cdot c_{p,L,\omega} \cdot T_\omega$$

$$T_\omega = \frac{m_{G,\alpha} \cdot h_{G,\alpha} + m_{NH_3} \cdot \Delta h_{Abs} + m_{L,\alpha} \cdot c_{p,L,\alpha} \cdot T_\alpha - m_{G,\omega} \cdot h_{G,\omega}}{m_{L,\omega} \cdot c_{p,L,\omega}}$$

$$T_\omega = \frac{7079{,}31 - 390{,}8 * 2010 + 13770 * 4{,}18 * 15 - 6688{,}2 * 44}{14160{,}8 * 4{,}18}$$

$T_\omega = 26{,}5°C$ (vereinfachende Annahme: $c_{p,L,\alpha} = c_{p,L,\omega} = c_{p,L}$)

- **abzuführender Wärmestrom $\dot{Q}$ bei isothermer Fahrweise**

Der abzuführende Wärmestrom $\dot{Q}$ um die Absorption bei konstanter Temperatur $T_{L,\alpha}$ durchführen zu können, ergibt sich wieder aus einer Energiebilanz:

$$\dot{Q} = m_{G,\alpha} h_{G,\alpha} + m_{NH_3,Abs} \Delta h_{Abs} + (m_{L,\alpha} - m_{L,\omega}) c_{p,L} T_{L,\alpha} - m_{G,\omega} h_{G,\omega}$$

$$\dot{Q} = 709072 [kJ/h]$$

- **Zahl der theoretischen und praktischen Stufen**

Die Zahl der theoretischen Trennstufen kann graphisch aus dem Beladungsdiagramm ermittelt werden. Man trägt hierzu einen Treppenzug zwischen Bilanzgerade und tatsächlicher Gleichgewichtskurve ein und liest die Anzahl der Stufen n_{th} ab.
Die Bilanzgerade ist dabei als Verbindung der Punkte A (X_α / Y_ω) und B (X_ω / Y_α) festzulegen (siehe Abbildung II.2.3.).Die Gleichgewichtskurve ergibt sich, indem man für angenommene X-Werte die zugehörigen Y*-Werte aus der Gleichgewichtsgleichung berechnet.

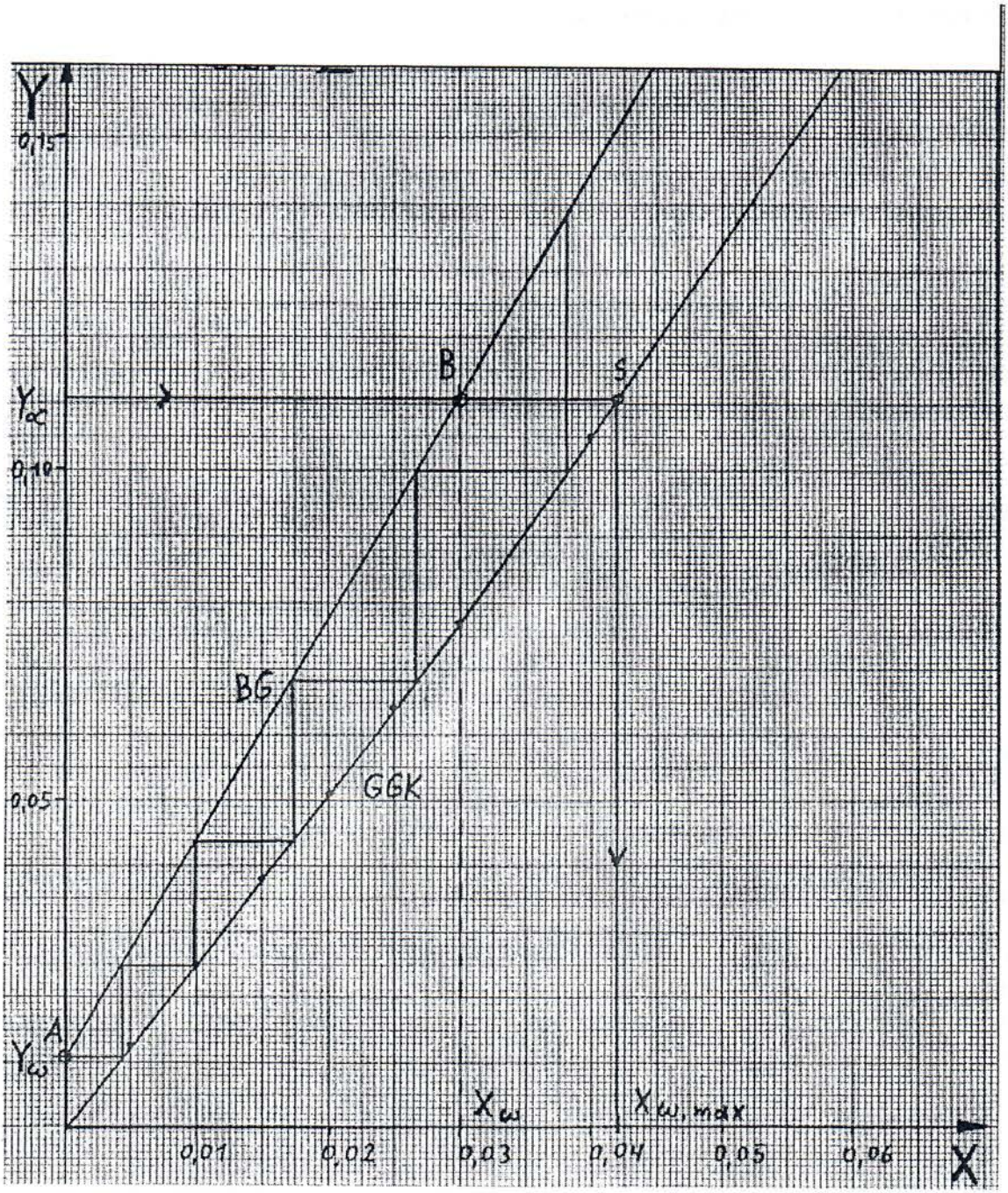


Abbildung II.2.3.: Zahl der theoretischen Stufen

Beachte:
Die Henry-Gleichung ist nur bei der Darstellung mit Molenbrüchen eine Gerade, bei der Darstellung im Beladungsdiagramm ergibt sich aufgrund der Umrechnung in Beladungen eine gekrümmte Kurve !

Molbeladung X des Wassers an Ammoniak	Molbeladung Y* der Luft an Ammoniak (15°C)	Molbeladung Y* der Luft an Ammoniak (27°C)
0,0000	0,0000	0,0000
0,0050	0,0108	0,0125
0,0100	0,0217	0,0251
0,0150	0,0327	0,0380
0,0200	0,0438	0,0510
0,0250	0,0551	0,0642
0,0300	0,0665	0,0777
0,0400	0,0897	0,1052
0,0600	0,1378	0,1629

Tabelle II.2.1.

Aus dem Beladungsdiagramm (Abbildung II.2.3.) liest man ab: $n_{th} = 4{,}3$.

Wenn Bilanzlinie und Gleichgewichtskurve annähernd linear verlaufen, so kann die Zahl der theoretischen Trennstufen auch nach der Formel von Thormann berechnet werden:

$$n_{th} = \frac{\log\left[(1-\frac{m}{k})(\frac{Y_\alpha - mX_\alpha}{Y_\omega - mX_\alpha}) + \frac{m}{k}\right]}{\log\frac{m}{k}}$$

mit m Steigung der Gleichgewichtslinie ($=\frac{H_i}{p}$)

k Steigung der Bilanzgerade ($=\frac{\Delta Y}{\Delta X}=\frac{L_T}{G_T}$)

Für m = 2,475 (bei 27 C) und k = 3,33 ergibt sich somit

$$n_{th} = 4{,}5$$

Die Zahl der praktisch zu installierenden Trennstufen beträgt

$$n_{eff} = \frac{n_{th}}{s_{G,m}} = \frac{4{,}5}{0{,}69} = 6{,}52 \text{ also } 7$$

rechnerische Lösung nach dem HTU-NTU-Konzept:

$z = HTU_{o,G} * NTU_{o,G}$ $HTU_{o,G}$ Höhe einer Übergangseinheit
$NTU_{o,G}$ Zahl der Übergangseinheiten

$$HTU_{o,G} = \frac{G_T}{k_{G,Y}\varphi\alpha A} = \frac{229{,}4}{5{,}22 * 0{,}5 * 195 * 1{,}33} = 0{,}21\text{m}$$

$$NTU_{o,G} = \int_{Y_\omega}^{Y_\alpha} \frac{dY}{Y - Y^*}$$

Dabei ist dY die unter der Wirkung der "Triebkraft" $Y - Y^*$ (Abstand vom Gleichgewicht) im Höhenelement dz der Schüttung erzielbare Konzentrationsänderung der Gasphase.
Y^* ist die zur Molbeladung X der Lösung festgelegte Gleichgewichtsbeladung der Gasphase im jeweils betrachteten Kolonnenquerschnitt.

Für $NTU_{o,G}$ gilt näherungsweise, wenn Gleichgewichtslinie und Bilanzlinie linear verlaufen:

$$NTU_{o,G} = \frac{Y_\alpha - Y_\omega}{(Y - Y^*)_{ln,m}}$$

mit der mittleren logarithmischen Beladungsdifferenz

$$(Y - Y^*)_{ln,m} = \frac{(Y - Y^*)_\alpha - (Y - Y^*)_\omega}{\ln \frac{(Y - Y^*)_\alpha}{(Y - Y^*)_\omega}}$$

Hier soll die graphische Auswertung des Integralausdrucks

$$NTU_{o,G} = \int_{Y_\omega}^{Y_\alpha} \frac{dY}{Y - Y^*}$$ vorgeführt werden.

Zunächst Wertetabelle anlegen:

Molbeladung X	Molbeladung Y (aus Bilanzlinie)	Molbeladung Y* (aus GGK)	$\frac{1}{Y - Y^*}$
0,000	0,011	0,000	90,910
0,005	0,027	0,011	62,500
0,010	0,044	0,022	45,450
0,015	0,061	0,034	37,040
0,020	0,077	0,046	32,260
0,025	0,094	0,058	27,780
0,030	0,111	0,072	25,640
0,035	0,127	0,087	25,000
0,040	0,143	0,104	25,640

Tabelle II.2.2.

Eintragen in ein Diagramm $\frac{1}{Y - Y^*}$ über Y und Auszählen der Fläche unter der Kurve liefert: $NTU_{o,G} = 4{,}26$

Die Flächenbestimmung kann näherungsweise durch Unterteilung in Rechtecke und Dreiecke erfolgen, deren Flächen leicht berechnet und aufsummiert werden können (siehe Abbildung II.2.4.).

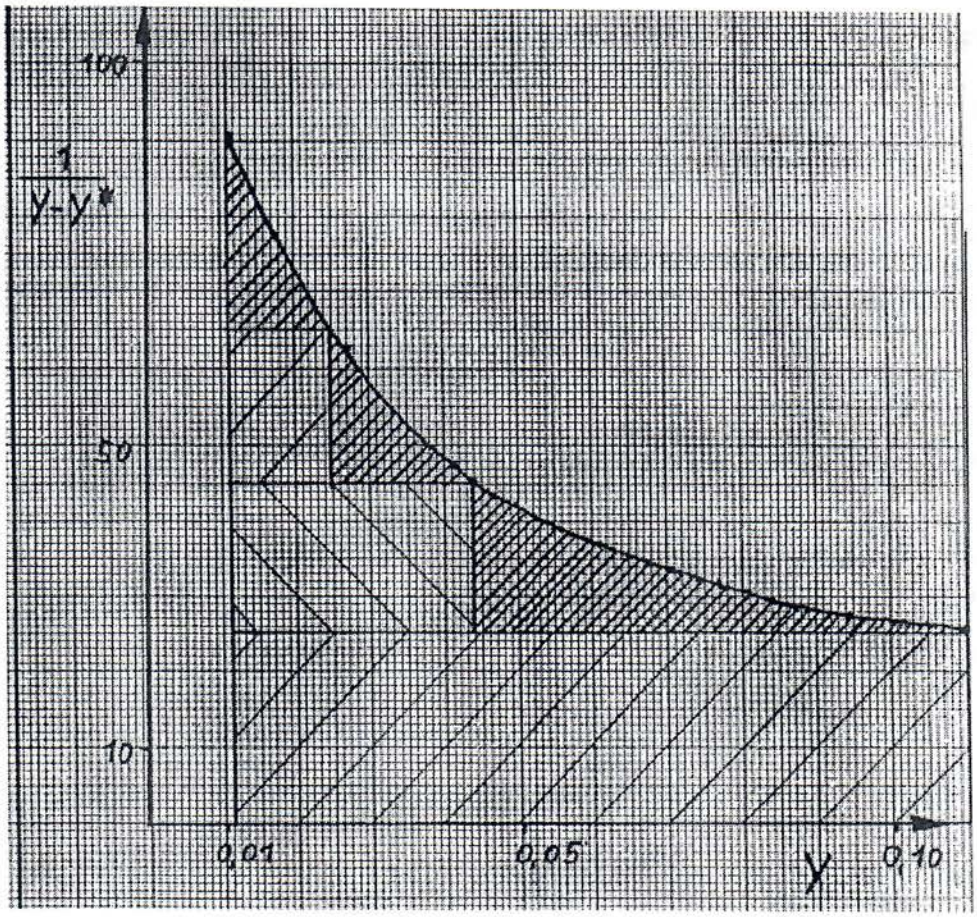


Abbildung II.2.4: Maßstab:

Y	1E entspricht 1.000 mm
$\frac{1}{Y-Y^*}$	1E entspricht 1 mm
NTU	1E entspricht 1.000 mm²

A = 4.260 mm² => NTU=4,26

rechnerische Lösung:

$$NTU_{o,G} = \frac{Y_\alpha - Y_\omega}{(Y - Y^*)_{ln,m}} = \frac{0{,}111 - 0{,}011}{\frac{0{,}039 - 0{,}011}{\ln\frac{0{,}039}{0{,}011}}} = 4{,}52$$

$$z = HTU_{o,G} * NTU_{o,G} = 0{,}21 * 4{,}52 = 0{,}89m$$

II.3. Aufgaben

Aufgabe 1

In einen Absorber werden stündlich 200 kmol eines Gases mit einer Molbeladung von 5% Benzol eingebracht. Im Gegenstrom dazu fließt Waschöl mit einem mittleren Molekulargewicht von 260 g/mol und einer Dichte von 0,88 g/cm³ bei 15°C. Die stündlich zur Verfügung stehende Waschmittelmenge beträgt 13.370 kg mit einer Restbeladung des Waschöls nach der Regenerierung von 0,5 mol%. Beide Medien treten mit 15°C in den Absorber ein. Die Ausbeute an Benzol soll 94% betragen.

Gesucht:

1. Die Molbeladung des austretenden Gases mit Benzol und die des Waschmittels ist zu ermitteln (Y_ω, X_ω).

2. Welche Austrittstemperatur weist das Waschmittel bei adiabatischer Betriebsweise auf, wenn die Erwärmung der Gasphase vernachlässigt wird? Die Kondensationswärme des Benzols beträgt $30{,}8 \cdot 10^3$ kJ/kmol, die spezifische Wärme des Waschmittels 248 kJ/kmol·K.

3. Bestimmen Sie die Gleichgewichtslinien (bzw. deren Anstieg) für die isotherme Fahrweise (15°C) und die adiabatische Fahrweise, letzteres unter der vereinfachenden Annahme, dass dies einer Fahrweise bei mittlerer Temperatur von Flüssigkeitseintritt und Flüssigkeitsaustritt entspricht. Der Gesamtdruck betrage 720 Torr.

4. Ermitteln Sie die theoretische Bodenzahl für beide Fahrweisen des Absorbers graphisch und rechnerisch (unter den in 3. genannten Voraussetzungen)

Henry-Konstante von Benzol bei 720 Torr = 95,76 [kPa]:

T [°C]	15	20	28	36	44
H [kPa]	8	10,1	16	21,2	29,2

Aufgabe 2

Aus einem Abgas mit 6 mol % Aceton werden durch Wasserwäsche in einer Füllkörperkolonne bei Atmosphärendruck 98 % des Schadstoffes abgetrennt. Als Füllkörper dienen Raschig-Ringe mit einer spezifischen Oberfläche von 200 [m²/m³]. Der Gasstrom beträgt 1.063 [m³/h], der Waschmitteldurchsatz 2.280 [kg/h], wobei Frischwasser eingesetzt wird. Der Anstieg der Gleichgewichtslinie beträgt 1,68 bei einer Absorptionstemperatur von 21°C. Der Stoffdurchgangskoeffizient $k_{g,Y}$ beträgt 0,314 [mol/m²·s], der Benetzungsfaktor $\varphi = 0{,}9$ und der Kolonnendurchmesser d = 0,6 m.

Gesucht:

1. Die Höhe der stoffaustauschenden Schüttung z.
2. Das im Betrieb angewandte Vielfache des Mindestlösungsmittelverhältnisses.

Aufgabe 3

Um ein mit Benzol beladenes Waschöl wieder in einem Absorptionsprozess verwenden zu können, muss es regeneriert werden. Zur Regeneration wird das Waschöl auf 125°C erhitzt, und bei einem Druck von 1 bar dem Regenerator zugeführt. Die Regeneration erfolgt im Gegenstrom mit überhitztem Dampf (125°C, 1 bar, V = 35 Nm³/h).
Nach der Regeneration des Waschöls ergibt sich ein Molenstrom von 5,6 kmol/h Waschöl, mit einem Molanteil an Benzol von 0,02.

Gesucht:

1. Die Gleichgewichtslinie im Beladungsdiagramm, wenn sich der Sättigungsdampfdruck von Benzol aus folgender Beziehung (Antoine) ergibt:

$$\log p^{*} = A - \frac{B}{C+T}$$

A = 4,0306; B = 1211,033; C = 220,79

(p in bar, T in °C)

2.Die Beladung des Waschöls vor und nach der Regeneration, wenn sich das Öl bei der Desorption um 7°C abkühlt. Die Wärmekapazität des Waschöls beträgt 160 kJ/kmol*K, die Verdampfungsenthalpie von Benzol 32000 kJ/kmol. Die Temperatur der Gasphase kann als konstant angenommen, die Wärmekapazität von Benzol gleich jener des Waschöls gesetzt werden.

3.Der minimal erforderliche Dampfstrom (rechnerisch). Zu beachten: daß bei der Desorption durch den minimal erforderlichen Dampfstrom, die maximale Beladung der Gasphase erreicht wird!

II.4. Lösungen

Aufgabe 1

1. $Y_{\omega} = 0{,}003$, $X_{\omega} = 0{,}180$
2. $\vartheta_{L,\omega} = 31$ C
3. $m_{15} = 0{,}083$; $m_{23} = 0{,}129$
4. $n_{th} = 2{,}22$ (isotherm), $n_{th} = 3{,}31$ (adiabat)

Aufgabe 2

1. $z = 0{,}72 \cdot 7{,}01 = 5{,}05$m
2. $v = 1{,}81 \cdot v_{min}$

Aufgabe 3

III. Extraktion

III.1. Literatur

[1] Treybal R. E.: *Liquid-Liquid-Extraction*; McGraw Hill, New York
[2] Alders L.: *Liquid-Liquid-Extraction*; Elsevier, Amsterdam
[3] Ullmann: *Flüssig-Flüssig-Extraktion*; Vol. 2, [546-574]
[4] Sattler K.: *Thermische Trennverfahren*, Vogel-Verlag, Würzburg
[5] Sattler K.: *Thermische Trennverfahren, Aufgaben und Lösungen*; Vogel-Verlag, Würzburg
[6] Friedl A.: *Thermische Verfahrenstechnik I*; Vorlesungsskriptum

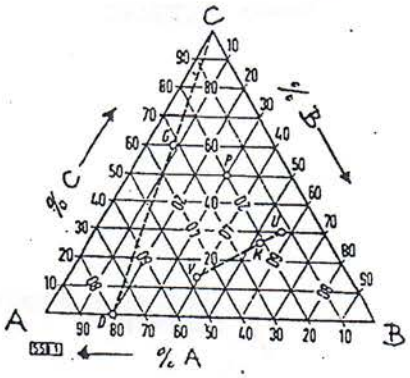
III.2. Grundlagen

III.2.1. Allgemeines

Die Flüssig-Flüssig-Extraktion oder Lösungsmittel-Extraktion ist ein Trennverfahren, das auf der unterschiedlichen Verteilung der zu trennenden Stoffe zwischen zwei flüssigen Phasen beruht. Für die Extraktion sind daher nur Drei- und Mehrstoffsysteme mit einer Mischungslücke geeignet.

III.2.2. Dreiecksdiagramm

Zur Darstellung eines Dreikomponentensystems verwendet man das Dreiecksdiagramm:

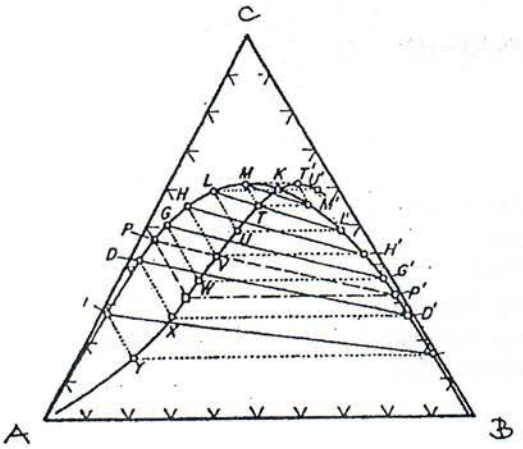


Hebelgesetz:

$$\text{Mengen } \frac{M_V}{M_U} = \frac{\overline{MU}}{\overline{MV}} \quad \text{Strecken}$$

Abbildung III.2.2.1.: Dreiecksdiagramm

Der Verlauf der Grenze zwischen dem Einphasen- und dem Zweiphasengebiet wird durch die Binodalkurve (Binode) beschrieben (Abbildungen III.2.2.2. und III.2.2.3.). Jeder Punkt der Binodalkurve steht mit einem anderen Binodenpunkt im Gleichgewicht. Die Linien, welche die im Gleichgewicht stehenden Punkte verbinden, nennt man Konoden (z.B. $\overline{GG'}$ in Abbildung III.2.2.2. und III.2.2.3.). Auf der Binodalkurve liegt als Grenze zwischen beiden Phasen der kritische Punkt (K in Abbildung III.2.2.2. und III.2.2.3.).



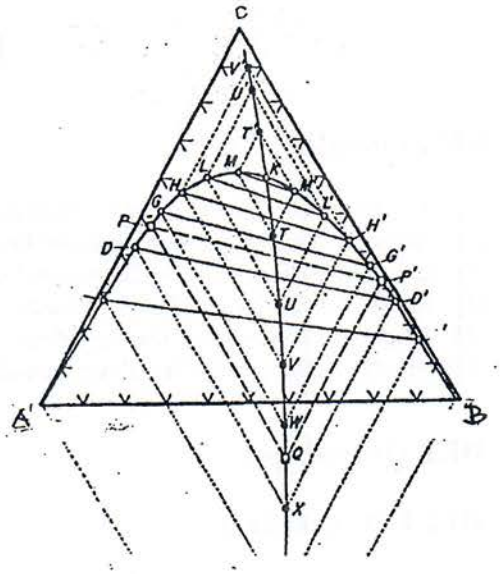


Abbildung III.2.2.2. und III.2.2.3.: Methoden zur Interpolation der Konoden

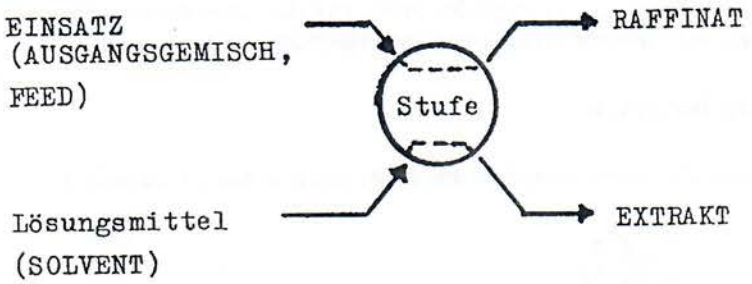
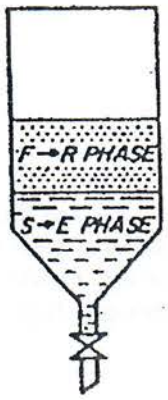


Abbildung III.2.2.4.: Extraktionsschema

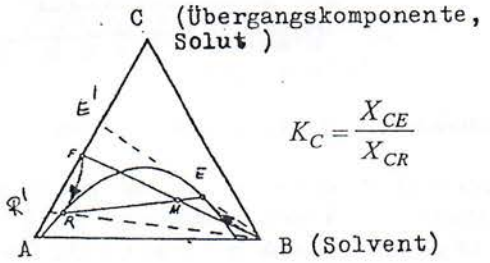
III.2.3. Einstufige Extraktion



Oberphase

Unterphase

Abbildung III.2.3.1.



$$K_C = \frac{X_{CE}}{X_{CR}}$$

Abbildung III.2.3.2.

$$\text{Selektivität } \beta = \frac{(\frac{C}{A})_E}{(\frac{C}{A})_R} = \frac{\frac{\overline{AE'}}{\overline{E'C}}}{\frac{\overline{AR'}}{\overline{R'C}}}$$

III.2.3.1. Beispiel 1

Gegeben:

Aceton in 30mol-%-iger wäßriger Lösung soll in einer Stufe mit Toluol extrahiert werden, sodaß in der Wasserphase nicht mehr als 10mol% Aceton verbleiben.

Gesucht:

Gesucht sind Mengen, respektive Zusammensetzungen von Lösungsmittel, Extrakt und Raffinat.

Lösung:

1. Grundfließbild:

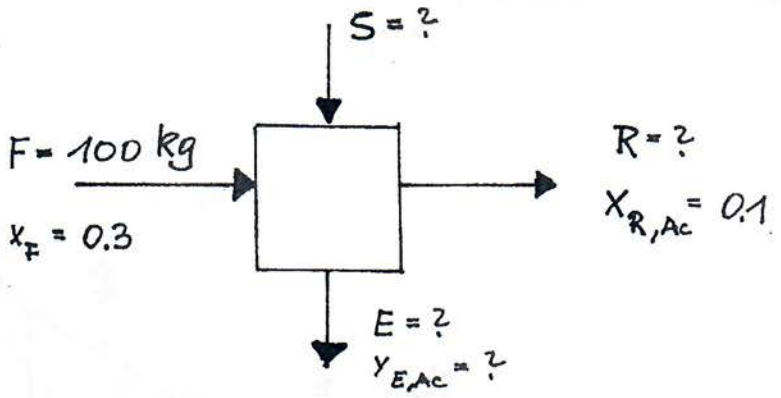


Abbildung III.2.3.1.1.: Grundfließbild

2. Formulierung der Frage: Wieviel Lösungsmittel (Toluol) muß eingesetzt werden, um die Raffinatendkonzentration zu erreichen ?

3. Dreiecksdiagramm: graphische Lösung (siehe Abbildung III.2.3.1.2.)

Der Mischungspunkt M muß auf der Geraden $\overline{FS}$ und auf der Konode durch den Punkt R, der Geraden $\overline{RE}$, liegen.
Der Strecke $\overline{MS}$ entspricht die Einsatzmenge $F=10\ kg$, die Strecke $\overline{FM}$ ist daher nach dem Hebelgesetz der gesuchten Lösungsmittelmenge S proportional.

$\overline{MS}$=54 mm $\quad$ $\overline{FM}$=124 mm

$$\frac{S}{F}=\frac{\overline{FM}}{\overline{MS}}$$

$=>S=230\ kg \qquad => v=\frac{S}{F}=2{,}3$

Menge Gemisch: $M=100+230=330\ kg$

Die Strecke $\overline{RE}$ wird nach dem Streckenverhältnis $\frac{\overline{RM}}{\overline{ME}}$ geteilt:

$$\frac{E[kg]}{R[kg]}=\frac{\overline{RM}[mm]}{\overline{ME}[mm]}=\frac{137}{43}$$

$$M=R+E=330$$

mit $E=3{,}186\cdot R$ folgt

$$R+3{,}186\cdot R=330$$

und somit $R=78{,}83\ kg$ und $E=251\ kg$

$x_{R,Ac}$=0,1 m%/100
$y_{E,Ac}$≈0,08 m%/100
$x_{R,Tol}$≈0,005 m%/100
y_{E,H_2O}≈0,00 3m%/100

Extrakt (lösungsmittelfrei): *E'≈E-S≈251-230≈21 kg*

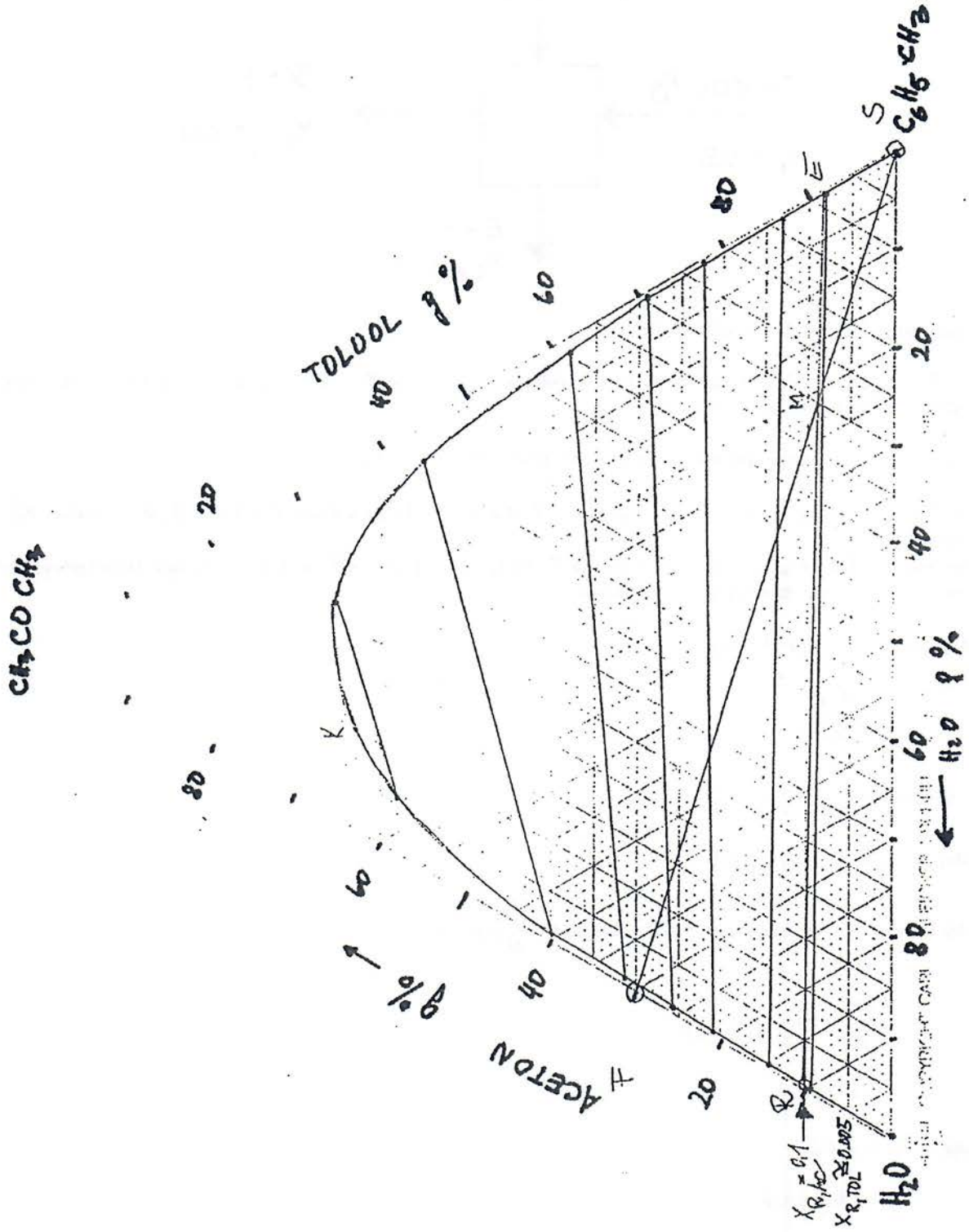


Abbildung III.2.3.1.2.: Dreiecksdiagramm

Stromnummer	1	2	3	4
Produkt	F	R_ω	E_ω	S
Wasser [kg/h]	70	69,25	0,75	
Toluol [kg/h]		0,39	229,6	230
Aceton [kg/h]	30	7,883	22,11	
Durchfluß [kg/h]	100	78,83	251	230
Temperatur [°C]	20			20

Tabelle III.2.3.1.1.: Stromtabelle

4. Exakte Berechnung der Gleichgewichtsstufe

Voraussetzung. Kenntnis der Gleichgewichtskonstanten K_i für alle drei Komponenten i=1, 2 oder 3:

$$K_i = \frac{y_i}{x_i} \qquad (K_i = f(x,T))$$

$$\sum x_i = 1 \qquad \sum y_i = 1$$

Experimentelle Daten aus Tabelle III.4.4.1 in III.4.4. Aufgabe 4:
Zeile 12: 9,4% Aceton in der Waserphase

	Wasserphase			Toluolphase	
x_{Ac} [m%]	x_{Tol} [m%]	x_W [m%]	y_{Ac} [m%]	y_W [m%]	y_{Tol} [m%]
9,4	0,17	90,43	8,11	0,2	91,69

Tabelle III.2.3.1.2.

$$K_{Ac} = \frac{8,11}{9,40} = 0,8627$$

$$K_T = \frac{91,69}{0,17} = 539,35$$

$$K_W = \frac{0,2}{90,43} = 0,002211$$

Annahme: Diese Konstaten mögen auch für $x_{Ac}=10\ m\%$ gelten

Berechnung der Gleichgewichtskonzentration für $x_{Ac,R}=10\ m\%=\frac{0,1m\%}{100}$

	Raffinat		Extrakt
Aceton	$x_{Ac,R}=\frac{0,1m\%}{100}$		$y_{E,Ac}=K_{Ac}.0,1=0,08627$ ⇓
Toluol	*) $x_T=0,0017$ ⇓		$y_T=1-0,08627-0,001986$ ⇑
Wasser	$x_W=1-0,1-0,0017=0,8983$	⇒	$y_W=K_W.0,8983=0,001986$

*) Annahme

Tabelle III.2.3.1.3.

Bilanzgleichungen für die Extraktionsstufe:

Gesamtbilanz: $R+E=F+S$
Aceton-Bilanz: $R \cdot x_{Ac} + E \cdot y_{Ac} = F \cdot x_{Ac} + S \cdot 0$
Toluol-Bilanz: $R \cdot x_{Tol} + E \cdot y_{Tol} = F \cdot 0 + S \cdot 1$
$F=100$

$$1 \cdot R + 1 \cdot E - 1 \cdot S = 100$$
$$0{,}1 \cdot R + 0{,}08627 \cdot E - 0 \cdot S = 30$$
$$0{,}0017 \cdot R + 0{,}9117 \cdot E - 1 \cdot S = 0$$

$S=235{,}44\ kg$, $R=77{,}34\ kg$ $E=258{,}10\ kg$

lösungsmittelfreier Extrakt $E'=E-S=22{,}66\ kg$
Betriebslösungsmittelverhältnis $v = \frac{S}{F} = 2{,}35$

weitere Berechnung der Teilströme:

$$M_{Ac\,in\,R_\omega} = 77{,}73 \cdot 0{,}1 = 7{,}73\ kg$$

$$M_{Tol\,in\,R_\omega} = 77{,}34 \cdot 0{,}0017 = 0{,}131\ kg$$

$$M_{Wa\,in\,E} = 258{,}1 \cdot 0{,}001986 = 0{,}512\ kg$$

$$M_{Wa\,in\,R_\omega} = M_{Wa\,in\,F} - M_{Wa\,in\,E} = 70 - 0{,}512 = 69{,}48\ kg$$

$$M_{Tol\,in\,E} = S - M_{Tol\,in\,R_\omega} = 235{,}44 - 0{,}131 = 235{,}31\ kg$$

$$M_{Ac\,in\,F} = M_{Ac\,in\,F} - M_{Ac\,in\,R_\omega} = 30 - 7{,}734 = 22{,}26\ kg$$

Zusammenfassung der Ergebnisse in der Stromtabelle:

Stromnummer	1	2	3	4
Produkt	F	R_ω	E_ω	S
Wasser [kg/h]	70	69,48	0,512	
Toluol [kg/h]		0,131	235,31	235,44
Aceton [kg/h]	30	7,734	22,266	
Durchfluß [kg/h]	100	77,34	258,1	235,44
Temperatur [°C]				

Tabelle III.2.3.1.4.

III.2.4. Mehrstufige Extraktion

III.2.4.1. Beispiel 2

Mehrstufige Extraktion im Kreuzstrom

Gegeben:

Aus 2.000 kg eines Essigsäure-Wasser-Gemisches mit 45 Massen-% Essigsäure soll stündlich durch mehrstufige Extraktion im Kreuzstrom mit reinem Isopropyläther als Lösungsmittel bei einer Betriebstemperatur von 20°C die Essigsäure bis auf eine Restkonzentration von 10 Massen-% herausgelöst werden.

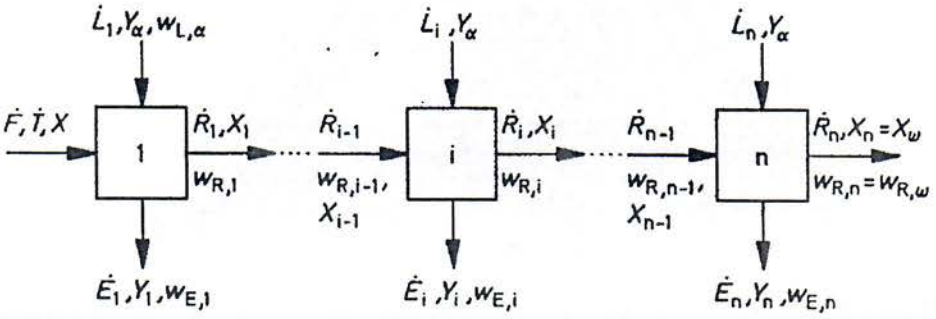


Abbildung III.2.4.1.1.: Zur Bilanzierung der Kreuzstromkaskade

1, ..., i, ..., n Extraktionsstufen
$\dot{F}$ Gemischzulauf; $\dot{R}_1, ..., \dot{R}_i, ..., \dot{R}_n$ Raffinatphasen;
$\dot{E}_1, ..., \dot{E}_i, ..., \dot{E}_n$ Extraktphasen; $\dot{L}_1, ..., \dot{L}_i, ..., \dot{L}_n$ Lösungsmittelströme (Isopropyläther)
X Massenbeladung der Essigsäure in der Raffinatphase
w_R, ... Massenanteil der Essigsäure in der Raffinatphase
Y Massenbeladung der Essigsäure in der Extraktphase
w_E, ... Massenanteil der Essigsäure in der Extraktphase

Gesucht:

Man bestimme folgende Größen:

- das Mindestlösungsmittelverhältnis für die erste Extraktionsstufe
- die erforderliche Zahl der theoretisch wirkenden Extraktionsstufen im Dreiecksdiagramm, wenn ein trägerbezogenes Lösungsmittelverhältnis von 1 gewählt wird und jeder Stufe diesselbe Lösungsmittelmenge zuströmt
- die erforderliche Zahl der theoretisch wirkenden Extraktionsstufen im Beladungsdiagramm, wenn die Mischbarkeit von Wasser und Isopropyläther unberücksichtigt bleibt und als trägerbezogenes Lösungsmittelverhältnis 1 beibehalten wird.

Grundlagen und Lösungshinweise

Bei der stetigen Flüssig-Flüssig-Extraktion im Kreuzstrom fließt die Mischung $\dot{F}$ aus Träger $\dot{T}$ und Wertstoff $\dot{S}$ der ersten Stufe der Kreuzstromkaskade zu, wo sie mit Lösungsmittel $\dot{L}_1$ behandelt wird (Abbildung III.2.4.1.1.). Die dabei erfolgende Extraktion führt zu einem Raffinat $\dot{R}_1$ und einem Extrakt $\dot{E}_1$. Das Raffinat wird von Stufe zu Stufe weitergeleitet und jeweils mit frischem Lösungsmittel versetzt, während der Extrakt aus jeder Stufe entnommen und aus wirtschaftlichen Gründen meist zerlegt wird.
Wird in den einzelnen Extraktionsstufen gerade das Verteilungsgleichgewicht zwischen Extrakt- und Raffinatphase erreicht, so lassen sich die Zusammensetzungen der einzelnen Extraktphasen $\dot{E}_1, \dot{E}_2, ...$ und Raffinatphasen $\dot{R}_1, \dot{R}_2, ...$ aus dem Dreiecksdiagramm an ihren Zustandspunkten $E_1, E_2, ...$ und $R_1, R_2, ...$ ablesen (Abbildung III.2.4.1.2.).

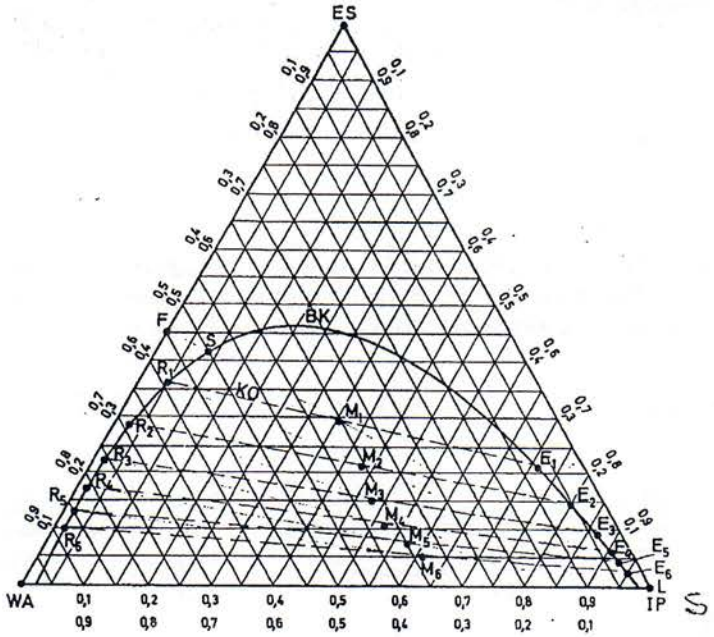


Abbildung III.2.4.1.2.: Zur Ermittlung der Zahl N_t der theoretischen Stufen der Kreuzstromkaskade gemäß Aufgabe III.2.4.1., Dreieckskoordinaten

Man trägt zunächst die Zustandspunkte des Zulaufgemisches (F) und des Lösungsmittels (L) in das Diagramm ein. Der Zustandspunkt M_1 ihrer Mischung liegt dann auf der Verbindungslinie $\overline{FL}$, wobei nach dem Hebelgesetz gilt

$$\frac{\dot{L}}{\dot{F}} = v_1 = \frac{\overline{FM_1}}{\overline{M_1L}} = \frac{w_F - w_{M,1}}{w_{M,1} - w_L} = \frac{Mengenstrom\ \ Lösungsmittel}{Mengenstrom\ \ Zulauf} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.1.)}$$

Hierin sind:

$\dot{F}$ Massenstrom des zulaufenden Gemisches aus Träger und Wertstoff

$\dot{L}$ Massenstrom aus Lösungsmittel

v_1 gemischbezogenes Lösungsmittelverhältnis $\frac{L(\equiv S)}{F}$

w_F, $w_{M,1}$, w_L Massenanteil des Wertstoffes im zulaufenden Gemisch, in der Mischung aus $\dot{F}$ und $\dot{L}$ und im Lösungsmittel $\dot{L}$.

Ist das Lösungsmittelverhältnis v_1 gegeben, so ist mit vorheriger Gleichung III.2.4.1.1. M_1 festgelegt. Der Zustandspunkt E_1 der Extraktphase $\dot{E}_1$ und der Zustandspunkt R_1 der Raffinatphase $\dot{R}_1$ aus Extraktionsstufe 1 sind dann als Schnittpunkte der durch M_1 verlaufenden Konoden mit der Binodalkurve gegeben. Der Raffinatstrom $\dot{R}_1$ wird in der Extraktionsstufe 2 erneut mit dem Lösungsmittel $\dot{L}$ behandelt (Abbildung III.2.4.1.1.: allgemeiner Fall; Aufgabe III.2.4.1.: $\dot{L}_1 = \dot{L}_2 = \ldots = \dot{L}$). Für den Zustandspunkt M_2 der Mischung aus $\dot{R}_1$ und $\dot{L}$ gilt dann wieder

$$\frac{\dot{L}}{\dot{R}_1} = v_2 = \frac{\overline{R_1M_2}}{\overline{M_2L}} = \frac{w_{R,1} - w_{M,2}}{w_{M,2} - w_L} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.2.)}$$

mit v_2 als dem Lösungsmittelverhältnis in Stufe 2, $w_{R,1}$ als dem Massenanteil des Wertstoffes in der Raffinatphase $\dot{R}_1$ und $w_{M,2}$ als dem Massenanteil des Wertstoffes in der Mischung gemäß M_2. Die Zustandspunkte von E_2 und R_2 von Extraktphase $\dot{E}_2$ und Raffinatphase $\dot{R}_2$ sind dann wieder als Schnittpunkte der Konoden durch den Mischpunkt M_2 mit der Binodalkurve festgelegt. Auf die gleiche Weise werden nun sämtliche Zustandspunkte E_3,

E_4, ..., E_n und R_3, R_4, ...,R_n ermittelt. Die Zahl der Zustandspunkte R_i oder E_i entspricht dann der erforderlichen Zahl N_t der theoretischen Extraktionsstufen der Kreuzstromkaskade.
Die Extraktion ist nur dann möglich, wenn der Mischpunkt M_1 im Zweiphasengebiet liegt, das heißt, zwischen S und dem rechten Schnittpunkt der Strecke $\overline{SL}$ mit der Binodalkurve. Die zugeführte Masse an Lösungsmittel darf daher einen Mindestwert $\dot{L}_{\min}$ bei festgelegtem Zulaufstrom $\dot{F}$ nicht unterschreiten. $\dot{L}_{\min}$ legt dabei einen Mischpunkt S auf der Binodalkurve fest (Abbildung III.2.4.1.2.). Eine Massenbilanz für den Wertstoff liefert bei Betrachtung des Mischvorganges von $\dot{F}$ mit $\dot{L}_{\min}$ zu einer durch den Zustandspunkt S charakterisierten Mischung das Mindestlösungsmittelverhältnis v_{min}

$$v_{\min} = \frac{\dot{L}_{\min}}{\dot{F}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{SL}} = \frac{w_F - w_S}{w_S - w_L} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.3.)}$$

mit w_S als dem Massenanteil des Wertstoffes im Dreistoffgemisch gemäß Zustandspunkt S.
Massenbilanzen insgesamt sowie für den Wertstoff und das Lösungsmittel ergeben für die i-te Stufe der Kreuzstromkaskade (Abbildung III.2.4.1.1.):

$$\dot{R}_{i-1} + \dot{L}_i = \dot{m}_i \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.4.)}$$

$$\dot{R}_{i-1} \cdot w_{R,i-1} + \dot{L}_i \cdot w_{L,\alpha} = \dot{m}_i \cdot w_{M,i} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.5.)}$$

$$\dot{R}_{i-1} \cdot w_{R,L,i-1} + \dot{L}_i \cdot w_{L,L} = \dot{m}_i \cdot w_{M,L,i} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.6.)}$$

Es bedeuten:

$\dot{R}_{i-1}$	Raffinatstrom der i-ten Stufe
$w_{R,i-1}, w_{R,L,i-1}$	Massenanteil des Wertstoffes bzw. des Lösungsmittels im Raffinatstrom $\dot{R}_{i-1}$
$\dot{L}_i$	Lösungszustrom
L,L	Massenanteil des Wertstoffes bzw. des Lösungsmittels im Lösungsstrom $\dot{L}_i$ ($w_{L,\alpha} = 0, w_{L,L} = 1, \dot{L}_1 = \dot{L}_2 = ... = \dot{L}_i = ... = \dot{L}_n = \dot{L}$, wenn jeder Stufe der gleiche wertstofffreie Lösungsmittelstrom zugeführt)
$\dot{m}_i$	Massenstrom der Mischung aus $\dot{R}_{i-1}$ und $\dot{L}_i$.

(Eine Bilanzgleichung für den Träger ist wegen $\sum w_j = 1$ entbehrlich. Sie liefert keinen unabhängigen Gleichungsbeitrag.)
Aus den Gleichungen III.2.4.1.4. und III.2.4.1.6. folgen die Koordinaten des jeweiligen Mischpunktes M_i als $w_{M,i}$, $w_{M,L,i}$ und $1-w_{M,i}-w_{M,L,i}$. Für unser Beispiel soll M_i auf der Basis der Gleichungen III.2.4.1.1. und III.2.4.1.2. usw. grafisch festgelegt werden. Für $w_{M,i}$ gilt

$$w_{M,i} = \frac{\dot{R}_{i-1} \cdot w_{R,i-1} + \dot{L}_i w_{L,\alpha}}{\dot{R}_{i-1} + \dot{L}_i} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.7.)}$$

$$w_{M,L,i} = \frac{\dot{R}_{i-1} \cdot w_{R,L,i-1} + \dot{L}_i w_{L,L}}{\dot{R}_{i-1} + \dot{L}_i} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.8.)}$$

Die Mischung $\dot{m}_i$ zerfällt in die die Extraktionsstufe i verlassenden Massenströme $\dot{R}_i$ und $\dot{E}_i$ mit den Massenanteilen $w_{R,i}$ und $w_{E,i}$ an Wertstoff, womit folgt

$$\dot{R}_i \cdot w_{R,i} + \dot{E}_i \cdot w_{E,i} = \dot{m}_i \cdot w_{M,i} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.9.)}$$

mit

$$\dot{m}_i = \dot{R}_i + \dot{E}_i \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.10.)}$$

Der Extraktionsstrom $\dot{E}_i$ ist dann

$$\dot{E}_i = \frac{\dot{m}_i \cdot (w_{M,i} - w_{R,i})}{w_{E,i} - w_{R,i}} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.11.)}$$

und der Raffinatstrom $\dot{R}_i$

$$\dot{R}_i = \frac{\dot{m}_i \cdot (w_{M,i} - w_{E,i})}{w_{R,i} - w_{E,i}} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.12.)}$$

bzw.

$$\dot{R}_i = \dot{m}_i - \dot{E}_i \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.13.)}$$

Die Rechnung kann dann wesentlich vereinfacht werden, wenn die geringe Löslichkeit von Träger und Lösungsmittel nicht berücksichtigt wird. Der Massenstrom $\dot{T}$ des Trägers bleibt dann über die gesamte Kaskade konstant, ebenso wie der Massenstrom $\dot{L}$ des reinen Lösungsmittels in der Einzelstufe. Die Wertstoffkonzentration in Extrakt- und Raffinatphase wird dann als lösungsmittel- bzw. trägerbezogene Beladung angegeben. Eine Bilanzgleichung um die i-te Stufe liefert (Abbildung III.2.4.1.1.)

$$\dot{T} \cdot X_{i-1} + \dot{L}_i \cdot Y_\alpha = \dot{T} \cdot X_i + \dot{L}_i Y_i \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.14.)}$$

Hieraus folgt der Bedarf $\dot{L}_i$ an reinem Lösungsmittel für die i-te Stufe

$$\dot{L}_i = \frac{\dot{T} \cdot (X_{i-1} - X_i)}{Y_i - Y_\alpha} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.15.)}$$

X_{i-1} und X_i sind die Wertstoffbeladungen der Raffinatströme $\dot{R}_{i-1}$ und $\dot{R}_i$, die in die Stufe i eintreten bzw. sie verlassen.
Der Bedarf $\dot{L}_g$ an reinem Lösungsmittel für die gesamte Kaskade ist dann

$$\dot{L}_g = \sum \dot{L}_i = \frac{\dot{T} \cdot (X_\alpha - X_\omega)}{Y_{\omega,m} - Y_\alpha} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.16.)}$$

mit X_α, X_ω als Beladungen des Wertstoffes im Zulaufgemisch bzw. der Raffinatphase der letzten Extraktionsstufe n, Y_α als Beladung der Wertstoffes im Lösungsmittelzulauf und $Y_{\omega,m}$ als der mittleren Wertstoffbeladung über alle Extraktströme $\dot{E}_1, \ldots, \dot{E}_i, \ldots, \dot{E}_n$.
Ist im zulaufenden Lösungsmittel kein Wertstoff enthalten ($Y_\alpha = 0$) und läuft jeder theoretischen Extraktionsstufe der gleiche Lösungsmittelstrom $\dot{L}$ zu, so gilt für das Beladungsverhältnis

$$\frac{X_\omega}{X_\alpha} = \frac{1}{(1+\varepsilon)^n} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.17.)}$$

mit $X_\omega = X_n$ und n als der Zahl der theoretischen Extraktionsstufen N_t. Der Extraktionsfaktor ε ist dabei

$$\varepsilon = \frac{K^+ \cdot \dot{L}}{\dot{T}} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.18.)}$$

K^+ ist der Verteilungskoeffizient, die Gleichgewichtskonstante.

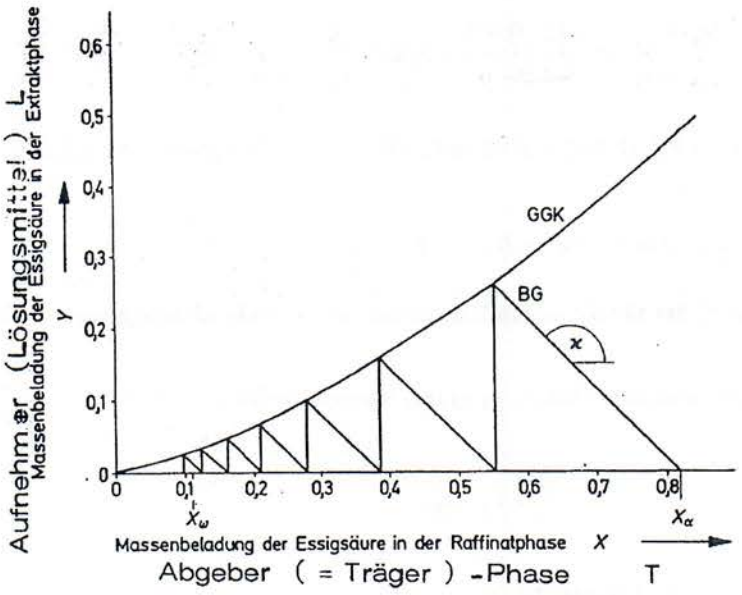


Abbildung III.2.4.1.3.: Zur Bestimmung der Zahl N_t der theoretischen Stufen der Kreuzstromkaskade

GGK Gleichgewichtskurve
BG Bilanzgerade (Steigung *tan k=-1*)

Die erforderliche Zahl N_t. der theoretischen Extraktionsstufen kann einfach graphisch dem Beladungsdiagramm (Abbildung III.2.4.1.3.) entnommen werden, wenn in jeder Stufe *i* das Verteilungsgleichgewicht zwischen den sie verlassenden Phasen, Raffinatphase $\dot{R}_i$ und Extraktphase $\dot{E}_i$, erreicht wird. Die Steigung der Bilanzgeraden für die Extraktionsstufe *i* ist

$$\nu_T = -\frac{1}{\tan\chi} = \frac{L}{T} = -\frac{X_{i-1} - X_i}{Y_i - Y_\alpha} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.1.19.)}$$

mit χ als ihrem Steigungswinkel und $\nu_{i,T}$ als dem trägerbezogenen Lösungsmittelverhältnis der Stufe *i*. Für unser Beispiel ist $\nu_{1,T} = \nu_{2,T} = \ldots = \nu_{i,T} = \ldots = \nu_{n,T} = \frac{\dot{L}}{\dot{T}}$, d.h., die Bilanzgeraden der Einzelstufen verlaufen parallel.

Lösung, Zahlenrechnung

Gegeben:

Extraktionssystem Essigsäure (Wertstoff), Wasser (Träger), Isopropylether (Lösungsmittel)
Betriebstemperatur ϑ=20°C
Gleichgewichtsdaten werden in der Übung angegeben
Massenstrom des Zulaufgemisches $\dot{F} = 2.000 \ kg/h$
Essigsäuremassenanteil im Zulaufgemisch w_F=0,45 (≡45 Massen%)
Essigsäurebeladung im Zulaufgemisch $X_\alpha \approx 0{,}818$
Trägerbezogenes Lösungsmittelverhältnis ν_T=1
Essigsäuremassenanteil in der letzten Raffinatphase $w_{R,\omega}$=0,1 (≡10 Massen%)
Essigsäurebeladung in der letzten Rafinatphase $X_\omega \approx 0{,}111$
Essigsäuremassenanteil im zulaufenden Lösungsmittel $w_{L,\alpha}$=0 => Beladung Y_α=0.

- **Mindestlösungsmittelverhältnis ν_{min}**

Das auf den Zulauftrom $\dot{F}$ bezogene Mindestlösungsmittelverhältnis ν_{min} ergibt sich gemäß Gleichung III.2.4.1.3. zu

$$v_{\min} = \frac{\dot{L}_{\min}}{\dot{F}} = \frac{w_F - w_S}{w_S - w_L} = \frac{0{,}45 - 0{,}415}{0{,}415 - 0} = 0{,}0843$$

mit dem Ablesewert w_S=0,415 (Punkt s; Abbildung III.2.4.1.2.). Der Mindestbedarf $\dot{L}_{\min}$ an Isoproylether ist demzufolge

$$\dot{L}_{\min} = \dot{F} \cdot v_{\min} = 2.000 \cdot 0{,}0843 = 169 \;\; kg/h$$

- **Erforderliche Zahl N_t der theoretischen Extraktionsstufen, Dreiecksdiagramm**

Das trägerbezogene Lösungsmittelverhältnis v_T ist laut Aufgabenstellung $v_T = \frac{L}{T} = 1$

$$v_T = \frac{L}{F \cdot \omega_{TF}} \qquad\qquad v = \frac{L}{F} = v_T \cdot \omega_{TF}$$

Der Massenstrom $\dot{T}$ des Trägers Wasser ist

$$\dot{T} = \frac{\dot{F}}{1 + X_\alpha} = \frac{2.000}{(1 + 0{,}818)} = 1.100 \;\; kg/h$$

und entspricht wegen v=1 dem Massenstrom $\dot{L}$ des Lösungsmittels Isopropylether. Bezieht man v_1 auf den Zulaufstrom $\dot{F}$, so erhält man

$$v_1 = \frac{\dot{L}}{\dot{F}} = \frac{1.100}{2.000} = 0{,}55$$

Der Mischpunkt M_1 der ersten Extraktionsstufe läßt sich nun mit Gleichung III.2.4.1.1. festlegen

$$v_1 = \frac{\dot{L}}{\dot{F}} = \frac{\overline{FM_1}}{\overline{M_1 L}} = 0{,}55$$

Die Strecke in Abbildung III.2.4.1.2. ist also im Verhältnis 1:0,55 zu teilen. Als Koordinate $w_{M,1}$ des Mischpunktes ergibt sich dabei $w_{M,1}$=0,29 (≡29 Massen% Essigsäure im Gemisch $\dot{m}_1 = \dot{F} + \dot{L}$). Die Konode durch M_1 legt die Zustandspunkte E_1 mit $w_{E,1}$=0,21 und R_1 mit $w_{R,1}$=0,36 Massenanteile Essigsäure fest. Mit Gleichung III.2.4.1.12. folgt dann für den Raffinatstrom $\dot{R}_1$

$$\dot{R}_1 = \frac{\dot{m}_1 \cdot (w_{M,1} - w_{E,1})}{w_{R,1} - w_{E,1}} = \frac{(2.000 + 1.100) \cdot (0{,}29 - 0{,}21)}{(0{,}36 - 0{,}21)} = 1.653 \;\; kg/h$$

Der Extraktstrom $\dot{E}_1$ ist [Gleichung III.2.4.1.10.]

$$\dot{E}_1 = \dot{m}_1 - \dot{R}_1 = (2.000 + 1.100) - 1.653 = 1.447 \;\; kg/h$$

Für die zweite Extraktionsstufe ist laut Aufgabenstellung ebenfalls ein Isopropyletherzustrom von $\dot{L} = 1.100 \;\; kg/h$ vorzusehen. Der Mischpunkt M_2 ist dann durch

$$v_2 = \frac{\dot{L}}{\dot{R}_1} = \frac{\overline{R_1 M_2}}{\overline{M_2 L}} = \frac{1.100}{1.653} = 0{,}67$$

festzulegen. Das Verfahren wird nun bei den Folgestufen analog fortgeführt. Aus dem Dreiecks-diagramm der Abbildung III.2.4.1.2. ist ersichtlich, daß die gewünscht Endkonzentration $w_{R,\omega}$ der Raffinatphase nach ca. 6 theoretischen Extraktionsstufen erreicht wird. Die erforderliche Zahl N_t der theoretischen Stufen der

Kreuzstromkaskade ist also $N_t \approx 6$ (die Abweichung zwischen $\dot{T} \cdot X_i + \dot{T}$ und $\dot{R}_i$ kommt durch die geringe Mischbarkeit von Wasser als Träger und Isopropylether als Lösungs-mittel zustande. Die Forderungen $\dot{T} = konst.$ bzw. $\dot{L} = konst.$ sind nur unzureichend erfüllt !).

- **Erforderliche Zahl N_t der theoretischen Stufen, Beladungsdiagramm**

Aus dem Beladungsdiagramm gemäß Abbildung III.2.4.1.3. ergibt sich für die Zahl N_t der Extraktions-stufen mit Gleichgewichtseinstellung $N_t \approx 6{,}5$.
Der Extraktionsfaktor ist mit Gleichung III.2.4.1.18.

$$\varepsilon = \frac{K^+ \cdot \dot{L}}{\dot{T}} = \frac{0{,}4 \cdot 1.100}{1.100} = 0{,}4$$

wenn man mit einem Mittelwert $K^+ \approx 0{,}4$ der Verteilungsgleichgewichtskonstanten rechnet. Für die Zahl $n = N_t$ der theoretischen Extraktionsstufen erhält man dann aus Gleichung III.2.4.1.17.

$$n = \frac{\ln \frac{X_\alpha}{X_\omega}}{\ln(1+\varepsilon)} = \frac{\ln \frac{0{,}818}{0{,}111}}{\ln(1+0{,}4)} = 5{,}94$$

III.2.4.2. Beispiel 3

Gegeben:

Das Essigsäure/Wasser-Gemisch aus III.2.4.1. Beispiel 2 soll in einer mehrstufigen Gegenstromextraktions-kaskade mit reinem Isopropylether als Lösungsmittel behandelt werden.

Gesucht:

1. Mindestlösungsmittelverhältnis
2. die erforderliche Zahl der theoretisch wirkenden Extraktionsstufen im Beladungsdiagramm, wenn das Betriebslösungsmittelverhältnis das 1,4-fache des Mindestlösungsmittelverhältnisses ausmachen soll
3. die erforderliche Zahl der theoretisch wirkenden Extraktionsstufen im Dreiecksdiagramm nach *Hunter und Nash*, wenn das Betriebslösungsmittelverhältnis ebenfalls wieder das 1,4-fache des Mindestlösungs-mittelverhältnisses ist.

Grundlagen und Lösungshinweise

Bei der Gegenstromextraktion werden zu behandelnde Mischung $\dot{F}$ und Lösungsmittel $\dot{L}_\alpha$ im Gegenstrom durch mehrere in Serie geschaltete Extraktionsgefäße (Mixer+Settler) oder häufiger durch Extraktionskolonnen geleitet (Abbildung III.2.4.2.1.). Mischung $\dot{F}$ und Lösungsmittel $\dot{L}_\alpha$ strömen dabei dem Mehrstufenextraktor an dessen entgegengesetzten Enden zu, so daß Raffinat $\dot{R}_\omega$ mit dem frischen Lösungsmittel $\dot{L}_\alpha$ und Extrakt $\dot{E}_\omega$ mit der Zulaufmischung $\dot{F}$ in Berührung sind. Dies führt zu hohen Beladungsgefällen zwischen den aus- und eintretenden Phasen und damit zu guter Anreicherung des Wertstoffes in der Extraktphase und guter Restentfernung des Wertstoffes aus der Raffinatphase.
Eine Massenbilanz für den Wertstoff um die Gesamtkolonne der Abbildung III.2.4.2.1 liefert den Bedarf $\dot{L}$ an reinem Lösungsmittel, wenn die geringe Mischbarkeit von Träger und Lösungsmittel nicht berücksichtigt wird

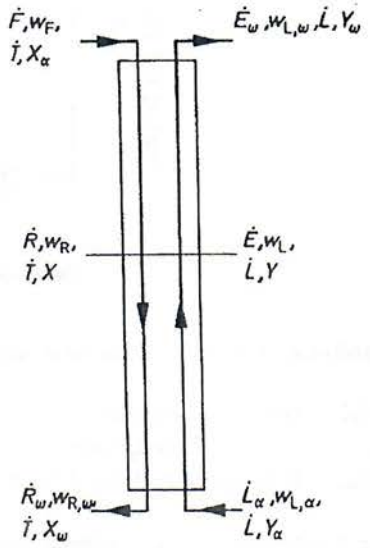


Abbildung III.2.4.2.1.: Zur Bilanzierung der Gegenstromkaskade
$\dot{F}$ Mischung (Zulauf); $\dot{L}$ Lösungsmittelzulauf ($\dot{L} = \dot{L}_\alpha, Y_\alpha = 0 = w_{L,\alpha}$); $\dot{E}_\omega, \dot{R}_\omega$ Extrakt- bzw. Raffinatablauf

$$\dot{L} = \frac{\dot{T} \cdot (X_\alpha - X_\omega)}{Y_\omega - Y_\alpha} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.2.1)}$$

Aus einer Massenbilanz für den Wertstoff um den oberen Teil der Extraktionskolonne folgt der Zusammenhang zwischen Beladung X des Trägers und der Beladung Y des Lösungsmittels an Wertstoff in einem beliebigen Querschnitt der Kolonne

$$Y = \frac{\dot{T}}{\dot{L}} \cdot X + Y_\omega - \frac{\dot{T}}{\dot{L}} \cdot X_\alpha \qquad \text{(Gleichung III.2.4.2.2.)}$$

Dies ist die Gleichung der Bilanz- oder Arbeitsgeraden im Beladungs- oder Arbeitsdiagramm der Abbildung III.2.4.2.2.
Das Lösungsmittelverhältnis ν_T

$$\nu_T = \frac{\dot{L}}{\dot{T}} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.2.3.)}$$

legt die Steigung der Bilanzgeraden fest, ν_T darf für ein bestimmtes Extraktionsproblem einen Mindestwert ν_{min}, das Mindestlösungsmittelverhältnis, nicht unterschreiten. ν_{min} läßt sich aus der Steigung der durch A und S verlaufenden Bilanzgeraden bestimmen (Abbildung III.2.4.2.2.)

$$\nu_{\min,T} = \frac{X_\alpha - X_\omega}{Y_{\omega,\max} - Y_\alpha} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.2.4.)}$$

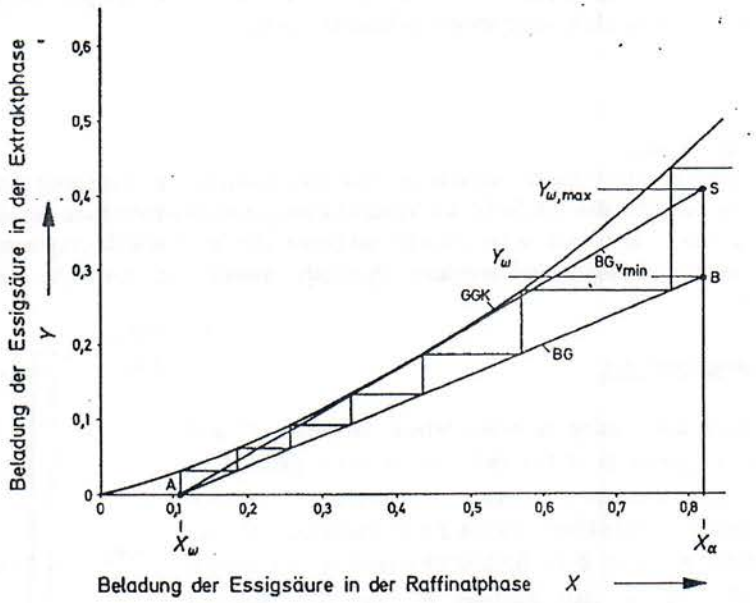


Abbildung III.2.4.2.2.: Zur Bestimmung der Zahl N_t der theoretischen Extraktionsstufen im Beladungsdiagramm

GGK Gleichgewichtskurve
BG Bilanzgerade
BG_{min} Bilanzgerade für das Mindestlösungsmittelverhältnis

Die Einstellung von ν_{min} würder bedeuten, daß eintretendes Gemisch $\dot{F}$ und austretende Extraktphase $\dot{E}_\omega$ im Phasengleichgewicht stehen, was nur mit unendlich vielen Trennstufen zu erreichen wäre. Das tatsächlich einzustellende Betriebslösungsmittelverhältnis ν muß daher größer als ν_{min} gewählt werden.

Laut Aufgabenstellung soll das Betriebslösungsmittelverhältnis $\nu=1{,}4\cdot\nu_{min}$ sein. Aus der Bilanzgleichung III.2.4.2.1. läßt sich dann auch die Endbeladung Y_ω des Wertstoffes in der Extraktphase $\dot{E}_\omega$ bzw. sein Massenanteil $w_{L,\omega}$ berechnen

$$Y_\omega = \frac{1}{\nu}\cdot(X_\alpha - X_\omega) + Y_\alpha \approx \frac{w_{L,\omega}}{1-w_{L,\omega}} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.2.5.)}$$

Die für die Extraktion erforderliche Zahl N_t der theoretischen Extraktionsstufen ist bekanntlich mit einem zwischen Gleichgewichtskurve und Bilanzgeraden gezeichneten Treppenzug im Beladungsdiagramm zu bestimmen (Abbildung III.2.4.2.2.).
Ist der Verteilungskoeffizient K^+ im interessierenden Beladungsintervall $X_\alpha \geq X \geq X_\omega$ konstant, so verläuft die Verteilungsgleichgewichtslinie linear im Beladungsdiagramm. Die erforderliche Zahl N_t der theoretischen Extraktionsstufen kann auch mittels

$$N_t = \frac{\ln\left[(\varepsilon-1)\cdot\left(\frac{X_\alpha}{X_\omega}+\frac{Y_\alpha}{X_\omega}\right)+1\right]}{\ln\varepsilon} - 1 \qquad \text{(Gleichung III.2.4.2.6.)}$$

berechnet werden.
Für den Fall, daß Träger und Lösungsmittel bei Extraktionsbedingungen beachtenswert mischbar sind, muß die Gegenstromextraktion im Dreiecksdiagramm verfolgt werden. Die Zahl N_t der theoretischen Extraktionsstufen läßt sich dann graphisch mit einem von *Hunter und Nash* angegebenen Verfahren ermitteln. Man muß hierbei nur beachten, daß die Zustandspunkte von

- im Phasengleichgewicht befindlichen, die jeweilige Stufe verlassenden Phasen auf der Binodalkurve und gemeinsamen Konoden liegen,
- in gemeinsamen Querschnitten sich berührenden Phasen auf der Binodalkurve und gemeinsamen Pol- und Querschnittsgeraden liegen.

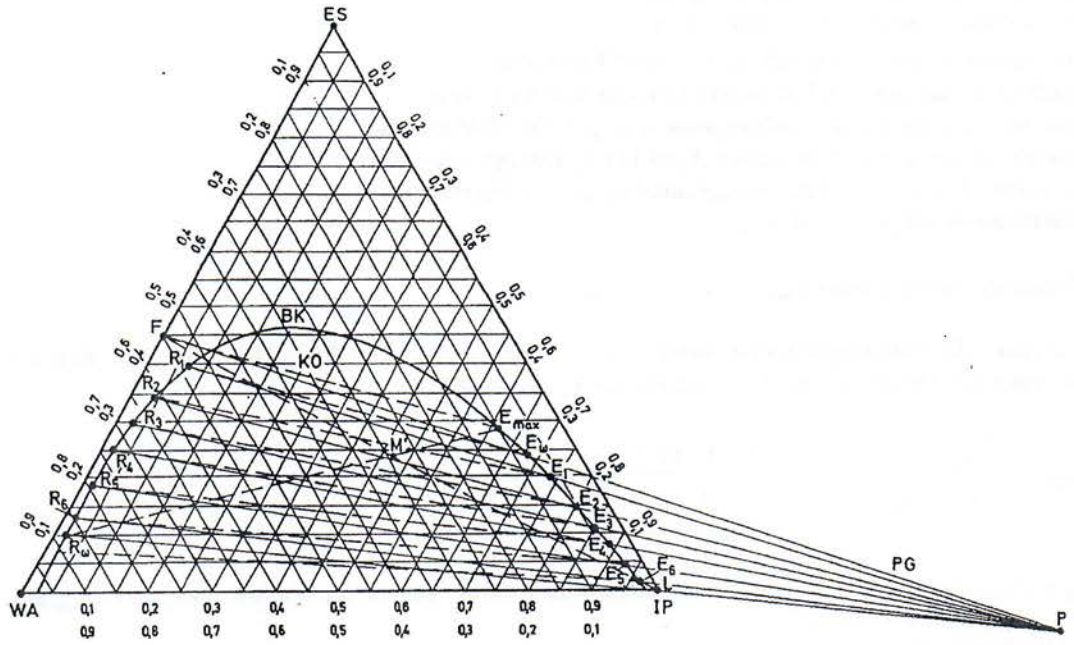


Abbildung III.2.4.2.3.: Zur Bestimmung der Zahl der theoretischen Extraktionsstufen der Gegenstromkaskade nach dem Verfahren von *Hunter und Nash*

BK	Binodalkurve
KO	Konoden
PG	Pol- oder Querschnittsgeraden

F, E_ω, R_ω, L Zustandspunkte der Zu- und Ablaufphasen
WA, ES, IP Zustandspunkte der reinen Komponenten Träger, Wasser, Wertstoff Säure, Lösungsmittel Isopropylether

In Abbildung III.2.4.2.3. wird das *Hunter-Nash-Verfahren* verdeutlicht. Die Zustandspunkte F und E_ω sind durch die oberste Polgerade verbunden. F ist dabei der Zustandspunkt der Mischung $\dot{F}$, die der obersten Trennstufe zuläuft. E_ω ist der Zustandspunkt der diese Trennstufe verlassenden Extraktphase $\dot{E}_\omega$. Wirkt die oberste Trennstufe als theoretische Extraktionsstufe, so müssen die sie verlassenden Phasen im Verteilungsgleichgewicht stehen. R_1 als Zustandspunkt der die Stufe verlassenden Raffinatphase $\dot{R}_1$ muß dann auf der Binodalkurve und der durch E_ω verlaufenden Konode liegen. Raffinatphase $\dot{R}_1$ und Extraktphase $\dot{E}_1$ berühren sich im Querschnitt unterhalb der betrachteten obersten Extraktionsstufe. Der Zustandspunkt E_1 von $\dot{E}_1$ muß daher auf der Binodalkurve und der durch R_1 verlaufenden Polgeraden liegen und ist damit bekannt. Legt man nun die Zustandspunkte $R_2, R_3, \ldots$ und $E_2, E_3, \ldots$ nach dem für die oberste Trennstufe besprochenen Verfahren fest, so kann die Zahl N_t der für die Extraktion erforderlichen theoretischen Trennstufen letztendlich als Zahl der Raffinatzustandspunkte auf der Binodalkurve dem Dreiecksdiagramm entnommen werden.
Das auf die Mischung $\dot{F}$ bezogene Mindestlösungsmittelverhältnis ν_{min} läßt sich ebenfalls aus Abbildung 2.4.2.3. unter Mitverwendung des Hebelgesetzes für Mischungen bestimmen, wenn man davon ausgeht, daß abströmender Extrakt und zulaufende Mischung im Verteilungsgleichgewicht stehen. Der Zustandspunkt E_{max} des Extraktes läge dann auf der durch F verlaufenden Konoden

$$\nu_{\min} = \frac{\dot{L}_{\min}}{\dot{F}} = \frac{\overline{FM'}}{\overline{M'L}} \qquad \text{(Gleichung III.2.4.2.7)}$$

Lösung, Zahlenrechnung

Gegeben:

Extraktionssystem Essigsäure (Wertstoff), Wasser (Träger), Isopropylether (Lösungsmittel)
Betriebstemperatur ϑ=20°C
Gleichgewichtsdaten werden in der Übung angegeben
Massenstrom des Zulaufgemisches $\dot{F} = 2.000 \;\; kg/h$
Essigsäuremassenanteil im Zulaufgemisch w_F=0,45 (≡45 Massen%)
Essigsäurebeladung im Zulaufgemisch X_α≈0,818 kg Essigsäure/kg Wasser
Essigsäuremassenanteil in der letzten Raffinatphase $\dot{R}\, w_{R,\omega}$=0,1 (≡10 Massen%)
Essigsäurebeladung in der letzten Rafinatphase X_ω≈0,111 kg Essigsäure/kg Wasser
Essigsäuremassenanteil im zulaufenden Lösungsmittel $w_{L,\alpha}$=0 => Beladung Y_α=0.
Betriebslösungsmittelverhältnis $\nu = 1{,}4 \cdot \nu_{\min}$

- **Mindestlösungsmittelverhältnis $\nu_{min,T}$**

Das trägerbezogene Mindestlösungsmittelverhältnis $\nu_{min,T}$ ergibt sich aus Gleichung III.2.4.2.4. mit dem im Beladungsdiagramm der Abbildung III.2.4.2.2. ermittelten $Y_{\omega,\max} = 0{,}41$

$$\nu_{\min,T} = \frac{\dot{L}_{\min}}{\dot{F}} = \frac{X_\alpha - X_\omega}{Y_{\omega,\max} - Y_\alpha} = \frac{0{,}818 - 0{,}111}{0{,}41 - 0} = 1{,}72$$

Mit dem Trägerstrom $\dot{T} = \dfrac{\dot{F}}{(1 + X_\alpha)} = 1.100 \;\; kg/h$ reinen Wassers folgt hieraus für den Mindestbedarf $\dot{L}_{\min}$ am Lösungsmittel Isopropylether

$$\dot{L}_{\min} = \nu_{\min} \cdot \dot{T} = 1{,}72 \cdot 1.100 \;\; kg/h = 1.892 \;\; kg/h$$

Aus dem Dreiecksdiagramm der Abbildung III.2.4.2.3. erhält man für das zulaufgemischbezogene Mindestlösungsmittelverhältnis $\nu_{min,T}$

$$\nu_{\min,T} = \frac{\dot{L}_{\min}}{\dot{F}} = \frac{\overline{FM'}}{\overline{M'L}} = \frac{83\ mm}{89\ mm} = 0{,}933$$

Hieraus folgt

$$\dot{L}_{\min} = \dot{F} \cdot \nu_{\min,T} = 2.000 \cdot 0{,}933 = 1.866\ kg/h$$

Die kleine Abweichung gegenüber dem voranstehenden Wert ist in der geringfügigen Mischbarkeit von Wasser und Ispropylether begründet.
Das tatsächliche Betriebslösungsmittelverhältnis ist laut Aufgabenstellung

$$\nu_T = 1{,}4 \cdot \nu_{\min,T} = 1{,}4 \cdot 1{,}72 = 2{,}41$$

Hieraus ergibt sich ein tatsächlicher Bedarf an Lösungsmittel Isopropylether von

$$\dot{L} = \nu_T \cdot \dot{T} = 2{,}41 \cdot 1.100 = 2.651\ kg/h$$

Mit Gleichung III.2.4.2.5. folgt dann für die Endbeladung Y_ω der Extraktphase

$$Y_\omega = \frac{1}{\nu_T} \cdot (X_\alpha - X_\omega) + Y_\alpha = \frac{1}{2{,}41} \cdot (0{,}818 - 0{,}111) + 0 = 0{,}29$$

was einem Massenanteil $w_{L,\omega}$ von ca. $w_{L,\omega} \approx 0{,}23$ entspricht Mit $w_{L,\omega}$ und Y_ω sind dann die Punkte E im Dreiecksdiagramm der Abbildung III.2.4.2.3. und B im Beladungsdiagramm der Abbildung III.2.4.2.2. gegeben, womit Bilanzgerade BG bzw. Pol P festgelegt werden können.

- **Zahl N_t der theoretischen Extraktionsstufen, Beladungsdiagramm**

Der zwischen Gleichgewichtskurve und Bilanzgeraden AB gezeichnete Treppenstufenzug im Beladungsdiagramm der Abbildung III.2.4.2.2. liefert $N_t \approx 6{,}1$ theoretischer Extraktionsstufen.
Rechnet man mit einer mittleren Verteilungsgleichgewichtskonstanten von $K^+ \approx 0{,}4$, so erhält man für den Extraktionsfaktor ε [Gleichung III.2.4.1.18.]

$$\varepsilon = \frac{K^+ \cdot \dot{L}}{\dot{T}} = \frac{0{,}4 \cdot 2.651}{1.100} = 0{,}96$$

Die Zahl N_t der theoretischen Extraktionsstufen ergibt sich dann aus Gleichung III.2.4.2.6. zu

$$N_t = \frac{\ln\left[(\varepsilon - 1) \cdot \left(\frac{X_\alpha}{X_\omega} + \frac{Y_\alpha}{X_\omega}\right) + 1\right]}{\ln \varepsilon} - 1 = \frac{\ln\left[(0{,}96 - 1) \cdot \left(\frac{0{,}818}{0{,}111} + 0\right) + 1\right]}{\ln 0{,}96} - 1 = 7{,}56$$

Die Abweichung der Ergebnisse für N_t ist in der Beladungsabhängigkeit von K^+ begründet.

- **Zahl N_t der theoretischen Extraktionsstufen, Dreiecksdiagramm**

Aus der Anwendung des *Hunter-Nash-Verfahrens* im Dreiecksdiagramm de Abbildung III.2.4.2.3. resultieren $N_t \approx 6{,}5$ theoretische Extraktionsstufen.

III.3. Beispiele

III.3.1. Beispiel 1

Gegeben:

Eine 40%-ige Lösung von Aceton in Wasser soll mit MIBK im Kreuzstrom bis auf 4% Acetonrestgehalt extrahiert werden.

Gesucht:

1. Es ist das Lösungsmittelverhältnis für 3 theoretische Stufen zu berechnen.
2. Wieviel Kilogramm Lösungsmittel braucht man für F=100 kg ?

Lösung:

1. Einzeichnen der Konoden

2. $K = \frac{y}{x} = f(x)$

Tie line data for the system water-acetone-MIBK at 25-26°C (%wt) wt% acetone in:		
Abgeber x (water layer)	$\frac{y}{x}$	**Aufnehmer y (MIBK layer)**
5,58	1,91	10,66
11,83	1,52	18,0
15,35	1,66	25,5
20,6	1,48	30,5
	$\overline{K}$**=1,64**	

Tabelle III.3.1.2.

3. $$\frac{X_{Rw}}{X_F} = \frac{1}{(1+\varepsilon_T)^N}$$

$$\varepsilon_T = \nu_T \cdot \overline{K} \qquad \nu_T = \frac{\dot{B}}{\dot{A}}$$

$$\nu = ? \qquad \nu = \frac{\dot{S}}{\dot{F}}$$

$$N=3 \qquad X_F = \frac{0,4}{1-0,4} = 0,\dot{6}$$

$$X_{Rw} = \frac{0,04}{1-0,04} \approx 0,04$$

$$\nu_T = \frac{1}{\overline{K}} \cdot \left[\left(\frac{X_F}{X_{Rw}} \right)^{\frac{1}{N}} - 1 \right] = 0,916$$

$$\nu = \nu_T \cdot X_F = 0,916 \cdot 0,\dot{6} = 0,55$$

4. Stufenkonstruktion

$$\overline{FS} = 175\ mm = \overline{FM_1} + \overline{M_1S}$$

$$\frac{S}{F} = 0{,}55 = \frac{\overline{FM_1}}{\overline{M_1S}}$$

$$\overline{M_1S} + \overline{M_1S} \cdot 0{,}55 = 175$$

$$\overline{M_1S} = 113\ mm$$

$$\overline{R_1S} = 177\ \ mm$$

$$\overline{M_2S} = \frac{177}{1{,}5} = 114\ \ mm$$

$$\overline{R_2S} = 185\ \ mm$$

$$\overline{M_3S} = \frac{185}{1{,}55} = 119\ \ mm$$

5. Berechnung der Massenströme

$$M_1 = F + S = 100 + 100 \cdot 0{,}55 = 155\ \ kg$$

$$\overline{R_1E_1} = 131\ \ mm$$ ablesen !

$$\overline{R_1M_1} = 70\ \ mm$$

$$\frac{R_1}{E_1} = \frac{131-70}{70} = 0{,}871$$

$$E_1 + R_1 = M_1 = 155$$

$$E_1 + 0{,}871 \cdot E_1 = 155$$

E_1=82,84

R_1=72,16 kg

$$S_2 = R_1 \cdot \nu = 72{,}16 \cdot 0{,}55 = 39{,}68\ \ kg$$

$$M_2 = R_1 + S_2 = 112\ \ kg$$

$$\overline{E_2R_2} = 159\ \ mm$$ ablesen !

$$\overline{R_2M_2} = 72{,}5\ \ mm$$

$$\frac{R_2}{E_2} = \frac{159-72{,}5}{72{,}5} = 1{,}193$$

$$E_2 = \frac{112}{2{,}193} = 51\ \ kg$$

$R_2 = 112 - 51 = 61\ kg$

$S_3 = 61 \cdot 0{,}55 = 33{,}5\ kg$

$M_3 = 61 + 33{,}5 = 94{,}55\ kg$

$E_3 = 39{,}17\ kg$

Zusammenfassung der Berechnung:

Stufe	S_i	M_i	R_i	E_i
1	55	155	72,16	82,8
2	39,68	112	61	51
3	33,55	94,55	55,38	39,17
Σ	**128,23**			**173**

Tabelle III.3.1.1.

Ein: $F+\Sigma S_i=228{,}23\ kg$
Aus: $R_w+\Sigma E_i=228{,}38\ kg$

- Ablesen der Konzentrationen aus der Graphik (m%/100)

R_1	$X_{R1/Ac}$	0,21	E_1	$Y_{E1/Ac}$	0,305
	$X_{R1/MIBK}$	0,03		$Y_{E1/Wa}$	0,06
R_2	$X_{R2/Ac}$	0,105	E_2	$Y_{E2/Ac}$	0,167
	$X_{R2/MIBK}$	0,026		$Y_{E2/Wa}$	0,04
R_3	$X_{R3/Ac}$	0,04	E_3	$Y_{E3/Ac}$	0,1
	$X_{R3/MIBK}$	0,025		$Y_{E3/Wa}$	0,03

Tabelle III.3.1.3.

- Berechnen der Komponentenströme

$M_{R_1/Ac} = R_1 \cdot X_{R_1/Ac} = 72{,}16 \cdot 0{,}21 = 15{,}15\ kg$

$M_{R_1/MIBK} = R_1 \cdot X_{R_1/MIBK} = 72{,}16 \cdot 0{,}03 = 2{,}16\ kg$

$M_{R_2/Ac} = R_2 \cdot X_{R_2/Ac} = 61 \cdot 0{,}105 = 6{,}405\ kg$

$M_{R_2/MIBK} = R_2 \cdot X_{R_2/MIBK} = 61 \cdot 0{,}026 = 1{,}586\ kg$

$M_{R_3/Ac} = R_3 \cdot X_{R_3/Ac} = 55{,}38 \cdot 0{,}04 = 2{,}21\ kg$

$M_{R_3/MIBK} = R_3 \cdot X_{R_3/MIBK} = 55{,}38 \cdot 0{,}025 = 1{,}384\ kg$

$M_{E_1/Ac} = E_1 \cdot Y_{E_1/Ac} = 82{,}8 \cdot 0{,}305 = 25{,}25\ kg$

$M_{E_1/Wa} = E_1 \cdot Y_{E_1/Wa} = 82{,}8 \cdot 0{,}06 = 4{,}968\ kg$

$M_{E_2/Ac} = E_2 \cdot Y_{E_2/Ac} = 51 \cdot 0{,}167 = 8{,}51\ kg$

$M_{E_2/Wa} = E_2 \cdot Y_{E_2/Wa} = 51 \cdot 0{,}4 = 2{,}04\ kg$

$$M_{E_3/Ac} = E_3 \cdot Y_{E_3/Ac} = 39{,}17 \cdot 0{,}1 = 3{,}917 \ kg$$

$$M_{E_3/Wa} = E_3 \cdot Y_{E_3/WA} = 39{,}17 \cdot 0{,}03 = 1{,}175 \ kg$$

- Zusammenfassung der Ergebnisse in der Stromtabelle

Stromnummer	1	2	3	4	5	6	7
Produkt	F	R_1	R_2	R_3	E_1	E_2	E_3
Wasser [kg/h]	60	55	53	51,79	4,97	2,04	1,175
MIBK [kg/h]		2,16	1,58	1,38	52,58	40,45	34,07
Aceton [kg/h]	40	15,1	6,40	2,21	25,25	8,51	3,917
Durchfluß [kg/h]	100	81,16	61	55,38	82,8	51	39,17
Temperatur [°C]	20						

Tabelle III.3.1.4.: Stromtabelle

Lösungsmittelsumme ΣS_i=128,23 kg

davon in ΣE_i=128,23-1,38=126,84 kg

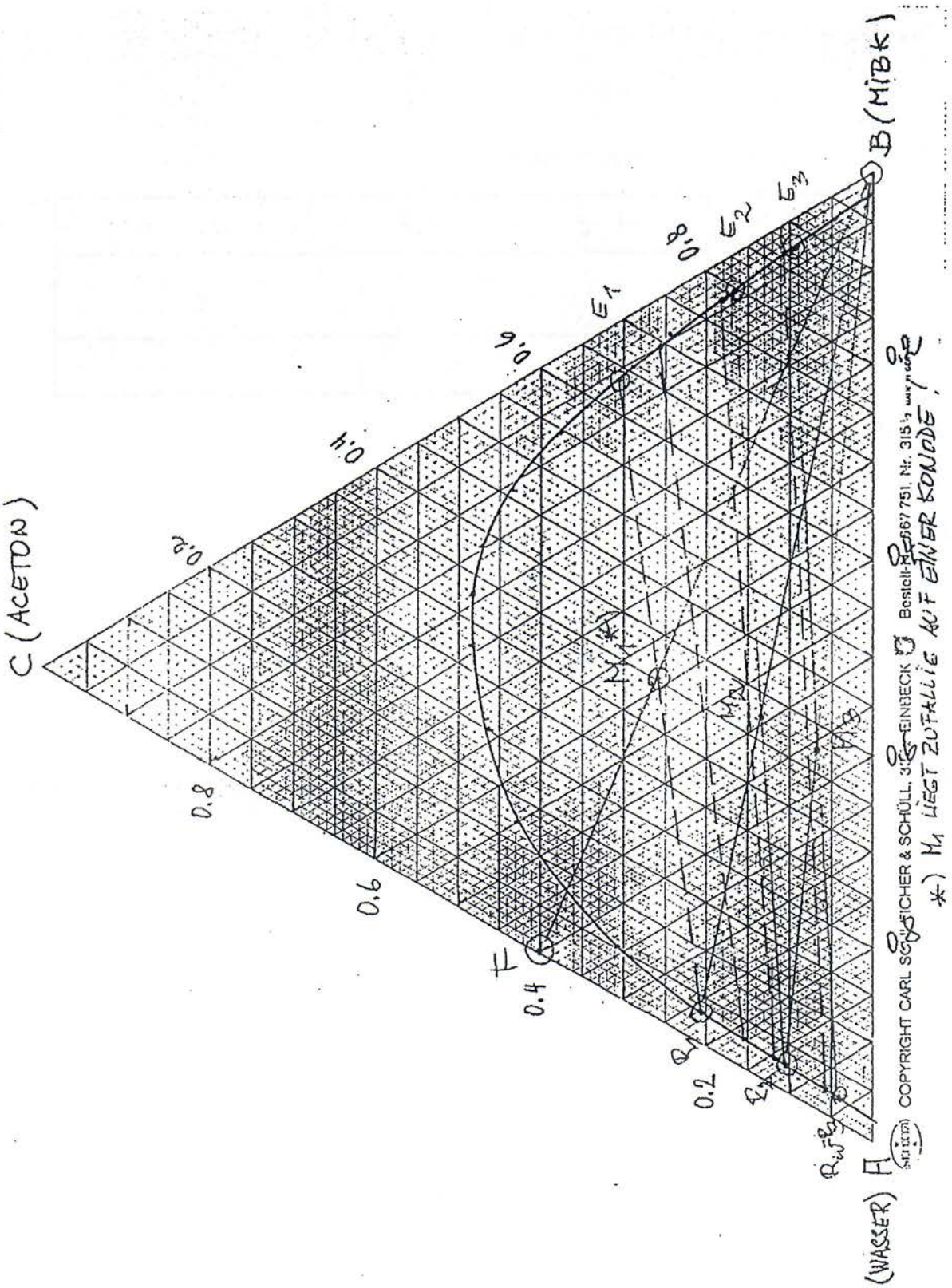


Abbildung III.3.1.1.: Dreiecksdiagramm Lösung

III.4. Aufgaben

III.4.1. Aufgabe 1

Gegeben:

Eine 40%-ige Lösung von Aceton in MIBK soll mit Wasser im Kreuzstrom bis auf 4% Acetonrestgehalt extrahiert werden

Gesucht:

1. Es ist das Lösungsmittelverhältnis für 3 theoretische Stufen zu berechnen
2. Wieviel Kilogramm Lösungsmittel braucht man für $F=100\ kg$?

Hinweis:

$$v_T = \frac{\dot{A}}{\dot{B}}$$

Tie line data for the system water-acetone-MIBK at 25-26°C (%wt) wt% acetone in:		
(water layer)	$K = \frac{y}{x} = \frac{Aufnehmer}{Aufgeber}$	**(MIBK layer)**
5,58	1,91	10,66
11,83	1,52	18,0
15,35	1,66	25,5
20,6	1,48	30,5
23,8		35,3

Tabelle III.4.1.1.

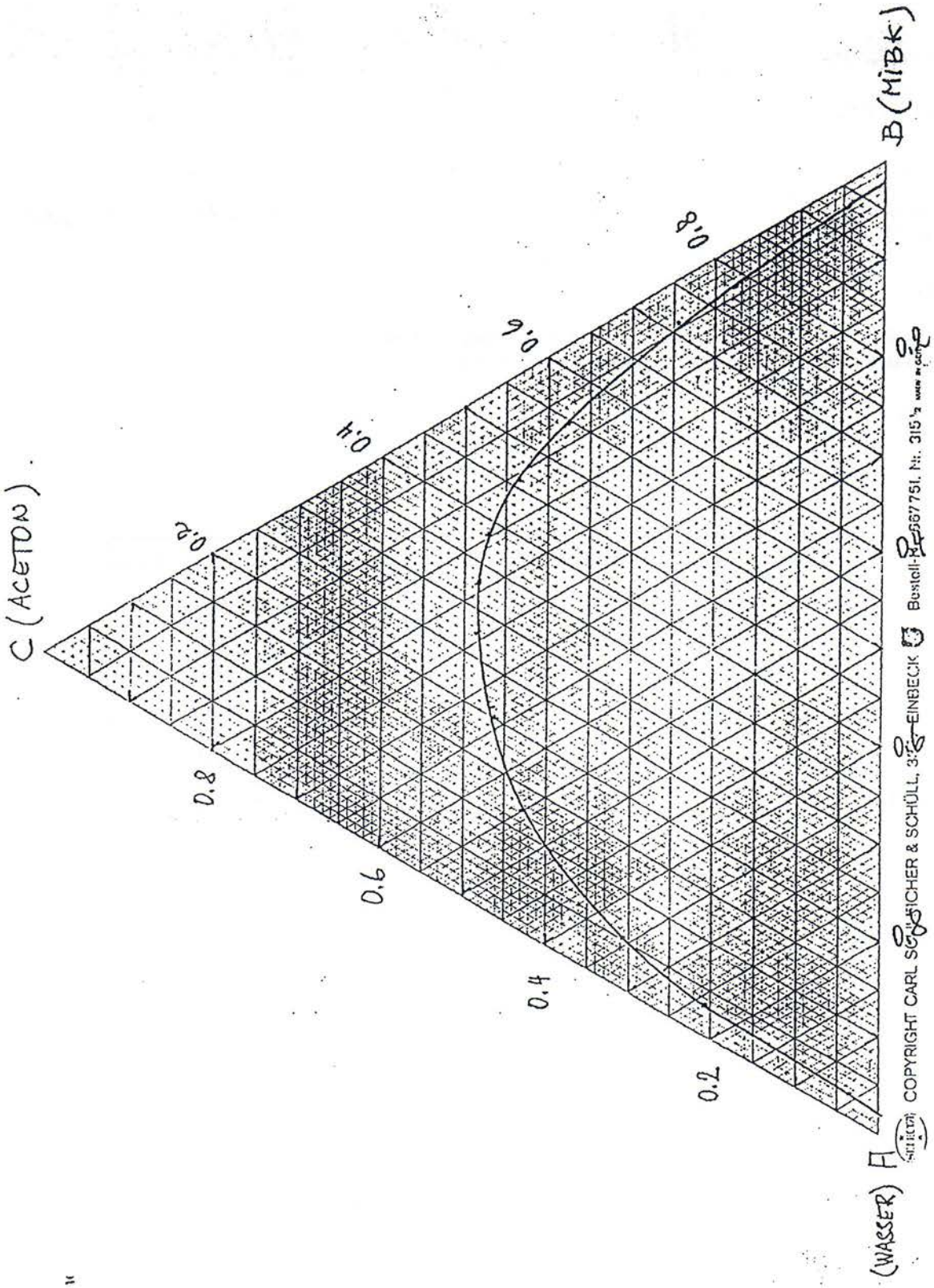


Abbildung III.4.1.1.: Dreiecksdiagramm

III.4.2. Beispiel 2

Gegeben:

Es ist in einer Gegenstromanordnung 1t/h 50m%-ige wässrige Acetonlösung mit Toluol bis auf 5m% zu extrahieren. Das Lösungsmittelverhältnis beträgt $\frac{S}{F} = 1$.

Gesucht:

1. Wieviele Stufen sind nach *Hunter&Nash* hierfür erforderlich ?
2. Wie hoch ist die Extraktendlonzentration ?
3. Wieviele Stufen ergeben sich nach folgender Berechnungsformel:

$$N_{th} = \frac{\ln\left[(\varepsilon - 1)\cdot\left[\frac{X_\alpha}{X_\omega} + \frac{Y_\alpha}{X_\omega}\right] + 1\right]}{\ln \varepsilon} - 1 \qquad \varepsilon = k_c \cdot \nu_T$$

III.4.3. Aufgabe 3

Gegeben:

Es sind in einer Gegenstromextraktionskolonne 3t/h Aceton-Wasser-Gemisch, davon 300 kg/h Aceton, durch Auswaschen mit Toluol (Acetonfrei) so zu trenne, daß im Abwasser höchstens 4,5 m% des zulaufenden Acetons verloren gehen.

Gesucht:

Nach Abschätzung des Mindestlösungsmittelverhältnisses aus den Gleichgewichtsdaten ist für $\nu_T = \nu_{T,\min} \cdot 1{,}2$ die Anzahl der theoretischen Stufen im Beladungsdiagramm zu bestimmen.
Welche Mengen an Toluol und Aceton im Extraktgemisch sind stündlich aufzuarbeiten ?

III.4.4. Aufgabe 4

Gegeben:

Wasserphase (m%)			Toluolphase (m%)		
C_{Aceton}	C_{Toluol}	C_{Wasser}	C_{Aceton}	C_{Wasser}	C_{Toluol}
0,59	0,06	99,35	0,36	0,04	99,60
0,95	0,06	98,99	0,59	0,05	99,36
1,72	0,07	98,21	1,11	0,06	98,83
2,32	0,08	97,60	1,52	0,07	98,41
2,70	0,09	97,21	1,85	0,08	98,07
3,42	0,10	96,48	2,45	0,09	97,46
,420	0,11	95,69	3,15	0,10	96,75
5,24	0,12	94,64	4,09	0,12	95,79
6,12	0,13	93,75	5,03	0,14	94,83
7,25	0,15	92,60	5,98	0,16	93,86
8,11	0,16	91,73	6,78	0,17	93,05
9,40	0,17	90,43	8,11	0,20	91,69
12,42	0,21	87,37	11,30	0,26	88,44
14,41	0,24	85,35	13,52	0,30	86,18

Tabelle III.4.4.1.

Gesucht:

1. Für die Angaben aus Aufgabe 3 ist die Anzahl der theoretischen Stufen nach der Formel aus Aufgabe 2 zu berechnen.
2. Welche Lösungsmittelmenge müßte eingesetzt werden, wenn zur Lösung der selben Aufgabe eine Gegenstromapparatur mit nur 4 theoretischen Stufen zur Verfügung steht ?
3. Welche Mengen Toluol und Aceton im Extraktgemisch sind dann stündlich aufzuarbeiten ?

III.5. Lösungen

Die Genauigkeit graphischer Verfahren ist begrenzt. Die Abweichungen liegen im Bereich von 1-2%

III.5.1. Aufgabe 1

Stromnummer	1	2	3	4	5	6	7
Produkt i	F	R_1	R_2	R_3	E_1	E_2	E_3
Wasser [kg/h]		3	1,86	1,1	147,8	114,66	95
MIBK [kg/h]	60	56	52,7	51,15	4,42	2,38	1,96
Aceton [kg/h]	40	15,7	7,44	2,75	24,78	8,96	4,04
Durchfluß [kg/h]	100	74,77	62	55	177	126	101
Temperatur [°C]	20						
$X_{i,Aceton}$		0,21	0,1	0,05	0,14	0,07	0,04
$X_{i,MIBK}$		0,75	0,85	0,93			
$X_{i,Wasser}$					0,835	0,91	0,94

Tabelle III.5.1.1.

$$\Sigma S_i\,(H_2O) = 152 + 113{,}65 + 94{,}33 = 360$$

$$S + F = 360 + 100 = 460 \;\; kg$$

$$R_3 = \sum_{i=1}^{3} E_i = 55 + 177 + 126 + 101 = 459 \;\; kg$$

III.5.2. Aufgabe 2

Stromnummer	1	2	3	4
Produkt i	F	S	R_ω	E_ω
Wasser [kg/h]	500		487,8	14,73
Toluol [kg/h]		1000	5,14	992,3
Aceton [kg/h]	500		26	474
Durchfluß [kg/h]	1000	1000	519	1481
Temperatur [°C]				
$X_{i,Aceton}$ bzw. $Y_{i,Aceton}$			0,05	0,32
$X_{i,Wasser}$ bzw. $Y_{i,Wasser}$			0,94	0,67

Tabelle III.5.2.1.

$$N_{th,graph} \approx 3{,}5$$

$$N_{th,berechn} = 3{,}7$$

III.5.3. Aufgabe 3

Stromnummer	1	2	3	4
Produkt i	F	S	R_ω	E_ω
Wasser [kg/h]	2700		≈2700	
Toluol [kg/h]		4374		4374
Aceton [kg/h]	300		13,5	286,5
Durchfluß [kg/h]	3000	4374	2713,5	4460,5
Temperatur [°C]				
$Y_{i,Aceton}$				0,0655

Tabelle III.5.3.1.

$$N_{th,graph} \approx 12{,}3$$

III.5.4. Aufgabe 4

$N_{th} = 8$ wegen $\overline{K} = const.$

4 Stufen erfordern 6.480 kg LM/h

IV. Mechanische Trennverfahren

IV.1. Literatur

[1] Autorenkollektiv: *Lehrbuch der chemischen Verfahrenstechnik*; VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie Leipzig (1982)
[2] H.D. Bockhardt; P. Guntzschel; A. Poetschukat: *Grundlagen der Verfahrenstechnik für Ingenieure*; VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie Leipzig (1981)
[3] M. Zogg: *Einführung in die Mechanische Verfahrenstechnik*; B. G. Teubner Stuttgart (1987)
[4] W. Batel: *Entstaubungstechnik*; Springer - Verlag Berlin (1972)
[5] F. Löffler: *Staubabscheiden*; Georg Thieme Verlag Stuttgart (1988)
[6] F. Löffler; H. Dietrich; W. Flatt: *Staubabscheidung mit Schlauchfiltern und Taschenfiltern*; Vieweg Braunschweig - Wiesbaden (1984)
[7] Skriptum: *VT - Laborübungsskriptum*; TU Wien
[8] Skriptum: Entstaubungstechnik; TU Wien
[9] Skriptum: *Mechanische Verfahrenstechnik I*; TU Wien
[10] Skriptum: *Mechanische Verfahrenstechnik II*; TU Wien

IV.1. Beispiele

IV.2.1. Beispiel 1

Sinkvorgang einer Kugel im Schwerefeld der Erde

Gegeben:

Eine Kugel des Durchmessers 30 mm und der Masse 40 g fällt in Luft, deren Dichte 1,25 kg/m^3 ist und eine kinematische Viskosität von $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ m^2/s besitzt. Ihre Anfangsgeschwindigkeit sei 0 m/s.

Gesucht:

1. Welche Endgeschwindigkeit erreicht die Kugel?
2. Wie lange braucht die Kugel um 99% der Endgeschwindigkeit zu erreichen?

IV.2.2. Beispiel 2

Schwerkraftentstauber (Staubkammer)

Gegeben:

Kugelförmige Flugstaubteilchen mit einer Dichte von 2200 kg·m^{-3} und einem mittleren Teilchendurchmesser von $1 \cdot 10^{-4}$ m sollen in einer quaderförmigen Staubkammer von 1,5 m Höhe, 2,5 m Breite und 4 m Länge ohne Einbauten, die horizontal durchströmt wird, abgeschieden werden. Das Gas hat eine Dichte von 1,1 kg·m^{-3} und die dynamische Viskosität beträgt $4 \cdot 10^{-5}$ kg·m^{-1}s^{-1}.

Gesucht:

Wie hoch darf der Gasdurchsatz in m^3·h^{-1} unter der Voraussetzung sein, daß die effektive Absetzgeschwindigkeit 50% der für das mittlere Einzelkorn errechneten beträgt ?

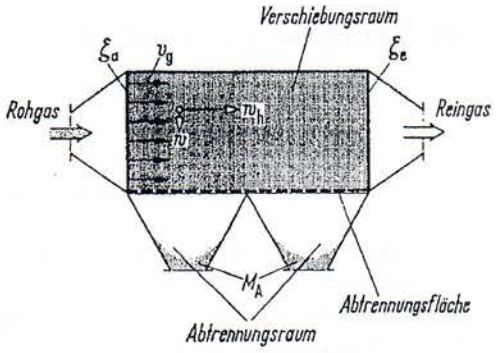


Abbildung IV.2.2.1.: Horizontal durchströmte Staubkammer

IV.2.3. Beispiel 3

Schwerkraftentstauber (Staubkammer)

Gegeben:

Kugelförmige Flugstaubteilchen (Quarz) mit einer Dichte von 2650 $kg \cdot m^{-3}$ sollen in einer quaderförmigen Staubkammer von 4,0 m Höhe (H), 3,0 m Breite (B) und 6,0 m Länge (L) ohne Einbauten, die horizontal durchströmt wird, abgeschieden werden.

Gesucht:

Wie groß ist der Einzelkornabscheidegrad $T(d_T)$ für $d_T = 125$ µm Staubteilchen, wenn die Fluidgeschwindigkeit (Luft: Dichte = 1,21 $kg \cdot m^{-3}$; kinematische Viskosität = $1{,}51 \cdot 10^{-5}$ $m^2 \cdot s^{-1}$) $v_g = 1{,}5$ m/s beträgt ?

Hinweis: $T(d_T) = \dfrac{L \cdot w_A(d_T)}{H \cdot v_g}$

IV.2.4. Beispiel 4

Ultra - Röhrenzentrifuge

Gegeben:

Die Dichte des Öls ist 900 kg/m^3; die dynamische Zähigkeit bei Zentrifugierungstemperatur beträgt 3 cP und die Dichte des festen dispersen Anteils 1400 $kg \cdot m^{-3}$. Die granulometrische Untersuchung ergibt einen mittleren Teilchendurchmesser von 1 µm.

Technische Daten der Zentrifuge	innerer Trommeldurchmesser:	$r_T = 150$ mm
	Durchmesser des Überlaufwehrs:	$r_T - r_I = 50$ mm
	Länge der Trommel:	$l = 750$ mm
	Drehzahl:	$n = 13000$ U/min

Gesucht:

Es ist der Durchsatz einer Ultra-Röhrenzentrifuge zu berechnen, die zur Klärung von Mineralöl eingesetzt wird.

IV.2.5. Beispiel 5

Aerozyklon

Gegeben:

Betriebsparameter:

Viskosität	$\mu = 18{,}5 \cdot 10^{-6}$ Pa s
Durchsatz	$V = 5000\ m^3 \cdot h^{-1}$
Rohgas - Konzentration	$c_e = 50\ g \cdot m^{-3}$
Staubdichte	$\rho_p = 2000\ kg \cdot m^{-3}$
Fluiddichte	$\rho_L = 1{,}230\ kg \cdot m^{-3}$

Kornverteilung (Siebanalyse) :

Partikelgrößenintervall Δx [µm]	mit. Partikelgröße x [µm]	Partikelgrößenverteilung $\Delta Q_E(x)$ [%]
0-2	1	0
2-4	3	2
4-6	5	3
6-8	7	5
8-10	9	10
10-15	12,5	30
15-20	17,5	30
20-30	25	20

Tabelle IV.2.5.1.

Lösungsweg für b) und c) :

1.) Einlaufgeschwindigkeit		v_e
2.) Tauchrohrgeschwindigkeit		$v_i = V/(\pi . r_i^2)$
3.) Gutbeladung		B
4.) Wandreibungsbeiwert		λ
5.) Einlaufbeiwert		α
6.) Umfangsgeschwindigkeit auf Außenradius (r_a)		$v_{\varphi\alpha}$
7.) auf dem Tauchrohrradius (r_i)		$v_{\varphi i} = U . v_i$
8.) Radialgeschwindigkeit auf Tauchrohrradius (r_i)		v_r
9.) Grenzkorn		x_{Gr}
10.) Trenngrad nach Spilger	T(x)	
11.) mit. Korndurchmesser aus der Siebung		$x_{50,3}$
12.) Grenzbeladung		B_{Gr}
13.) Gesamtabscheidegrad		E
Druckverlustbeiwerte: 14.) Schlitzeinlauf		$\xi_{e\text{-}a} = 0$
15.) Hauptströmung		$\xi_{a\text{-}i}$
16.) Tauchrohr		$\xi_{i\text{-}m}$
17.) Gesamtdruckverlust		Δp

Gesucht:

Berechnen Sie für den folgenden Fliehkraftentstauber (Aerozyklon):

a) den Grenzkorndurchmesser unter Annahme einer reibungsfreien Wirbelsenke (m = 0,5)
b) den Grenzkorndurchmesser nach Barth/Muschelknautz
c) den Gesamtabscheidegrad [mit Werten von b)]
d) den Druckverlust

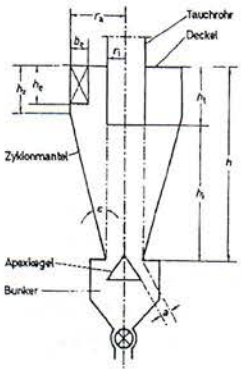


Abbildung IV.2.5.1.: Zyklon: $r_i = 210$, $r_a = 630$, $b_e = 200$, $h_e = 600$, $h = 2500$, $h_i = 1850$ $h_z = 700$mm

IV.1.6. Beispiel 6

Plattenelektroentstauber

Gegeben:

Für den folgenden Plattenelektroentstauber mit einem Abstand von 7,5 cm zwischen Sprüh- (SE) und Niederschlagselektrode (NE), sowie einen Abstand von SE-SE von 7,5 cm wurde bei einem Sprühdrahtradius von 0,05 cm eine Koronaeinsatzfeldstärke von 67,5 kV/cm experimentell ermittelt.

Gesucht:

Zu berechnen ist:

a) die Koronaeinsatzspannung,

b) für eine angelegte Hochspannung von 35000 V, bei einer Beweglichkeit der unipolar geladenen Staubpartikel von 2,2 $cm^2/(V\ s)$, die Sprühstromstärke pro Längeneinheit der SE.

c) Wie groß ist die theoretische Wanderungsgeschwindigkeit für leitende Partikel mit dem Durchmesser von 10 µm, wenn das mittlere elektrische Feld 3,5 kV/cm an Stärke ($E=E_l \cong E_a$) aufweist und die dynamische Viskosität der Luft unter Normaldruck und Zimmertemperatur $1{,}84 \cdot 10^{-5}$ kg/(m s) beträgt ?

d) Der oben dimensionierte Plattenabscheider soll mit einer Gasgeschwindigkeit von 1 m/s und einer mittleren elektrischen Feldstärke von 3,5 kV/cm betrieben werden. Wie lang muß (nach der *Deutsch Gleichung)* der Plattenabscheider sein, um bei 10 µm Partikel einen Trenngrad T(x) = 99% zu erreichen? Wie groß ist der Trenngrad, wenn der Abstand SE - NE verdoppelt wird ?

e) Für den oben dimensionierten Plattenelektrofilter hat man für einen Partikeldurchmesser von 10 µm einen Trenngrad von 60% bei einer Gasgeschwindigkeit von 1 m/s experimentell bestimmt. Das Filter ist 1 m hoch, 15 cm breit und 0,5855 m lang. Wie groß ist die spezifische Niederschlagsfläche des Filters (SNF) in $m^2/(m^3/s)$ und welche effektive Wanderungsgeschwindigkeit ergibt sich nach *Deutsch* ?

Hinweis: *Deutsch Gleichung* für Rohrelektroentstauber :

$$T(x) = 1 - \exp\left(\frac{-2 \cdot w(x) \cdot L}{R \cdot v}\right)$$

Deutsch Gleichung für Plattenelektroentstauber :

$$T(x) = 1 - \exp\left(\frac{-w(x) \cdot L}{s \cdot v}\right)$$

Symbolik:

T(x)	Trenngrad; Einzelkornabscheidegrad
L	Länge des Entstaubers
w	Wanderungsgeschwindigkeit der geladenen Partikel Richtung NE
x	Partikeldurchmesser
R	Radius der Niederschlagselektrode
s	Abstand SE - NE
v	Gasgeschwindigkeit

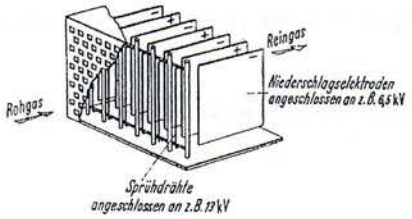


Abbildung IV.2.6.1.: Plattenelektroentstauber

IV.2.7. Beispiel 7

Zentrifuge

Gegeben:

Suspension:	Feststoffdichte	=	1500 kg/m^3
	Flüssigkeitsdichte	=	1000 kg/m^3
	Feststoffbeladung	=	0,01
Schlamm:	Porosität	=	0,65; $r_a/r_T = 0{,}92$
Trommel:	Dichte des Trommelwerkstoffs	=	7820 kg/m^3
	Dicke des Trommelmantels	=	15 mm ; $r_i/r_T = 0{,}72$

Gesucht:

Welche Drehzahlen, lassen sich in einer Vollmantelzentrifuge mit einem Trommelinnendurchmesser von 500 mm und einer Rohrzentrifuge mit einem Innendurchmesser von 75 mm höchstens erreichen, wenn die Trommel aus dem Werkstoff X5CrNi 18 9 (1.4301) mit einer Zugfestigkeit von 500 N/mm^2 gefertigt ist und die maximale Vergleichsspannung höchstens ein Siebentel davon - also 71,4 N/mm^2 - erreichen darf ? Welche Tangential- und Axialspannungen werden wirksam ?

IV.2.8. Beispiel 8

Trommelfilter

Gegeben:

Für die Filtration einer wäßrigen Suspension (Feststoffgehalt = 0,02 m^3 Feststoff / m^{3}Trübe ; dynamische Viskosität = $1{,}3 \cdot 10^{-3}$ kg/m·s) ist ein diskontinuierlich betriebener und bei einer konstanten Druckdifferenz arbeitender Drucknutschenfilter mit der Filterfläche $A_F = 1{,}3$ m^2 vorgesehen. Innerhalb von 2 Stunden soll ein Suspensionsvolumen von 4 m^3 filtriert werden. In Vorversuchen mit einer Handfilterplatte (Filterfläche = 0,016 m^2 Filtrationsdruck = 80000 Pa) werden folgende Werte ermittelt:

Filtratvolumen / [10^{-3}m^3]	5	10	15	20	25
Filtrationsdauer / [s]	212,5	535,0	960,0	1510,0	2175,0

Gesucht:

Berechnen Sie:

a) den Filtermittelwiderstand und den spezifischen Filterkuchenwiderstand,
b) die erforderliche Filtrationsdruckdifferenz,
c) das in der Filtrationszeit anfallende Kuchenvolumen bei einer Porosität des Filterkuchens von 0,52,

d) den erreichbaren Filtratvolumenstrom, wenn der Drucknutschenfilter durch ein kontinuierlich arbeitendes Trommelzellenfilter mit einer Filterfläche von 2,4 m^2 und einen Filtrationsdruck von 70000 Pa ersetzt wird. Die Drehzahl der Trommel beträgt 0,36 1/min und 30% der Filterfläche tauchen ständig in die Suspension ein.

Es können Inkompressibilität und vernachlässigbare Restfeuchte des Filterkuchens, sowie vollständige Filtratreinheit vorausgesetzt werden.

IV.2.9. Beispiel 9

Filtration

Gegeben:

In einem zylindrischen Behälter (Durchmesser = 1,2 m) werden 780 l einer wäßrigen $CaCO_3$ - Suspension (Feststoffgehalt = 2,3 $kg \cdot m^{-3}$; dynamische Viskosität = $100 \cdot 10^{-5}$ Pas) gerührt und im Anschluß über eine Membranpumpe (max. Betriebsdruck = 3,75 at) einer Drucknutsche (Durchmesser = 45 cm) zur Separation zugeführt. In einer 25 - minütigen Filtrationsphase (bei konstantem Volumenstrom von 460 $l \cdot h^{-1}$) wird ein Filtermittelwiderstand von $7{,}030 \cdot 10^{10}$ 1/m und ein mittlerer spezifischer Kuchenwiderstand von $1{,}288 \cdot 10^{11}$ m/kg ermittelt. Im Anschluß wird mit dem am Ende der ersten Filtrationsphase (konstanter Volumenstrom) erreichten Druck, 23 min 45 s konstant weiterfiltriert.

Gesucht:

Übersteigt der am Ende der ersten Filtrationsphase zu erwartende Betriebsdruck den max. Betriebsdruck der verwendeten Membranpumpe und wie hoch ist nach Beendigung der Filtration der Flüssigkeitsspiegel im Suspensionsbehälter ?

IV.2.10. Beispiel 10

Druckfilter

Gegeben:

Eine Suspension mit der dynamischen Viskosität $1{,}5 \cdot 10^{-2}$ Pa·s und einem Feststoffgehalt [m^3 Filterkuchen / m^3 Suspension] von 0,02 ist chargenweise auf einem Druckfilter mit einem maximalen Filtrationsdruck von $5 \cdot 10^5$ Pa zu trennen. Für eine Charge von 4,5 m^3 steht eine Filtrationszeit von 50 Minuten zur Verfügung. Der Prozeß verläuft mit konstantem Filtratvolumenstrom. In Laborversuchen wurde der Filterkuchenwiderstand mit $2 \cdot 10^{11}$ m^{-2} bestimmt. Der Filtermittelwiderstand ist vernachlässigbar klein.

Gesucht:

Welcher Filter muß gewählt werden, wenn Filter mit Filterflächen von 0,7; 0,9; 1,5 und 5 m^2 zur Verfügung stehen ?

IV.1.11. Beispiel 11

Filterkuchenwäsche

Gegeben:

Auf einer Filterpresse mit einer Filterfläche von 0,16 m^2 wurde der Rückstand einer verdünnten Natriumchlorid - Lösung (μ_{Sus} = $100 \cdot 10^{-5}$ Pa·s ; Feststoffgehalt der Trübe = 1,85 $kg \cdot m^{-3}$) mit einem Filtrationsdruck von 3,5 at separiert und dabei experimentell ein Filtermittelwiderstand von $3{,}025 \cdot 10^9$ m^{-1} und ein mittlerer spezifischer Kuchenwiderstand von $1{,}321 \cdot 10^{10}$ m/kg ermittelt.

Gesucht:

a) Welcher Volumenstrom herrscht am Ende der Filtration, wenn zu diesem Zeitpunkt ein Filtratvolumen von 560 l durchgesetzt wurde?
b) Bestimme den Waschkoeffizienten nach *Rhodes* (K) an Hand folgender Versuchsergebnisse.Die Wäsche des Rückstandes wurde bei 20°C mit einer Waschintensität von 0,00055 l cm^{-2} min^{-1} durchgeführt. Die Dicke der Rückstandsschicht betrug 28 mm. Es wurde die Menge des Waschwassers gemessen und außerdem der NaCl - Gehalt im Waschwasser analysiert (siehe Tabelle IV.1.11.1.).
c) Wie lang ist die Waschdauer und wie groß der Verbrauch an Waschflüssigkeit um die im Waschwasser zugelassene Konzentration von maximal 5g/l nicht zu unterschreiten ?

Hinweis: $\Delta p_W = \Delta p_{Fil}$; $\frac{dV_w}{dt} = (\frac{dV_{Fil}}{dt})_{t_E}$

Dauer der Kuchenwäsche [min]	Konzentration NaCl im Waschwasser [g/l]
0	143,0
4	141,0
8	110,0
10	91,0
12	74,0
14	61,5
18	39,0

Tabelle IV.2.11.1.

IV.3. Lösungen

IV.3.1. Beispiel 1

47,11 m/s (für $\Phi = 0,4$); 44,92 m/s (für $\Phi = 0,44$); 12,13 s Φ....Reibungsbeiwert (Kugelumströmung)

IV.3.2. Beispiel 2

6872 $m^3 \cdot h^{-1}$

IV.3.3. Beispiel 3

T(125 µm) = 0,77 (für $w_A = 0,77$ m/s) w_A....Partikelabsetzgeschwindigkeit

IV.3.4. Beispiel 4

1246 $ml \cdot s^{-1}$

IV.3.5. Beispiel 5

$x_{Gr} = 7,7$ µm ; $x_{Gr} = 4,8$ µm ; E = 98,4% ; $\Delta p = 1663$ N/m^2

IV.3.6. Beispiel 6

a) $V_o = 21311$ V
b) $i = 3{,}304 \cdot 10^{-4}$ A/m
c) $w_{th} = 59$ cm/s
d) $L = 0{,}5855$ m; $T(x) = 90\%$
e) SNF = 7,807 $m^2/(m^3/s)$; w(10 μm) = 11,74 cm/s

IV.3.7. Beispiel 7

	Vollmantelzentrifuge	Rohrzentrifuge
Drehzahl [s^{-1}]	48,48	329,21
Tangentialspannung [Pa]	$72{,}748 \cdot 10^6$	$71{,}585 \cdot 10^6$
Axialspannung [Pa]	$2{,}778 \cdot 10^6$	$3{,}710 \cdot 10^5$

IV.3.8. Beispiel 8

a) $\beta = 3{,}072 \cdot 10^{10}$ 1/m; $\alpha = 1{,}679 \cdot 10^{12}$ 1/m^2
b) $\Delta p = 74142$ Pa
c) $V_{FK} = 0{,}167$ m^3
d) Filtratvolumenstrom = $1{,}156 \cdot 10^{-3}$ m^3/s

IV.3.9. Beispiel 9

$\Delta p = 3{,}5$ at $< 3{,}75$ at $= \Delta p_{max}$;
Füllstand sinkt von 690 mm um 293 mm auf 397 mm.

IV.3.10. Beispiel 10

0,9 m^2

IV.3.11. Beispiel 11

$6{,}201 \cdot 10^{-4}$ m^3/s ; K = 0,379 ; 1min 03,94 s ; 39,67 l

V MISCHEN / RÜHREN

V.1 Literatur

[1] Skriptum: Verfahrenstechnik Laborübungen
[2] Kraume M.: Transportvorgänge in der Verfahrenstechnik, Springer Verlag, 2012 (Kap. 18)
[3] Stieß M.: Mechanische Verfahrenstechnik – Partikeltechnologie 1; Springer Verlag 2008 (Kap. 7)
[2] und [3] online als pdf verfügbar (Springerlink – TU Bibliothekszugang notwendig)

V.2 Grundlagen

Reynoldszahl: $\mathrm{Re} = \frac{v \cdot d}{\upsilon}$

mit $v = n \cdot d \cdot \pi$ und $\upsilon = \frac{\eta}{\rho}$ folgt

$$\mathrm{Re} = \frac{d^2 \cdot n \cdot \pi}{\upsilon} = \frac{d^2 \cdot n \cdot \pi \cdot \rho}{\eta}$$

Rührleistung: $P = Ne \cdot \rho \cdot n^3 \cdot d^5$

„Leistungscharakteristik" Ne=f(Re) !

im laminaren Bereich gilt: $Ne = \frac{Konst}{\mathrm{Re}}$.

im turbulenten Bereich gilt: $Ne = Konst.$ weil Re=Konst.

Mischzeit: $\Theta = m \cdot \frac{V}{\dot{V}}$

Förderleistung eines Propellerrührers in Wasser:

$\dot{V} = 0{,}4 \cdot n \cdot d^2 \cdot h$ h...Steigung

Scale-up:

Vergrößerungsmaßstab (geometrischer Ähnlichkeit): $\frac{d_B}{d_M} = \mu$

Übertragungskriterium: zB. konstanter volumenbezogene spezifische Leistung $\frac{P}{V} = const.$

V.3 Beispiele

V.3.1 Beispiel 1

Gegeben:
Zu einem Behälter sind folgende Daten bekannt:

Behälterdurchmesser	$D = 1{,}6m$
Nenninhalt	$V = 4m^3$
Dichte der Suspension	$\rho = 1.100kg/m^3$
Dynamische Viskosität der Suspension	$\eta = 5 \cdot 10^{-3} kg/m \cdot s$

Zum intensiven Rühren ist ein spezifischer Leistungseintrag von 0,5 bis 1,0 kW/t erforderlich. In einem Firmenkatalog wird ein Schrägblattrührer empfohlen:

Umfangsgeschwindigkeit	$v = 3\ bis\ 12m/s$	
Leistungskennzahl	$Ne = 1{,}04$	für $\mathrm{Re} > 10^3$
Durchmesserverhältnis	$\frac{d}{D} = 0{,}15\ bis\ 0{,}40$	
Reynoldszahl	$\mathrm{Re} > 10^3$	(hier: $\mathrm{Re} = \frac{d^2 n}{\upsilon}$)

Die lieferbaren Rührerdurchmesser sind nach einer Werksnorm je 50 mm gestuft.

Gesucht:
Für diesen Behälter, in dem eine grobdisperse Suspension für die Speisung eines nachgeschalteten Filters stabil gehalten werden soll, ist ein Schrägblattrührer samt Antrieb grob zu dimensionieren. Folgende Größen sind zu ermitteln:

a) Motorleistung
b) Rührerdurchmesser
c) Drehzahl

Lösung:
a) Für den spezifischen Leistungseintrag wird aus der Angabe der Mittelwert $\frac{P}{m} = 0{,}75$ kW/t gewählt.

$$P = \frac{P}{m} \cdot m = \frac{P}{m} \cdot \rho \cdot V = 0{,}75 \cdot 1{,}1 \cdot 4 = 3{,}3kW$$

$$\underline{P = 3{,}3kW}$$

b) Für das Durchmesserverhältnis wird aus der Angabe der Mittelwert $\frac{d}{D} = 0{,}275$ gewählt.

$$d = \frac{d}{D} \cdot D = 0{,}275 \cdot 1{,}6 = 0{,}44m = 440mm$$

Da die Rührerdurchmesser laut Werksnorm je 50mm gestuft werden, folgt als Ergebnis:

$$\underline{d = 450mm}$$

c) Zur Berechnung der Drehzahl wird die Leistung herangezogen:

$$P = Ne \cdot \rho \cdot n^3 \cdot d^5$$

$$n = \sqrt[3]{\frac{P}{Ne \cdot \rho \cdot d^5}}$$

$$n = \sqrt[3]{\frac{3.300}{1{,}04 \cdot 1.100 \cdot 0{,}45^5}} = 5{,}3869 U/s$$

$$\underline{n = 323\ U/\min}$$

Kontrolle der Reynoldszahl:

$$\mathrm{Re} = \frac{n \cdot d^2 \cdot \rho \cdot \pi}{\eta} = \frac{5{,}387 \cdot 0{,}45^2 \cdot 1.100 \cdot 3{,}14}{5 \cdot 10^{-3}} = 7{,}539 \cdot 10^5 > 10^3 \qquad \checkmark$$

Kontrolle von v:

$$v = d \cdot \pi \cdot n = 0{,}45 \cdot 3{,}14 \cdot 5{,}387 = 7{,}62\ m/s \qquad \checkmark$$

V.3.2 Beispiel 2

Gegeben:
Ein Gemisch von Säuren mit $\rho = 1.600\ kg/m^3$ und $\eta = 2 \cdot 10^{-2}\ kg/m \cdot s$ wird durch Mischung der einzelnen Säuren in einem Rührkessel von 1.200 mm Durchmesser und 1.500 mm Höhe hergestellt. Der Behälter ist bis zu 3/4 dieses Volumens befüllt. Der Propellerrührer läuft mit 210 U/min.
Folgende Daten sind aus dem Firmenkatalog genommen:

$$d = \frac{D}{3} \qquad Ne = 0{,}845 \cdot \mathrm{Re}^{-0{,}05} \qquad \text{für } \mathrm{Re} > 10^4$$

Gesucht:
Bestimmen Sie die installierte Leistung des Motors unter Berücksichtigung von 10% Reibungsverlusten und von 20% Leistungsreserve.

Lösung:

$$d = \frac{D}{3} = \frac{1.200}{3} = 400mm$$

$$\mathrm{Re} = \frac{n \cdot d^2 \cdot \rho \cdot \pi}{\eta} = \frac{210 \cdot 0{,}4^2 \cdot 1.600 \cdot 3{,}14}{60 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 1{,}407 \cdot 10^5 > 10^4$$

$$Ne = 0{,}845 \cdot \mathrm{Re}^{-0{,}05} = 0{,}845 \cdot 44.800^{-0{,}05} = 0{,}467$$

$$P = Ne \cdot \rho \cdot n^3 \cdot d^5 = 0{,}49 \cdot 1.600 \cdot (\frac{210}{60})^3 \cdot 0{,}4^5 = 328{,}14\ W$$

$$P_{installiert} = P \cdot \frac{1{,}2}{0{,}9} = 344{,}2 \cdot \frac{1{,}2}{0{,}9} = 437{,}5\ W \approx 0{,}5\ kW$$

V.3.3 Beispiel 3

Gegeben:

In einem Behälter soll Schmieröl mit einer kinematischen Viskosität $\upsilon = 3\ m^2/s$ und einer Dichte $\rho = 850\ kg/m^3$ gerührt werden. Ein Modellversuch ergab als günstigsten Rührer einen Blattrührer mit einem Durchmesser von d=200 mm. Die optimale Drehzahl für den Rührvorgang wurde zu n=600 U/min bestimmt. Die Leistungscharakteristik des eingesetzten Rührers ist bekannt:

Laminarer Bereich:	$Ne = 39{,}5 \cdot \mathrm{Re}^{-1}$	für $\mathrm{Re} < 50$
Übergangsbereich:	$Ne = 2{,}5 \cdot \mathrm{Re}^{-0{,}25}$	für $100 < \mathrm{Re} < 2 \cdot 10^5$
Turbulenter Bereich:	$Ne = 0{,}041$	für $\mathrm{Re} > 2 \cdot 10^5$

Gesucht:

Für die im fünffach linearen Maßstab (μ=5) zu bauende Betriebsausführung soll mit gleichem Leistungseintrag als Übertragungskriterium folgende Größen ermittelt werden:

a) Rührerleistung
b) Drehzahl

Hinweis: Für den laminaren Bereich kann $n_M = n_B$ angenommen werden.

Lösung:

a) Zuerst werden die Reynolds- und die Newtonzahl errechnet:

$$\mathrm{Re}_M = \frac{n \cdot d^2 \cdot \pi}{\upsilon} = \frac{10 \cdot 0{,}2^2 \cdot \pi}{3 \cdot 10^{-2}} = 41{,}9 \qquad \Rightarrow \text{laminare Strömung}$$

$$Ne_M = 39{,}8 \cdot \mathrm{Re}_M^{-1} = 39{,}5 \cdot 41{,}9^{-1} = 0{,}94$$

$$P_M = Ne_M \cdot n_M^3 \cdot d_M^5 \cdot \rho = 0{,}94 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2^5 \cdot 850 = 255{,}7\ W$$

Bei gleichem Leistungseintrag gilt:

$$\frac{P_M}{V_M} = \frac{P_B}{V_B}$$

$$P_B = \frac{V_B}{V_M} \cdot P_M = \mu^3 \cdot P_M = 5^3 \cdot 255{,}7 = 31962{,}5\ W$$

$$\underline{P_B \approx 32\ kW}$$

b) Im laminaren Bereich gilt: $n_M = n_B = 10\ U/s$

Die Kontrolle der Reynoldszahl ergibt:

$$\mathrm{Re}_B = \frac{n_B \cdot d_B^2 \cdot \pi}{\upsilon} = \frac{10 \cdot 1^2 \cdot \pi}{3 \cdot 10^{-2}} = 1.047 \qquad \Rightarrow \text{Übergangsbereich}$$

Die Betriebsausführung darf somit nicht laminar gerechnet werden. Für den Übergangsbereich gilt:

$$P_B = Ne_B \cdot n_B^3 \cdot d_B^5 \cdot \rho \qquad \text{mit} \qquad Ne_B = 2{,}5 \cdot \mathrm{Re}_B^{-0{,}25}$$

$$P_B = 2{,}5 \cdot \left(\frac{n_B \cdot d_B^2 \cdot \pi}{\upsilon} \right)^{-0{,}25} \cdot n_B^3 \cdot d_B^5 \cdot \rho$$

$$P_B = 2{,}5 \cdot n_B^{2{,}75} \cdot d_B^{4{,}5} \cdot \upsilon^{0{,}25} \cdot \rho \cdot \pi^{-0{,}25}$$

$$n_B^{2{,}75} = \frac{P_B}{2{,}5 \cdot d_B^{4{,}5} \cdot \upsilon^{0{,}25} \cdot \rho \cdot \pi^{-0{,}25}} = 48{,}12$$

$$\underline{n_B = 4{,}09 \ U/s}$$

Die Kontrolle der Reynoldszahl ergibt:

$$\mathrm{Re}_B = \frac{n_B \cdot d_B^2 \cdot \pi}{\upsilon} = \frac{4{,}09 \cdot 1^2 \cdot \pi}{3 \cdot 10^{-2}} = 428{,}3 \ \Rightarrow \text{noch im Übergangsbereich} \qquad \checkmark$$

V.4 Aufgaben

V.4.1 Aufgabe 1

Für einen Behälter in dem Öl mit einer Dichte $\rho = 950 \ kg/m^3$ und dynamischen Viskosität von $\eta = 25 \ kg/m \cdot s$ gerührt werden soll, steht ein Blattrührer mit D=1.600mm zur Verfügung. Ein Modellversuch mit einem Blattrührer (d=200 mm) ergab eine optimale Drehzahl von 450 U/min. Für die Leistungscharakteristik des eingesetzten Blattrührers gilt:

Laminarer Bereich:	$Ne = 38{,}5 \cdot \mathrm{Re}^{-1}$	für $\mathrm{Re} < 60$
Übergangsbereich:	$Ne = 2{,}4 \cdot \mathrm{Re}^{-0{,}3}$	für $100 < \mathrm{Re} < 2 \cdot 10^5$
Turbulenter Bereich:	$Ne = 0{,}039$	für $\mathrm{Re} > 2 \cdot 10^5$

Zum Scale-up soll gelten: gleiche Stoffdaten, geometrische Ähnlichkeit, gleicher volumenbezogene spezifische Leistung.

Hinweis: Zur Abschätzung der Drehzahl für die Betriebsausführung kann zunächst $n_M = n_B$ angenommen werden. Die anschließende Überprüfung des angenommenen Bereichs der Strömung muss vorgenommen werden!

Gesucht:

Zu berechnen sind für die Betriebsausführung:

a) Rührleistung
b) Drehzahl
c) Motorleistung (unter Berücksichtung von 15% Reibungsverlusten und 20% Leistungsreserve)

V.4.2 Aufgabe 2

In einem Behälter (d=h) soll ein Polymerisat bei 30°C gerührt werden. Die kinematische Viskosität der gerührten Flüssigkeit beträgt $\upsilon=20\cdot10^{-4}\ m^2/s$, die Dichte wurde zu $\rho=1.200\ kg/m^3$ bestimmt.
Ein Modellversuch ergab als günstigsten Rührer einen Blattrührer mit einer Breite von $d=0{,}20\ m$. Die Mindest-Drehzahl mit welcher der Rührvorgang durchgeführt werden konnte, betrug $n_{Min}=570\ U/min$.

Gesucht:
Für die im fünffach linearen Maßstab gebaute Betriebsausführung sollen bei konstantem volumenbezogener spezifischem Leistungseintrag bestimmt werden:

a) Rührleistung (die Leistungscharakteristik des Rührers ist aus Abb. 4.2.1 zu entnehmen)
b) Motorleistung (unter Berücksichtigung von 20% Reibungsverlust in Stopfbuchse und Getriebe sowie eines Sicherheitszuschlages von 20%)
c) Drehzahl (Hinweis: iterative Berechnung aus der angegebenen Leistungscharakteristik Abb. 4.2.1. Für den Startwert kann zunächst $n_M = n_B$ angenommen werden)

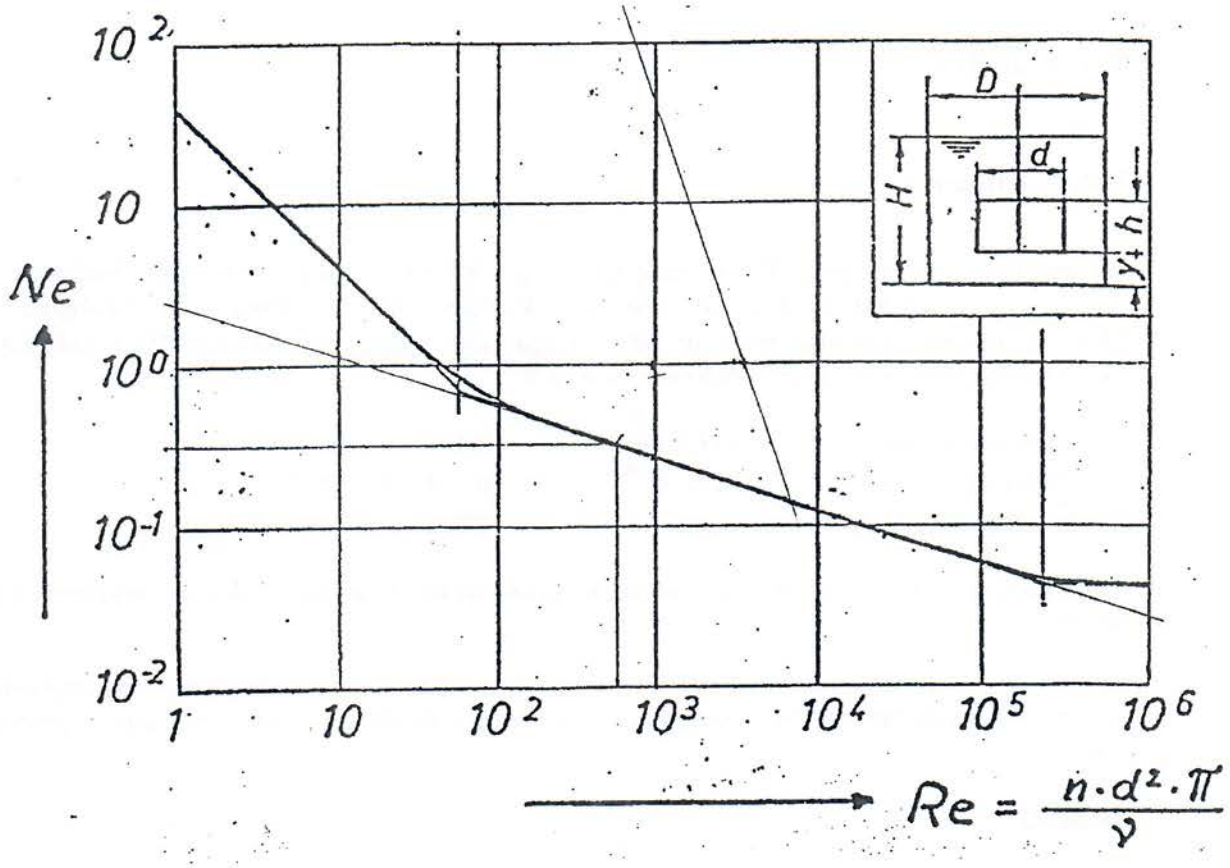


Abbildung V.4.2.1.: Zusammenhang zwischen Newton- und Reynoldszahl für einen beliebigen Rührer

V.4.3 Aufgabe 3

In einem Tank sollen zwei Benzinfraktionen zu $V_1=V_2=5.000\ m^3$ mit den jeweiligen Dichten $\rho_1=673\ kg/m^3$ und $\rho_2=747\ kg/m^3$ und der dynamischen Viskosität $\eta_1=\eta_2=0{,}0007\ kg/m\cdot s$ homogen vermischt werden. Als Rührorgan dient ein Propellerrührer mit $d=750\ mm$, Steigung $h=d$ und $n=400\ U/min$, der horizontal in den Tank eingebaut ist. Der Mischzeitfaktor m, die Förderleistung V_f und die Leistungskennzahl Ne wurden experimentell zu $m=1{,}125$; $V_f=0{,}4.n.d^2.h$ und $Ne=0{,}27$ bestimmt.

Gesucht:
Bestimmen sie die zur vollständigen Homogenisierung gefragten Größen:

a) Mischzeit
b) Arbeitsaufwand
c) Volumenbezogene spezifische Leistung
d) Erforderliche Drehmoment im stationären Betriebszustand

V.4.4 Aufgabe 4

Statisches Mischen in durchströmten Rohren
Zwei wässrige Flüssigkeiten ($\rho_1=\rho_2=1000\ kg/m^3$ und der dynamischen Viskosität $\eta_1=\eta_2=0{,}001\ kg/m\cdot s$) sollen in einem durchströmten Rohr ($d=0{,}1\ m$, $v=3{,}54\ m/s$) miteinander vermischt werden. Zwei verschiedene Möglichkeiten stehen zur Auswahl:

	$\frac{s}{\sigma_0}=10^{-m\frac{L}{d}}$	Mischungs-exponent m [-]	Widerstands-konstante $K_{laminar}$ [-]	Widerstands-konstante $K_{turbulent}$ [-]
Glattes Rohr		0,02	64	0,02
Sulzer Mischer		0,6	2240	2

Abbildung: SMX™ plus Statikmischer, Sulzer Chemtech AG

Gesucht:
a) Welche Rohrlänge (L) müssen jeweils vorgesehen werden um eine (dimensionslose) relative Standardabweichung s/σ_0 von 0,01 zu erreichen?

b) Mit welchen Druckverlusten (Δp) ist bei beiden Möglichkeiten zu rechnen, wenn aus einer Dimensionsanalyse gilt:

$$\Delta p/(\frac{1}{2}.\rho.v^2)=\frac{L}{d}.(\frac{K_{laminar}}{Re}+K_{turbulent})$$

V.4.5 Aufgabe 5

In einem isolierten Behälter wird durch einen Rührer eine Leistung von P=3000W über einen Zeitraum von 10 Minuten eingebracht. Das darin befindliche Fluid (m=40kg) wird dadurch von ausgehend 20°C erwärmt. Stoffdaten des Fluids: $\rho=1.200\ kg/m^3$; *spezifische Wärmekapazität* $c_p=4{,}2kJ/(kgK)$

Gesucht:
Welche Temperatur des Fluids T_{end} wird sich nach dem Rührvorgang unter Vernachlässigung von Wärmeverlusten einstellen? Hinweis: Aus der Energiebilanz des Behälters muss gelten: $W_{zu}=Q=m.c_p.\Delta T$

V.4.6 Aufgabe 6

In einem Rührkessel (h=d) soll eine wässrige Flüssigkeit erwärmt werden. Um einen möglichst guten Wärmeübergang über die Kesselwand zu erreichen, wird mit einem Scheibenrührer gerührt.

Rührwerksdaten: d=1m; Ne=560

Stoffdaten: $\rho=992\ kg/m^3$; $\eta=0{,}7mPa.s$; $\lambda=0{,}6W/(mK)$; $c_p=4{,}1kJ/(kgK)$; *bei 40°C*

$\eta_W=0{,}8mPa.s$ *(50°C) (Fluid zum Wärmetransport)*

Nach VDI-Wärmeatlas, Abschnitt Ma (VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen, 10. Auflage, 2006, Springer Verlag, Berlin) gilt für diese Rührwerksdaten:

$$Nu = 0{,}66.\mathrm{Re}^{2/3}.\mathrm{Pr}^{1/3}.\ (\eta/\eta_W)^{0{,}14}$$

Gesucht:

a) Welche Drehzahl des Rührers ist erforderlich, um eine Wärmeübergangzahl (α) von 4000W/(m²K) zu erzielen?
b) Welche Leistung und spezifische Leistung wird dabei in das Rührgut eingebracht?

Hinweis: für zylindrische Behälter gilt
$Nu=\alpha.d/\lambda$
$Pr=\eta.c_p/\lambda$

V.4.7 Aufgabe 7

In einem Zylinder sollen 100 Glaskugeln in 20 Liter Wasser suspendiert werden. In einem Laborversuch wurde dazu eine notwendige Suspendierkennzahl *Su* von 25000 festgestellt (90% Höhenkriterium erfüllt).

Gesucht:

a) Welcher Leistungsbedarf des Rührers *P* ist, unter der Voraussetzung einer vollturbulenten Strömung, notwendig?
b) Welche Drehzahl des Rührers ist erforderlich, um die Kugeln im Wasser zu suspendieren.

Rührwerksdaten: $d=0{,}1m$; $Ne=0{,}74$ (annähernd konstant im turbulenten Bereich)

Stoffdaten: $\rho=1000\ kg/m^3$; $\eta=1\ mPa.s$; $\rho_s=2500\ kg/m^3$; $d_s=500\mu m$;

Anmerkung: Durch die geringe Anzahl an Partikeln kann die Sinkgeschwindigkeit des Einzelpartikels w_s verwendet werden. In erster Näherung kann hier die Sinkgeschwindigkeit nach Stokes berechnet werden. Der Einfluss des Feststoffvolumens V_s auf die Dichte und Viskosität der Flüssigkeit ist zu vernachlässigen.

$$\mathrm{Su} = \frac{P}{P_S} = \frac{Ne.\rho.n^3.d^5}{(\rho_s-\rho).\mathrm{V}_s.g.w_s}$$

V.5 Lösungen zu den Aufgaben

V.5.1 Aufgabe 1

a) P_B=70,6 kW
b) n_B=2,82 U/s
c) P_{Motor}=99,7 kW

V.5.2 Aufgabe 2

a) P_B~ 12-13 kW
b) P_{Motor}~18-19,5 kW
c) n_B ~4,5 U/s

V.5.3 Aufgabe 3

a) Θ=10.000 s
b) W=37,4 kWh
c) P_V=1,3W/m³
d) M_B=322Nm

V.5.4 Aufgabe 4

a) $L_{Glattes\ Rohr}$=10 m
$L_{Sulzer\ Mischer}$=0,33 m
b) $\Delta p_{Glattes\ Rohr}$ =0,13 bar
$\Delta p_{Sulzer\ Mischer}$ =0,42 bar

V.5.5 Aufgabe 5

T_{end}=30,7°C

V.5.6 Aufgabe 6

a) n=6,43U/min
b) P=685,6W
P_V=867W/m³

V.5.7 Aufgabe 7

a) P=0,49W
b) n~4,05U/s

VI. Reaktionstechnik I

VI.1. Literatur

[1] Näser, K.-H.; *Physikalische Chemie für Techniker und Ingenieure*, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1988 (vor allem für chemisches Verständnis, Thermodynamik und Grundlagen)

[2] Baerns, M.; Hofmann, H; Renken, A.; *Chemische Reaktionstechnik*, Georg Thieme Verlag Stuttgart, 1987 (vor allem für praktische Anwendungen in der Verfahrenstechnik, wichtig für die Beispiele: Kapitel 1 - 7)

[3] Skriptum: *Verfahrenstechnik Laborübungen*, Hochschülerschaft TU Wien

VI.2. Grundlagen

Stoffmengenänderungsgeschwindigkeit, Reaktionsrate, Potenzansatz der Reaktionsrate, hyperbolische Ansätze, Geschwindigkeitskonstante, Reaktionsordnung, Molekularität einer Reaktion, Stöchiometrie, Selektivität, Konzentrationsangaben, Umsatz, Reaktionsenthalpie, Gleichgewichte, Reaktionsisobare von Vant'Hoff, Arrhenius-Ansatz, ideales Gas, Gasgesetze, Parallelreaktionen, Folgereaktionen, Bodensteinsches Stationaritätsprinzip, Geschwindigkeitsbestimmender Schritt, Stofftransport, Stoffbilanzen, Kinetik homogener Reaktionen, Kinetik heterogener Reaktionen, Differential- und Integralrechnung, Iterationen, Nullstellenbestimmung, Statistik, ...

VI.3. Beispiele

VI.3.1. Beispiel 1

Gegeben:

In einem Reaktor wird die Konzentration von einem Stoff C bei verschiedenen Temperaturen zu verschiedenen Zeitpunkten bestimmt. Da ein inertes Lösungsmittel (z.B. Wasser) im Überschuß verwendet wird, kann die Dichte des Reaktionsgemisches als konstant angenommen werden.
Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:
Die Anfangsbedingungen für die Messungen sind stets:

Anfangskonzentration von A = C_{A0} = 1,500 mol/l
Anfangskonzentration von B = C_{B0} = 1,500 mol/l
Anfangskonzentration von C = C_{C0} = 0,000 mol/l

Zeit t [s]	Konzentration C C_C [mol/l]	Reaktionstemp. T [°C]
0	0	20
10	1,329	
30	2,114	
50	2,397	
100	2,665	
800	2,959	
0	0	70
5	2,345	
10	2,632	
30	2,866	
100	2,959	

Tabelle VI.3.1.1.

Aufgrund von theoretischen Überlegungen vermutet man, daß die Reaktion nach folgendem Schema abläuft:

$$\mathbf{A + B \Rightarrow 2C}$$

und die Reaktionsrate mit folgendem Potenzansatz darstellbar ist:

$$\mathbf{r = k.C_A.C_B} \qquad (mol/(l \cdot s)).$$

Gesucht:

Zeigen Sie, daß die Messungen die getroffenen Annahmen bestätigen und berechnen Sie den Umsatz von Stoff A nach 50 s bei einer Reaktionstemperatur von 37°C.

Lösung:

Die Lösung erfolgt mittels der Integralmethode, d.h. zuerst wird aus dem vermuteten Reaktionsansatz formal die Konzentration - Zeit Beziehung abgeleitet (Integration), dann wird dieser Zusammenhang linearisiert.
Wenn die Meßwerte dem Geschwindigkeitsgesetz folgen, so müssen sie in dieser linearisierten Darstellung auf einer Geraden liegen. Ein Maß dafür stellt neben der graphischen Darstellung der Korrelationskoeffizient dar.
Die Meßwerte liegen auf einer Geraden (je eine Gerade bei einer Temperatur), der Korrelationskoeffizient ist sehr nahe bei eins.
Der Geschwindigkeitsansatz ist damit gerechtfertigt. (Leider nur wenig Meßwerte vorhanden).
Aus der Steigung erhält man die Geschwindigkeitskonstanten bei der jeweiligen Temperatur. Daraus erhält man nach Arrhenius (lnk - 1/T Diagramm) die Aktivierungsenergie und den Stoßfaktor.
Setzt man in die Arrhenius-Gleichung ein, kann man die Geschwindigkeitskonstante bei 37°C ausrechnen, daraus die Konzentration an Stoff C und A nach 50 s und den Umsatz.

$$r = k \cdot C_A \cdot C_B = \frac{1}{2}\frac{dC_C}{dt}$$

$$\frac{dC_C}{dt} = 2 \cdot k \cdot C_A \cdot C_B$$

Stöchiometrie: $-\Delta n_A = -\Delta n_B = +\frac{\Delta n_C}{2}$

$\frac{n_C}{2} = (n_{A0} - n_A)$ daraus folgt: $\frac{C_C}{2} = C_{A0} - C_A$

$C_A = (C_{A0} - \frac{C_C}{2})$ mit $C_A = C_B$

$$\frac{dC_C}{dt} = 2 \cdot k \cdot (C_{A0} - \frac{C_C}{2})^2$$

$$\int_0^{C_C} \frac{dC_C}{(C_{A0} - \frac{C_C}{2})^2} = \int_0^t 2 \cdot k \cdot dt$$

$$\frac{2}{(C_{A0} - \frac{C_C}{2})} - \frac{2}{C_{A0}} = 2 \cdot k \cdot t$$

$$C_C(t) = 2 \cdot C_{A0} \cdot (1 - \frac{1}{1 + C_{A0} \cdot k \cdot t})$$

Darstellung in linearisierter Form ergibt folgende Tabelle VI.3.1.2.:

Zeit t [s]	Stoff C_C [mol/l]	$\frac{1}{(C_{A0} - \frac{C_C}{2})}$ [l/mol]	Regression für k [l/(mol·s)]	ln(k)	$\frac{1}{T}$ [K^{-1}]	Temp.T [K]
0	0	0,667	0,054	-2,9188	0,00341	293
10	1,329	1,197	$r^* = 0{,}999$	$r^{**} = 1$		
30	2,114	2,257				
50	2,397	3,317				
100	2,665	5,970				
800	2,954	43,478				
0	0	0,667	0,481	-0,7319	0,00292	343
5	2,345	3,053	$r^* = 0{,}999$	$r^{**} = 1$		
10	2,632	5,435				
30	2,866	14,925				
100	2,959	48,780				

Tabelle VI.3.1.2.

r* Korrelationskoeffizient zwischen $\frac{1}{(C_{A0} - \frac{C_C}{2})}$ und t.

r** Korrelationskoeffizient für Arrhenius-Ansatz (lnk und1/T) = 1, weil nur bei zwei verschiedene Temperaturen gemessen wurde (keine statistische Aussagekraft).

Aus dem Arrhenius-Ansatz folgt für den Stoßfaktor $k_0 = 1{,}744 \cdot 10^5$ l/(mol.s), sowie für die Aktivierungsenergie E = 36500 J/mol.
Geschwindigkeitskonstante k bei 37°C (=310K):

$$k(310) = 1{,}744 \cdot 10^5 \cdot e^{\frac{-36500}{R \cdot 310}} = 0{,}123 \ (l/(mol \cdot s))$$

R allgemeine Gaskonstante = 8,31 J/(mol·K)

$$X_A = \frac{n_{A0} - n_A}{n_A} = \frac{C_{A0} - C_A}{C_{A0}} = \frac{1{,}5 - 0{,}147}{1{,}5} = 0{,}902$$

$$C_{C(t=50)} = 2 \cdot 1{,}5 \cdot (1 - \frac{1}{1 + 1{,}5 \cdot 0{,}123 \cdot 50}) = 2{,}707 \ (mol/l)$$

$$C_{A(t=50)} = 1{,}5 - \frac{2{,}707}{2} = 0{,}147 \ (mol/l)$$

Der Umsatz X_A an Stoff A wird bei 37°C und 50 s Reaktionszeit wahrscheinlich 90,2% betragen.

VI.3.2. Beispiel 2:

Gegeben:

In einem Reaktor läuft folgender Chemismus ab:

A => B => C

Die Reaktion von A zu B wird mit dem Potenzansatz $r = k_1 \cdot C_A$ mit $k_1 = 0{,}044\ s^{-1}$ beschrieben, die Reaktion von B zu C mit $r = k_2 \cdot C_B$ mit $k_2 = 0{,}078\ s^{-1}$.

Gesucht:

- Wie groß sind die Konzentrationen an den Stoffen A, B und C nach 40 s mit den Anfangsbedingungen C_{A0} = 0,500 (mol/l), C_{B0} = 0,000 (mol/l) = C_{C0} ?
- Wie groß sind die Konzentrationen von A, B und C zu diesem Zeitpunkt unter Annahme des Bodensteinschen Quasi-Stationaritätsprinzips für Stoff B ? Ist es hier gerechtfertigt ?

Lösung:

Die Differentialgleichungen werden für die einzelnen Stoffe angeschrieben, ebenso die Massenbilanz.
Durch Elimination der Zeit aus den Differentialgleichungen für Stoff A und B gelangt man zu einer Differentialgleichung, die durch Substitution lösbar ist. Diese wird integriert, wodurch man den Zusammenhang zwischen den Konzentrationen von Stoff A und B hat.
Die Differentialgleichung für Stoff A ist durch Separation der Variablen leicht lösbar. Es ergibt sich das Geschwindigkeitsgesetz für Stoff A.
Damit hat man aber auch das Geschwindigkeitsgesetz für Stoff B (über vorhin genannten Zusammenhang). Aus der Massenbilanz (Stöchiometrie) ergibt sich auch die Konzentration von Stoff C.
Nach Einsetzen der Zahlenwerte in die Geschwindigkeitsgleichungen erhalte ich die Konzentrationen von A, B und C.

Das Bodensteinsche Quasi-Stationaritätsprinzip besagt, daß die zeitliche Änderung von Stoff B gleichsam Null ist.

Dadurch ergibt sich der Zusammenhang zwischen den Konzentrationen von A und B direkt, die Differentialgleichung für Stoff A wird (wie oben) durch Separation der Variablen gelöst und eingesetzt. Das Geschwindigkeitsgesetz für Stoff C wird wieder über die Massenbilanz (Stöchiometrie) gewonnen.

$$\frac{dC_A}{dt} = -k_1 \cdot C_A$$

$$\frac{dC_B}{dt} = k_1 \cdot C_A - k_2 \cdot C_B$$

$$\frac{dC_C}{dt} = k_2 \cdot C_B$$

Stöchiometrie: $-\Delta n_A = (+\Delta n_B)_1$

Stöchiometrie: $-(\Delta n_B)_2 = +\Delta n_C$

$$\Delta n_B = (+\Delta n_B)_1 + (\Delta n_B)_2$$

$$n_{B0} - n_B = -(n_{A0} - n_A) - (n_{C0} - n_C)$$

$$n_B = n_{B0} + n_{A0} - n_A + n_{C0} - n_C$$

$$C_B = C_{A0} - C_A - C_C$$

Die Differentialgleichungen für Stoff A und B werden so kombiniert, daß die Zeit eliminiert wird:

$$\frac{dC_B}{dC_A} = -1 + \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{C_B}{C_A}$$

$$Substitution: z = \frac{C_B}{C_A}$$

$C_B = z \cdot C_A$ mit Hilfe der Produktregel(!) folgt: $\frac{dC_B}{dC_A} = z + C_A \cdot \frac{dz}{dC_A}$

$$z + C_A \cdot \frac{dz}{dC_A} = -1 + \frac{k_2}{k_1} \cdot z$$

mit $K = \frac{k_2}{k_1}$

$$\int \frac{dz}{z \cdot (K-1) - 1} = \int \frac{dC_A}{C_A}$$

$$\frac{\ln((K-1) \cdot z - 1))}{(K-1)} = lnC_A + const.$$

mit der neuen Integrationskonstanten C:

$$z \cdot (K-1) - 1 = C \cdot C_A^{K-1}$$

$$\frac{C_B}{C_A} \cdot (K-1) = C \cdot C_A^{K-1} + 1$$

$$C_B = \frac{C_A}{K-1} \cdot [C \cdot C_A^{K-1} + 1]$$

Anpassen der Integrationskonstanten an die Anfangsbedingungen: Bei $C_A = C_{A0}$ ist $C_B = 0$:

$$0 = \frac{C_{A0}}{K-1} \cdot [C \cdot C_{A0}^{K-1} + 1] \text{ daraus folgt: } C = -\frac{1}{C_{A0}^{K-1}}$$

$$C_B = \frac{C_A}{K-1} \cdot [1 - (\frac{C_A}{C_{A0}})^{K-1}]$$

Für das Geschwindigkeitsgesetz von Stoff A:

$$\int_{C_{A0}}^{C_A} \frac{dC_A}{C_A} = \int_0^t -k_1 \cdot dt$$

$$C_A = C_{A0} \cdot e^{-k_1 \cdot t}$$

Einsetzen der Zahlenwerte ergibt:

$$C_A = 0{,}5 \cdot e^{-0{,}044 \cdot 40} = 0{,}086 \ (mol/l)$$

$$C_B = \frac{0{,}086}{1{,}773-1} \cdot [1 - (\frac{0{,}086}{0{,}5})^{1{,}773-1}] = 0{,}083 \ (mol/l)$$

$$C_C = C_{A0} - C_A - C_B = 0{,}5 - 0{,}086 - 0{,}083 = 0{,}331 \ (mol/l)$$

Berechnung unter Annahme der Quasi-Stationarität für Stoff B:

$$\frac{dC_B}{dt} = k_1 \cdot C_A - k_2 \cdot C_B = 0$$

$$C_B = C_A \cdot \frac{k_1}{k_2} = 0{,}086 \cdot \frac{0{,}044}{0{,}078} = 0{,}049 \ (mol/l)$$

$$C_C = 0{,}5 - 0{,}086 - 0{,}049 = 0{,}365 \ (mol/l)$$

Unter der Annahme des Bodensteinschen Quasi-Stationaritätsprinpips ergibt sich für den Stoff C zu diesem Zeitpunkt ein Konzentrationswert, der um ca. 10% größer ist. Ist diese Abweichung tolerierbar, so ist diese Annahme gerechtfertigt.

VI.4. Aufgaben:

VI.4.1. Aufgabe 1:

Gegeben:

In einem Reaktor, der von einem Gas A mit einem Partialdruck von 21 kPa homogen durchströmt wird, befindet sich ein einzelnes Feststoffpartikel (Stoff B, mit der Dichte r = 1,30 kg/dm³). Gas A reagiert mit Feststoff B zu gasförmigen Stoff C.
Bei der Modellierung dieses Vorganges müssen sowohl Stofftransport von Gas A zur Feststoffoberfläche:

$$A_{(gas)} \Rightarrow A_{(surface)}$$

als auch die chemische Reaktion:

$$A_{(surface)} + B_{(solid)} \Rightarrow C_{(gas)}$$

als die geschwindigkeitsbestimmenden Schritte berücksichtigt werden. Der Stofftransport kann folgender-maßen beschrieben werden:

$r_m = k_m \cdot [(P_A)_g - (P_A)_S]$ mit $k_m = 6{,}43 \cdot 10^{-5}/d_p$

Die chemische Reaktionsrate wird beschrieben mit:

$r_C = k_C \cdot (P_A)_s$ mit $k_C = 1{,}86 \cdot 10^{-2}$

d_p	augenblicklicher Partikeldurchmesser m
k_m	Stoffübergangskoeffizient, abhängig von d_p kg/(m²·s·kPa)
k_C	chemische Geschwindigkeitskonstante kg/(m²·s·kPa)
$(P_A)_g$	Partialdruck von A in der Gasphase kPa
$(P_A)_S$	Partialdruck von A an der Partikeloberfläche kPa
r_m	Stofftransport von A an die Oberfläche von B kg/(m²·s)
r_C	chemische Reaktionsrate kg/(m²·s)

Gesucht:

Wie lange dauert es, bis das Feststoffpartikel von Durchmesser = 10 mm auf 5 mm abgebrannt ist ?

(Annahme: Die chemische Reaktion findet nur sehr nahe der Oberfläche des Partikels statt. Das Partikel kann daher als eine stetig kleiner-werdende Kugel mit konstanter Dichte betrachtet werden. Die Partikeloberfläche ist die geometrische Oberfläche und die Vorgänge sind stationär.)

VI.4.2. Aufgabe 2:

Gegeben:

In einem Reaktor finden zwei Reaktionen statt:

$$A + 2B \Leftrightarrow C + D$$

$$A + B \Rightarrow E$$

Geschwindigkeitskonstante für Hinreaktion A, B zu C und D: k_1
Geschwindigkeitskonstante für Rückreaktion C, D zu A und B: k_{-1}
Geschwindigkeitskonstante für Reaktion II: k_2
Die Anfangsbedingungen sind:

$C_{A0} = C_{A0}$ $C_{C0} = 0{,}000$
$C_{B0} = C_{B0}$ $C_{D0} = 0{,}000$ $C_{E0} = 0{,}000$

Gesucht:

Wie groß sind die momentanen Stoffmengenänderungsgeschwindigkeiten für die einzelnen Komponenten ?

(Annahme: Dichteänderungen können vernachlässigt werden. Für die Ansätze der Reaktionsraten kann angenommen werden, daß die beiden Reaktionen den Chemismus richtig beschreiben.)

VI.5. Lösungen

VI.5.1. Aufgabe 1

Die Zeit beträgt 26,4 s.

VI.5.2. Aufgabe 2

$$\frac{dC_E}{dt} = k_2 \cdot (C_{A0} - C_C - C_E) \cdot (C_{B0} - 2 \cdot C_C - C_E)$$

$$\frac{dC_C}{dt} = \frac{dC_D}{dt} = k_1 \cdot (C_{A0} - C_C - C_E) \cdot (C_{B0} - 2 \cdot C_C - C_E)^2 - k_{-1} \cdot C_C^2$$

$$\frac{dC_B}{dt} = -2 \cdot \frac{dC_C}{dt} - \frac{dC_E}{dt}$$

$$\frac{dC_A}{dt} = -\frac{dC_C}{dt} - \frac{dC_E}{dt}$$

VII. Reaktionstechnik II

VII.1. Literatur

[1] Näser, K.-H.; *Physikalische Chemie für Techniker und Ingenieure*, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1988 (vor allem für chemisches Verständnis, Thermodynamik und Grundlagen)

[2] Baerns, M.; Hofmann, H; Renken, A.; *Chemische Reaktionstechnik*, Georg Thieme Verlag Stuttgart, 1987 (vor allem für praktische Anwendungen in der Verfahrenstechnik, wichtig für die Beispiele: Kapitel 1 - 7)

[3] Skriptum: *Verfahrenstechnik Laborübungen*, Hochschülerschaft TU Wien

VII.2. Grundlagen

wie Reaktionstechnik I, aber mit Schwerpunkt auf Berechnung von Reaktoren: idealer Rührkessel, idealer Rohrreaktor, Optimierung,...

VII.3. Beispiele

VII.3.1. Beispiel 1

Gegeben:

In einem idealen Rührkessel, der isotherm und isobar betrieben wird, läuft diskontinuierlich (im Batch-Betrieb) folgende exotherme Gleichgewichtsreaktion ab:

A <=> B + Energie

Vor dem Einsetzen der Reaktion wird der Reaktor mit dem Reaktionsgas, das aus Stoff A und einem Inertgas besteht, beschickt (es ist noch kein Stoff B vorhanden).

Partialdruck von A im Inertgas zu Beginn: $P_{A0} = 5 \cdot 10^4$ Pa
Reaktionsenthalpie: $\Delta H_R = -54$ kJ/mol
Häufigkeitsfaktor für die Hinreaktion: $A_1 = 1{,}5 \cdot 10^9\ s^{-1}$
Aktivierungsenergie für die Hinreaktion: $E_1 = 80$ kJ/mol
Gleichgewichtskonstante für die reversible Reaktion bei T von 400K: $K_1 = 5 \cdot 10^{-1}$

Gesucht:

Gesucht sind bei den Temperaturen (T) 380, 390 und 400K die Umsätze an A nach der Zeit (t) von 30 und 200sec ($X_A(T, t)$), der Gleichgewichtsumsatz X_{Aeg} (T,t), sowie die Anfangs-konzentrationen von Stoff A bei der jeweiligen Temperatur ($C_{A0}(T)$) (mol/m³) und die Konzentrationen von A ($C_A(T,t)$) (mol/m³).
Die Gase sollen sich ideal verhalten.

Lösung:

Der reaktionstechnische Ansatz für die Konzentration des Stoffes A (C_A) lautet:

r_{net}	netto Reaktionsrate von A nach B (mol/(sec·m³))
R_A	Stoffmengenänderungsgeschwindigkeit (mol/(sec.m^3))
ν_A	Stöchiometrische Koeffizient von A = -1
k_1	Geschwindigkeitskonstante der Hinreaktion (s^{-1})
k_2	Geschwindigkeitskonstante der Rückreaktion (s^{-1})
C_i	Konzentration des Stoffes i (mol/m³)
Δn_i	Molzahlenänderung des Stoffes i (mol)
n_i	Mole an Stoff i (mol)
n_{i0}	Anfangsmolmenge an Stoff i (mol)
P_i	Partialdruck des Stoffes i (Pa)
K	Gleichgewichtskonstante der Reaktion bei einer beliebigen Temperatur.

$$r_{net} = k_1 \cdot C_A - k_2 \cdot C_B$$

$$R_A = \upsilon_A \cdot r_{net} = -1 . r_{net} = -k_1 \cdot C_A + k_2 \cdot C_B = \frac{dC_A}{dt}$$

Stöchiometrie: $-\Delta n_A = \Delta n_B$

$$-(n_{A0} - n_A) = (n_{B0} - n_B), mit: n_{B0} = 0$$

$$n_A = n_{A0} - n_B$$

Da ideale Gase hier vorliegen, bleibt die Dichte während der Reaktion konstant, ebenso wie das Reaktionsvolumen. Und es gilt:

$$C_B = C_{A0} - C_A$$

$$\frac{dC_A}{dt} = -k_1 \cdot C_A + k_2 \cdot (C_{A0} - C_A) = k_2 \cdot C_{A0} - C_A \cdot (k_1 + k_2)$$

$$\int_{C_{A0}}^{C_A} \frac{dC_A}{C_A \cdot (k_1 + k_2) - k_2 \cdot C_{A0}} = -\int_0^t dt$$

$$\ln|C_A \cdot (k_1 + k_2) - k_2 \cdot C_{A0}| / {}_{C_{A0}}^{C_A} = -(k_1 + k_2) \cdot t$$

$$\ln \frac{|C_A \cdot (k_1 + k_2) - k_2 \cdot C_{A0}|}{|k_1 \cdot C_{A0}|} = -(k_1 + k_2) \cdot t$$

$$C_A = \frac{C_{A0}}{(k_1 + k_2)} \cdot [k_2 + k_1 \cdot e^{-(k_1 + k_2) \cdot t}]$$

für den Umsatz folgt:

$$X_A = \frac{C_{A0} - C_A}{C_{A0}} = 1 - \frac{k_2 + k_1 \cdot e^{-(k_1+k_2)\cdot t}}{(k_1 + k_2)}$$

Der Gleichgewichtsumsatz wird erhalten, wenn die Reaktionszeit gegen unendlich geht und folgt aus der obigen Gleichung:

$$X_{Aeq} = \frac{k_1}{k_1 + k_2}$$

Für die Berechnung der Temperaturabhängigkeit der Gleichgewichtskonstante wird die Vant'Hoffsche Reaktionsisobare verwendet und diese im Temperaturbereich integriert. Die Reaktionsenthalpie wird in diesem Bereich temperaturunabhängig betrachtet.

$$\frac{dlnK}{dT} = \frac{\Delta H_R}{R \cdot T^2}$$

$$\int_{K_1}^{K} dlnK = \frac{\Delta H_R}{R} \cdot \int_{T_1}^{T} \frac{1}{T^2} dT$$

$$K = K_1 \cdot e^{-\frac{\Delta H_R}{R} \cdot \frac{T_1 - T}{T_1 \cdot T}}$$

Die Geschwindigkeitskonstanten erhält man auf folgende Art:

$$k_1 = A_1 \cdot e^{-\frac{E_1}{RT}}$$

$$k_2 = \frac{k_1}{K}$$

Die Anfangskonzentrationen sind von der jeweiligen Temperatur abhängig, weil sich ja mit zunehmender Reaktionstemperatur bei isobaren Prozessen das Volumen vergrößert. Aus der idealen Gasgleichung ergibt sich:

$$P_i = \frac{n_i}{V} \cdot R \cdot T = C_i \cdot R \cdot T$$

$$C_{A0} = \frac{P_{A0}}{R \cdot T}$$

Aus Anfangskonzentration und Umsatz läßt sich die momentane Konzentration von A berechnen:

$$C_A = C_{A0} \cdot (1 - X_A)$$

Durch Einsetzen in die Formeln erhält man die Lösungen. Dies soll für die Temperatur von 380 K und dem Zeitpunkt 30 sec gezeigt werden.

$$K = 5 \cdot 10^{-1} \cdot e^{\frac{54000}{8,314} \frac{400-380}{400 \cdot 380}} = 1,175$$

$$k_1 = 1,5 \cdot 10^{9} \cdot e^{-\frac{80000}{8,314 \cdot 380}} = 0,0151 \ (1/\sec)$$

$$k_2 = \frac{0,0151}{1,175} = 0,0128 \ (\sec^{-1})$$

$$X_A = 1 - \frac{0,0128 + 0,0151 \cdot e^{-(0,0128+0,0151) \cdot 30}}{0,0128 + 0,0151} = 0,307$$

$$X_{Aeq} = \frac{0,0151}{0,0151 + 0,0128} = 0,540$$

$$C_{A0} = \frac{5 \cdot 10^{4}}{8,314 \cdot 380} = 15,83 \ (mol/m^3)$$

$$C_A = 15,83 \cdot (1 - 0,307) = 10,97 \ (mol/m^3)$$

Die gesamten Ergebnisse sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

T [K]	X_A t= 30 s [1]	X_A t=200 s [1]	X_{Aeq} [1]	C_{A0} [mol/m³]	C_A t=30 s [mol/m³]	C_A t=200 s [mol/m³]
380	0,307	0,538	0,540	15,83	10,97	7,31
390	0,374	0,431	0,431	15,42	9,66	8,77
400	0,330	0,333	0,333	15,04	10,06	10,02

Tabelle VII.3.1.1.

Bemerkung:

Wie man hier gut sieht, führt eine Temperaturerhöhung bei exothermen Reaktionen zu einer Absenkung des Gleichgewichtsumsatzes. Der aktuelle Umsatz (zu einem bestimmten Zeitpunkt) kann aber durchaus auch bei höherer Reaktionstemperatur zunehmen. (Kinetik -- Thermodynamik!)

VII.3.2. Beispiel 2

Gegeben:

In einem kontinuierlich betriebenen idealen Rührkessel (Reaktorvolumen V_R = 10 m³) (stationärer Zustand) läuft folgende Reaktion ab:

$$A + B \Rightarrow C + D$$

mit der Geschwindigkeitskonstanten: k = 0,5 m³/(sec·kmol).
In den Reaktor fließt der Volumenstrom

$$\dot{V} = 0{,}5 \ (m^3/\sec)$$

mit der bekannten Konzentration an Stoff A (C_{A0} = 3 kmol/m³) und der Konzentration an Stoff B (C_{B0}).
Um den Reaktor optimal zu betreiben, definiert man eine Funktion ($F = (X_A + X_B)/2$) bestehend aus den Einzelumsätzen an Stoff A und B (X_A bzw. X_B).

Gesucht:

Gesucht sind die Werte der Funktion F für $C_{B0} = 0{,}5 \cdot C_{A0}$, $C_{B0} = 1 \cdot C_{A0}$ und $C_{B0} = 1{,}5 \cdot C_{A0}$. (Die Dichte kann als konstant angenommen werden.)

Lösung:

Es wird die Stoffbilanz des Stoffes A für den Reaktor aufgestellt.
Die Konzentrationen C_A und C_A werden durch den Umsatz an Stoff A ersetzt, das Verhältnis Reaktorvolumen zu Volumenstrom durch die Verweilzeit:

$$\tau = \frac{V_R}{\dot{V}} = \frac{10}{0{,}5} = 20 \ (\sec)$$

Man erhält eine quadratische Gleichung des Umsatzes an A von der Anfangskonzentration des Stoffes B. Man löst die quadratische Gleichung und setzt die Zahlenwerte ein. Aus dem nun bekannten Umsatz an A rhält man auch den Umsatz an B und kann den Wert der Funktion F berechnen. ies wird für den Fall $C_{B0} = 0{,}5.C_{A0}$ demonstriert.

ν_A Stöchiometrischer Koeffizient von A = - 1

Änderung im Reaktor=Input-Output+Quelle-Senke

$$V_R \cdot \frac{dC_A}{dt} = C_{A0} \cdot \dot{V} - C_A \cdot \dot{V} + \upsilon_A \cdot r \cdot V_R$$

Stationär: $0 = C_{A0} \cdot \dot{V} - C_A \cdot \dot{V} - k \cdot C_A \cdot C_B \cdot V_R$

$$C_A = C_{A0} \cdot (1 - X_A) \ , \ C_B = C_{B0} \cdot (1 - X_B) \ , \ X_B = X_A \cdot \frac{C_{A0}}{C_{B0}}$$

$$0 = C_{A0} \cdot \dot{V} - C_{A0} \cdot (1 - X_A) \cdot \dot{V} - k \cdot C_{A0} \cdot (1 - X_A) \cdot C_{B0} \cdot (1 - X_A \cdot \frac{C_{A0}}{C_{B0}}) \cdot V_R$$

$$0 = \dot{V} \cdot X_A - k \cdot C_{B0} \cdot (1 - X_A) \cdot (1 - X_A \cdot \frac{C_{A0}}{C_{B0}}) \cdot V_R$$

$$0 = X_A - k \cdot C_{B0} \cdot (1 - X_A) \cdot (1 - X_A \cdot \frac{C_{A0}}{C_{B0}}) \cdot \tau$$

$$0 = X_A^2 - X_A \cdot (1 + \frac{1}{k \cdot C_{A0} \cdot \tau} + \frac{C_{B0}}{C_{A0}}) + \frac{C_{B0}}{C_{A0}}$$

$$X_A = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot k \cdot C_{A0} \cdot \tau} + \frac{C_{B0}}{2 \cdot C_{A0}}) - \sqrt{(\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot k.C_{A0} \cdot \tau} + \frac{C_{B0}}{2 \cdot C_{A0}})^2 - \frac{C_{B0}}{C_{A0}}}$$

$$X_A = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 0{,}5 \cdot 3 \cdot 20} + \frac{1{,}5}{2 \cdot 3}) - \sqrt{(\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 0{,}5 \cdot 3 \cdot 20} + \frac{1{,}5}{2 \cdot 3})^2 - \frac{1{,}5}{3}} = 0{,}470$$

$X_B = 0{,}470 \cdot \frac{3}{1{,}5} = 0{,}94$ daraus folgt: $F = \frac{0{,}47 + 0{,}94}{2} = 0{,}705$

$F(C_{B0}=C_{A0}) = 0{,}833$ $F(C_{B0}=1{,}5 \cdot C_{A0}) = 0{,}786$

<u>Bemerkung:</u>

Optimales Ergebnis erzielt man, wenn Konzentrationsverhältnisse vorliegen, die der Stöchiometrie entsprechen.

VII.3.3. Beispiel 3:

Gesucht:

Wie groß ist im stationären Betrieb das Verhältnis der Verweilzeiten eines idealen Rührkessels zu einem idealen Rohrreaktor mit konstantem Querschnitt ($r = t_{IRK} / t_{IRR}$) bei folgender Reaktion:

A => B

und den Umsätzen an Stoff A: $X_A = 0{,}50$ und $X_A = 0{,}95$?

Die Dichten seien wieder als konstant angenommen

Lösung:

Es wird die Stoffbilanz für A für den idealen Rohrreaktor über ein differentielles Volumenelement aufgestellt. Dabei wird die Konzentration mittels einer Reihenentwicklung (Taylorreihe) dargestellt, die nach den ersten beiden Gliedern abgebrochen wird. Die Konzentration an A wird durch den Umsatz ersetzt. Dann integriert man über das gesamte Reaktorvolumen und führt die Verweilzeit ein. Die Verweilzeit wird explizit angegeben.
Ebenso geht man beim idealen Rührkessel vor. Die Stoffbilanz an A wird über den gesamten Reaktionsraum durchgeführt. Die Verweilzeit wieder explizit dargestellt.
Das Verhältnis der Verweilzeiten wird gebildet, und es zeigt sich, daß das Verhältnis hier nur noch vom Umsatz an A abhängt.

(Die Nomenklatur entspricht den Beispielen 1 und 2.)

Idealer Rohrreaktor:

$$0 = \dot{V} \cdot C_A - (\dot{V} \cdot C_A + \frac{\partial(\dot{V} \cdot C_A)}{\partial V} \cdot dV) + \upsilon_A \cdot r_A \cdot dV$$

$$0 = \dot{V} \cdot C_A - \dot{V} \cdot (C_A + dC_A) - k \cdot C_A \cdot dV$$

$$\frac{dC_A}{C_A} = -k \frac{dV}{\dot{V}}$$

$$C_A = C_{A0} \cdot (1 - X_A) \qquad dC_A = -C_{A0} \cdot dX_A$$

$$\int_0^{X_A} \frac{dX_A}{1 - X_A} = \frac{k}{\dot{V}} \cdot \int_0^V dV$$

$$-\ln|1 - X_A| / _0^{X_A} = \frac{k \cdot V}{\dot{V}} = k \cdot \tau$$

$$\tau_{IRR} = -\frac{\ln(1 - X_A)}{k}$$

Idealer Rührkessel:

$$0 = \dot{V} \cdot C_{A0} - \dot{V} \cdot C_A - k \cdot C_A \cdot V$$

$$0 = C_{A0} - C_A - k \cdot C_A \cdot \tau$$

$$\tau_{IRK} = \frac{X_A}{k \cdot (1 - X_A)}$$

Zusammengefasst:

$$\frac{\tau_{IRK}}{\tau_{IRR}} = \frac{-X_A}{(1-X_A)\cdot \ln(1-X_A)}$$

Eingesetzt für $X_A = 0{,}95$:

$$\frac{\tau_{IRK}}{\tau_{IRR}} = \frac{-0{,}95}{(1-0{,}95)\cdot \ln(1-0{,}95)} = 6{,}34$$

für $X_A = 0{,}5$ ergibt sich ein Verhältnis zu 1,44.

Bemerkung:

Wenn diese Reaktion in einem idealen Rührkessel durchgeführt wird, benötigt sie mehr als das 6-fache an Zeit oder Reaktorvolumen gegenüber einem idealen Rohrreaktor um 95% umzusetzten. Diese Tatsache folgt aus dem Verdünnungseffekt des idealen Rührkessels.

VII.4. Aufgaben

VII.4.1. Aufgabe 1

Gegeben:

In einem kontinuierlich betriebenen idealen Rohrreaktor läuft folgende Reaktion ab:

A =>B

Die Dichten sollen als konstant betrachtet werden können.

Eintrittskonzentration an A in den Rohrreaktor: $C_{A0} = C_{A0}$ (kmol/m³)
Eintrittskonzentration an B in den Rohrreaktor: $C_{B0} = 0$ kmol/m³
Volumen des Rohrreaktors: $V_{IRR} = 2$ m³
Geschwindigkeitskonstante der Reaktion: $k = 0{,}5\ s^{-1}$
Volumenstrom:

$$\dot{V} = 1{,}5\ (m^3/\sec)$$

Gesucht:

Wie groß ist der Umsatz an A ($X_{A,IRR}$), wenn das Reaktionsgemisch den Rohrreaktor verlässt?

Anstelle des Rohrreaktors sollen zwei hintereinander geschaltete, gleich große ideale Rührkesseln verwendet werden, deren Volumina in Summe das Volumen des Rohrreaktors haben. Wie groß ist der Umsatz nach dem 1. Rührkessel (X_{A1IRK}), wie groß nach beiden Rührkesseln (X_{A2IRK}) ?

VII.4.2. Aufgabe 2:

In einem idealen Rohrreaktor läuft folgende Reaktion ab:

A => B => C

Wie muss die Reaktorlänge gewählt werden, um eine maximale Austrittskonzentration von B zu erreichen?

Eintrittskonzentration von A: $C_{A0} = C_{A0}$ (mol/lit)
Eintrittskonzentration von B: $C_{B0} = 0$ mol/lit
Eintrittskonzentration von C: $C_{Co} = 0$ mol/lit
Die Geschwindigkeitskonstanten sind für beide Reaktion gleich: $k = 3{,}5 \cdot 10^{-2}\ s^{-1}$
Volumenstrom in den Reaktor = $2{,}6 \cdot 10^{-3}\ m^3/sec$
konstante Querschnittsfläche des Reaktors = $2 \cdot 10^{-3}\ m^2$

VII.5. Lösungen

VII.5.1. Aufgabe 1

Lösung:

$X_{A,IRR} = 0{,}487$; $X_{A1IRK} = 0{,}250$ $X_{A2IRK} = 0{,}438$

Bemerkung:

Ein idealer Rohrreaktor kann nur durch unendlich viele ideale Rührkesseln erreicht werden.

VII.5.2. Aufgabe 2

Lösung:

Die optimale Länge beträgt: 37,1 m

VIII. Rektifikation

VIII.1. Literatur

[1] Skriptum: *Verfahrenstechnik Laborübungen;* Kapitel Rektifikation, Kapitel Flüssig-Dampf-Gleichgewicht

[2] Skriptum: *Thermische Verfahrenstechnik*; Doz. Ziebland, Einführung: Massen- und Energiebilanzen (!!), Kapitel 6 Thermische Stofftrennverfahren, Kapitel 7 Destillation, Rektifikation

[3] K. Sattler: *Thermische Trennverfahren*; Vogel-Verlag (Hauptbibliothek, Lehrbuchsammlung; Chemie-bibliothek)

[4] E.Kirschbaum: *Destillier- und Rektifiziertechnik*, Springer-Verlag (Chemiebibliothek)

VIII.2. Beispiele

VIII.2.1. Beispiel 1

Gegeben:

Ein Gemisch aus Methanol (Molmasse M_M = 32 g/mol) und Wasser (M_W = 18g/mol) soll in einer kontinuierlichen Rektifikationskolonne bei 1,013bar getrennt werden. Der Feed enthält 45 Massen% Methanol und wird als siedende Flüssigkeit aufgegeben. Das Destillat soll nach der Trennung 98,6 Massen% Methanol und der Sumpf 1,94 Massen-% Methanol enthalten.
Die Gleichgewichtskurve kann aus folgenden Daten gezeichnet werden:

Tabelle VIII.2.1.1.: Stoffdaten des Systems Methanol und Wasser.

x	0,6	2,3	3,5	5,9	12,3	19,4	27,3	36,0	45,8	56,8
y	4,2	14,7	20,5	30,1	46,8	57,3	64,9	70,8	75,8	80,9
x	69,2	83,5	90,0	95,0		x = Mol % Methanol der Flüssigkeit				
y	86,8	93,1	95,8	97,9		y = Mol % Methanol im Dampf				

Gesucht:

1. Bestimmen sie die Mindesttrennstufenzahl.
2. Bestimmen sie die Trennstufenzahl bei einem Rücklaufverhältnis von v = 1.48 sowie das Mindestrücklaufverhältnis aus dem McCabe-Thiele-Diagramm.
3. Ermitteln sie den NTU-Wert für das gegebene Rücklaufverhältnis durch graphische Integration.

Lösung:

- **Mindesttrennstufenzahl**

Umrechnung von Feed-, Destillat- und Sumpfkonzentration von Massen% in Molenbrüche:

$$x_m = \frac{\frac{w_m}{M_m}}{\frac{w_m}{M_m} + \frac{1 - w_m}{M_w}} \qquad \text{(Gleichung VIII.2.1.1.)}$$

Feed: $$x_F = \frac{\frac{0{,}45}{32}}{\frac{0{,}45}{0{,}32} + \frac{0{,}55}{18}} = 0{,}315$$

Destillat: $$x_D = \frac{\frac{0{,}986}{32}}{\frac{0{,}986}{32} + \frac{0{,}014}{18}} = 0{,}975$$

Sumpfprodukt: $$x_S = \frac{\frac{0{,}0194}{32}}{\frac{0{,}0194}{32} + \frac{0{,}9806}{18}} = 0{,}011$$

Konstruktion des Gleichgewichtsdiagramms nach McCabe-Thiele (siehe Abbildung VIII.2.1.1)

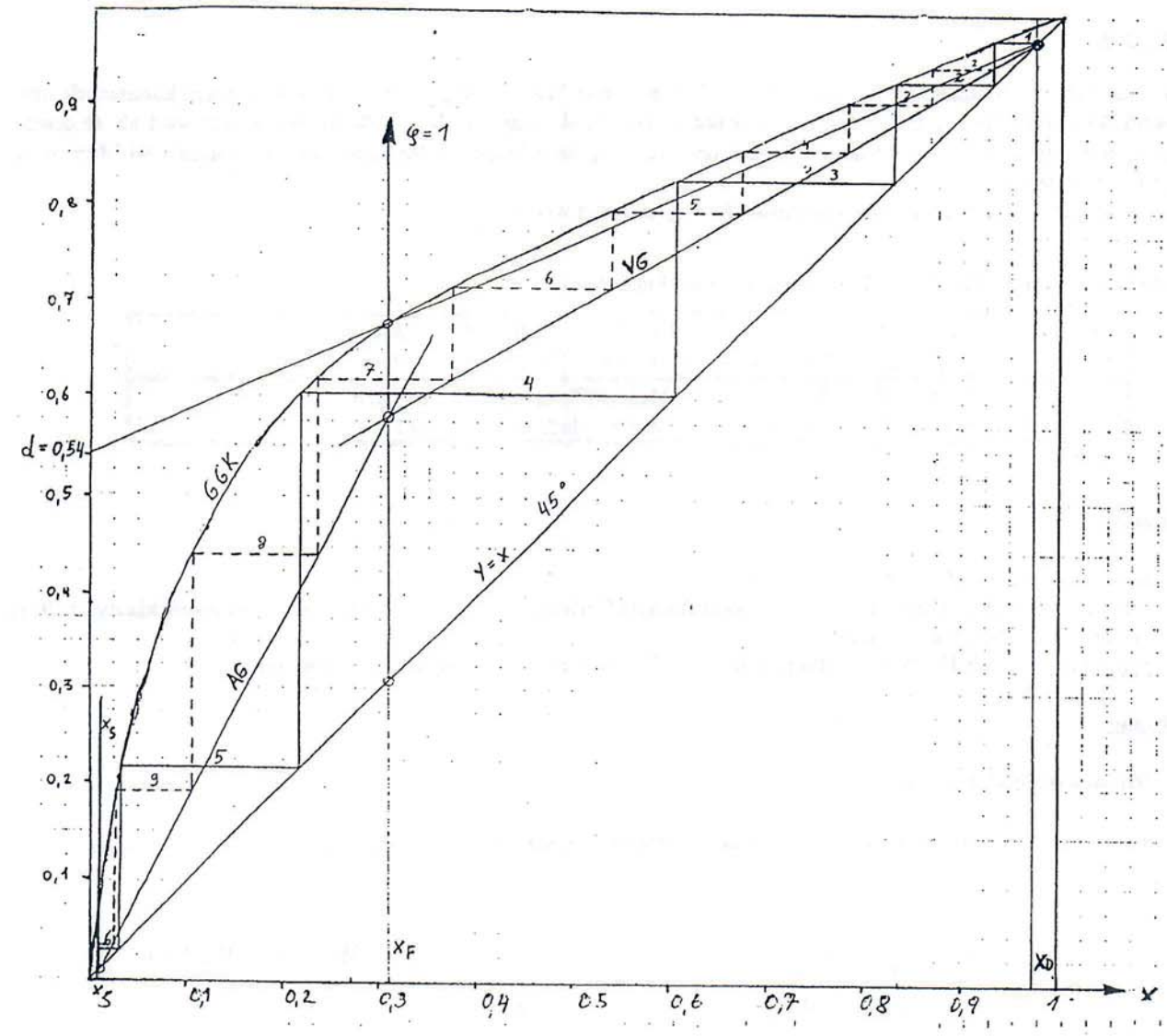


Abbildung VIII.2.1.1.: Methanol-Wasser; p = 1,013 bar; x-Achse Wasser, y-Achse Methanol.

- **Mindesttrennstufenzahl n_{min}:**

Dabei wird das Rücklaufverhältnis $v = \infty$, Abtriebsgerade und Verstärkungsgerade fallen zusammen auf die Winkelhalbierende ($y = x$).
Aus Abbildung VIII.2.1.1 (ausgezogene Treppenkurve) kann für die Mindesttrennstufenzahl abgelesen werden:

$$n_{min} = 6$$

- **Trennstufenzahl bei v = 1,48; Mindestrücklaufverhältnis**

Verstärkungsgerade (VG)

Die Gleichung der VG lautet:

$$y = \frac{v}{v+1} \cdot x + \frac{x_D}{v+1} = \frac{1{,}48}{2{,}48} \cdot x + 0{,}393$$

Die VG kann somit in das x-y-Diagramm (Abbildung VIII.2.1.1) eingezeichnet werden.

- **Abtriebsgerade (AG)**

Um die Abtriebsgerade einzeichnen zu können, benötigt man noch den Schnittpunkt von VG und AG, der durch den thermischen Zustand des Feeds bestimmt wird. Für siedende Flüssigkeit ($\varphi = 1$) liegt dieser oberhalb von x_F (Gleichung der Schnittpunktsgeraden (SG): $x = x_F$).
Somit kann die AG konstruiert werden.

- **Trennstufenzahl n**

Durch Konstruktion eines Treppenzuges zwischen VG bzw. AG und der Gleichgewichtskurve (GGK) beginnend bei x_D (strichlierter Treppenzug) erhält man:

$$n\,(v = 1{,}48) = 10$$

- **Mindestrücklaufverhältnis v_{min}**

Beim Mindestrücklaufverhältnis sind unendlich viele Trennstufen erforderlich. Dieser Fall tritt auf, wenn AG oder VG die GGK schneiden (unendlich viele Stufen im Zwickel zwischen VG und GGK).
Man legt also eine VG durch den aus $\varphi = 1$ bestimmten Schnittpunkt mit der GGK und liest den Ordinatenabschnitt dieser VG ab (==> $d = 0{,}54$).

Aus $d = \frac{x_D}{v+1}$ folgt $v_{min} = \frac{x_D}{d} - 1 = \frac{0{,}975}{0{,}54} - 1 = 0{,}806$

- **NTU-Wert für v = 1.48**

Auswertung von $NTU = \int_{y_S}^{y_D} \frac{dy}{y^* - y}$ durch grafische Integration.

Zunächst wird eine Wertetabelle angelegt (Tabelle VIII.2.1.2), wobei (y^* - y) als Abstand zwischen VG und GGK bzw. AG und GGK abgelesen werden kann.

Tabelle VIII.2.1.2.: Wertetabelle zur grafischen Ermittlung des NTU Wertes.

y	$\frac{1}{(y^* - y)}$
0,011	15,4
0,1	4,4
0,2	3,9
0,3	4,2
0,4	5,0
0,5	6,7
0,58	10,5
0,7	11,8
0,8	15,4
0,9	25,0
0,975	66,7

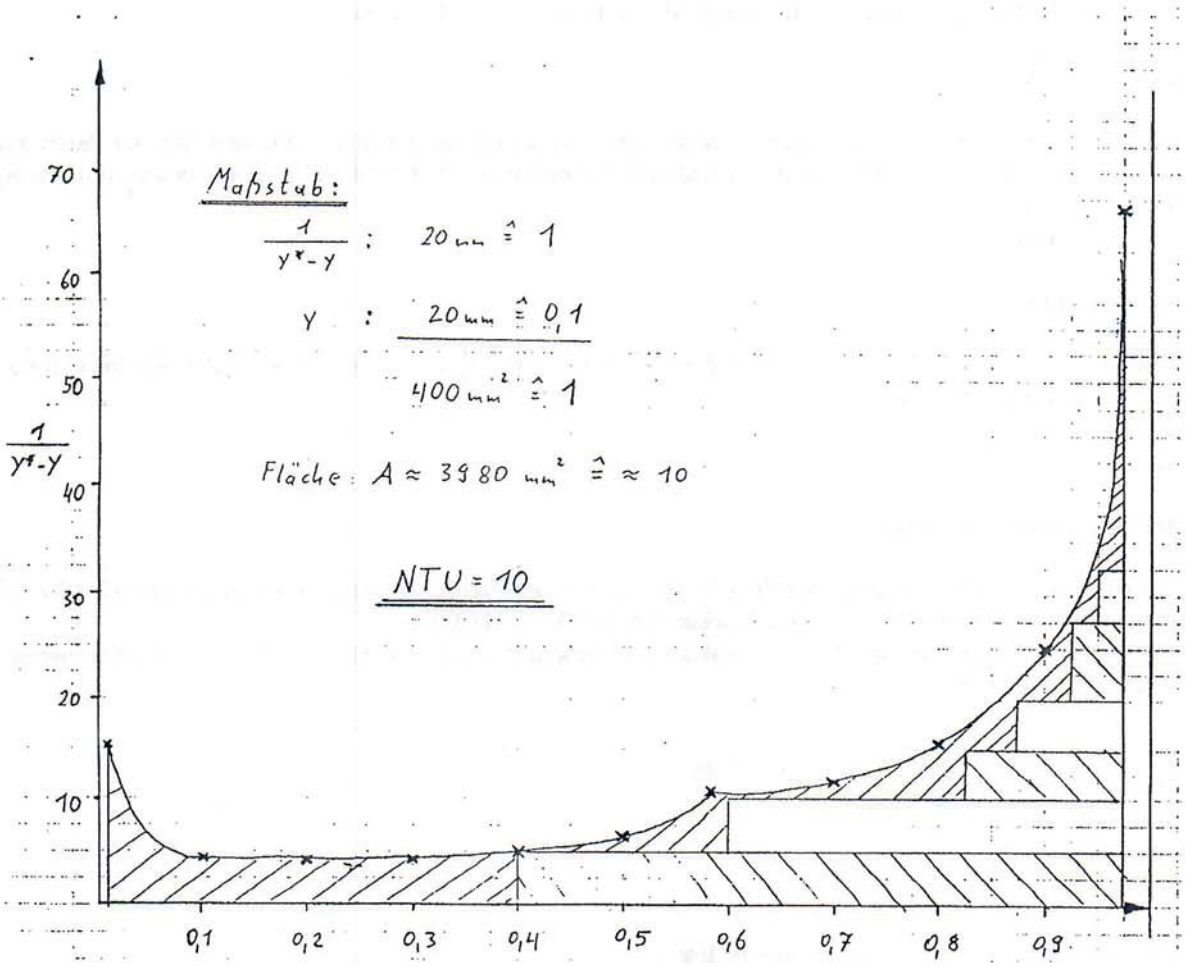


Abbildung VIII.2.1.2.: Grafische Lösung des Integrals.

Eintragen in die Abbildung VIII.2.1.2 und Auszählen der Fläche ergibt mit dem gewählten Maßstab eine Fläche von A = 3980 mm². Das entspricht einem NTU-Wert von:

NTU = 10

VIII.2.2. Beispiel 2

Gegeben:

Ein Gemisch aus 40 Mol% Methanol und 60 Mol% Ethanol soll in einer kontinuierlichen Rektifizierkolonne aufgetrennt werden. Die Methanolkonzentration des Kopfprodukts soll 98 Mol% und des Sumpfprodukts 2 Mol% betragen. Das Gemisch verhält sich annähernd ideal.

Tabelle VIII.2.2.1.: Gleichgewichtswerte im System Methanol / Ethanol.

x	0,02	0,98	x.....Mol-% Methanol in der Flüssigkeit
y	0,032	0,989	y.....Mol-% Methanol im Dampf

Gesucht:

1. Bestimmen sie die Mindesttrennstufenzahl und das Mindestrücklaufverhältnis mit Hilfe der Short-Cut-Methode nach Fenske-Underwood.
2. Ermitteln sie die erforderliche Trennstufenzahl aus dem Gilliland-Diagramm für ein Rücklaufverhältnis v = 5 !

Lösung:

- **Mindesttrennstufenzahl und Mindestrücklaufverhältnis**

Unter der Voraussetzung konstanter Dampf- und Rücklaufmengenströme, konstanter relativer Flüchtigkeit und bei unendlichem Rücklaufverhältnis ergibt sich nach Fenske-Underwood:

$$n_{min} = \frac{\lg \frac{x_D \cdot (1-x_S)}{x_S \cdot (1-x_D)}}{\lg a} - 1 \qquad \text{(Gleichung VIII.2.2.1.)}$$

Das minimale Rücklaufverhältnis ($n = \infty$) beträgt bei konstantem α nach Fenske-Underwood:

$$v_{min} = \frac{1}{a-1} \cdot \left[\frac{x_D}{x_F} - a \cdot \frac{1-x_D}{1-x_F} \right] \qquad \text{(Gleichung VIII.2.2.2.)}$$

Die relative Flüchtigkeit α wird aus Gleichgewichtsdaten berechnet:

$$a = \frac{y \cdot (1-x)}{x \cdot (1-y)} \qquad \text{(Gleichung VIII.2.2.3.)}$$

Für ähnliche Werte der relativen Flüchtigkeit für Kopf und Sumpf kann man in die Fenske-Underwood-Gleichungen das geometrische Mittel einsetzen:

$$a = \sqrt{a_D \cdot a_S} \qquad \text{(Gleichung VIII.2.2.4.)}$$

Berechnung von a:

Einsetzen der Gleichgewichtsdaten für Sumpf und Destillat in Gleichung VIII.2.2.3. ergibt:

$$\alpha_{M,E/S} = 0{,}032 \cdot 0{,}98/(0{,}02 \cdot 0{,}968) = 1{,}62$$

$$\alpha_{M,E/D} = 0{,}989 \cdot 0{,}02/(0{,}98 \cdot 0{,}011) = 1{,}83$$

Das geometrische Mittel beträgt nach Gleichung VIII.2.2.4.:

$$\overline{\alpha}_{M,E} = (1{,}62 \cdot 1{,}83)^{-2} = 1{,}72$$

- **Mindesttrennstufenzahl n_{min}:**

Einsetzen in Gleichung VIII.2.2.1. liefert:

$$n_{min} = \log\,(0{,}98 \cdot 0{,}98/(0{,}02 \cdot 0{,}02)/\log 1{,}72 - 1 = \mathbf{13{,}4}$$

- **Mindestrücklaufverhältnis v_{min}:**

Einsetzen in Gleichung VIII.2.2.2. liefert:

$$v_{min} = (0{,}98/0{,}4 - 1{,}72 \cdot 0{,}02/0.6)/(1{,}72 - 1) = \mathbf{3{,}32}$$

- **Trennstufenzahl n (v = 5)**

Die x-Koordinate des Gilliland-Diagramms (Abbildung VIII.2.2.1) beträgt:

$$\frac{v - v_{min}}{v+1} = \frac{5 - 3{,}32}{5+1} = 0{,}28$$

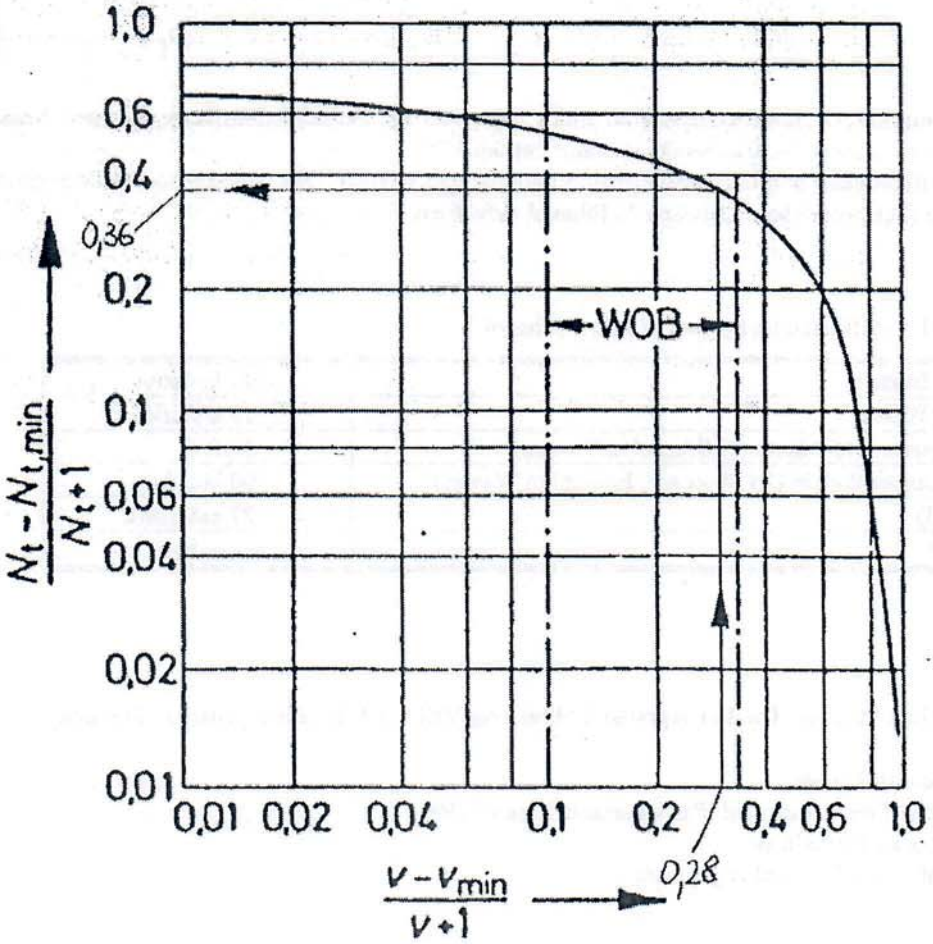


Abbildung VIII.2.2.1.: Gilliland-Diagramm.

Aus Abbildung VIII.2.2.1 erhält man einen Ablesewert von:

$$\frac{n - n_{min}}{n + 1} = 0{,}36$$

Mit dem vorher errechneten Wert von n_{min} = 13,4 erhält man für n:

n (v=5) = 21,5

VIII.2.3. Beispiel 3

Gegeben:

Bei einer kontinuierlichen Hefe-Fermentation erhält man 100 kg Fermentationsflüssigkeit pro Stunde mit einem Ethanolgehalt von 15 Massen-%. Die Feedtemperatur beträgt 37°C.
Die Fermentationsflüssigkeit soll durch Rektifikation aufgetrennt werden. Das Destillat soll 90 Massen-% Ethanol und das Sumpfprodukt (Schlempe) soll 1 Massen-% Ethanol aufweisen.

Tabelle VIII.2.3.1.: Stoffdaten im System Wasser / Ethanol.

Molmasse Ethanol	46 kg/kmol
Molmasse Wasser	18 kg/kmol
Siedetemperatur (15 Massen% Ethanol in Wasser)	88,5°C
Verdampfungsenthalpie (15 Massen% Ethanol in Wasser)	500 kcal/kg
c_p (Ethanol)	27 cal/mol·K
c_p(Wasser)	1 cal/g·K

Gesucht:

Gesucht sind aus dem McCabe-Thiele-Diagramm (Abbildung VIII.2.3.1) für oben genannte Trennung:

1. Die Mindesttrennstufenzahl.
2. Die erforderliche Trennstufenzahl (Rücklaufverhältnis = 1,596)
3. Das Mindestrücklaufverhältnis.
4. In welcher Stufe wird der Feed zugegeben ?

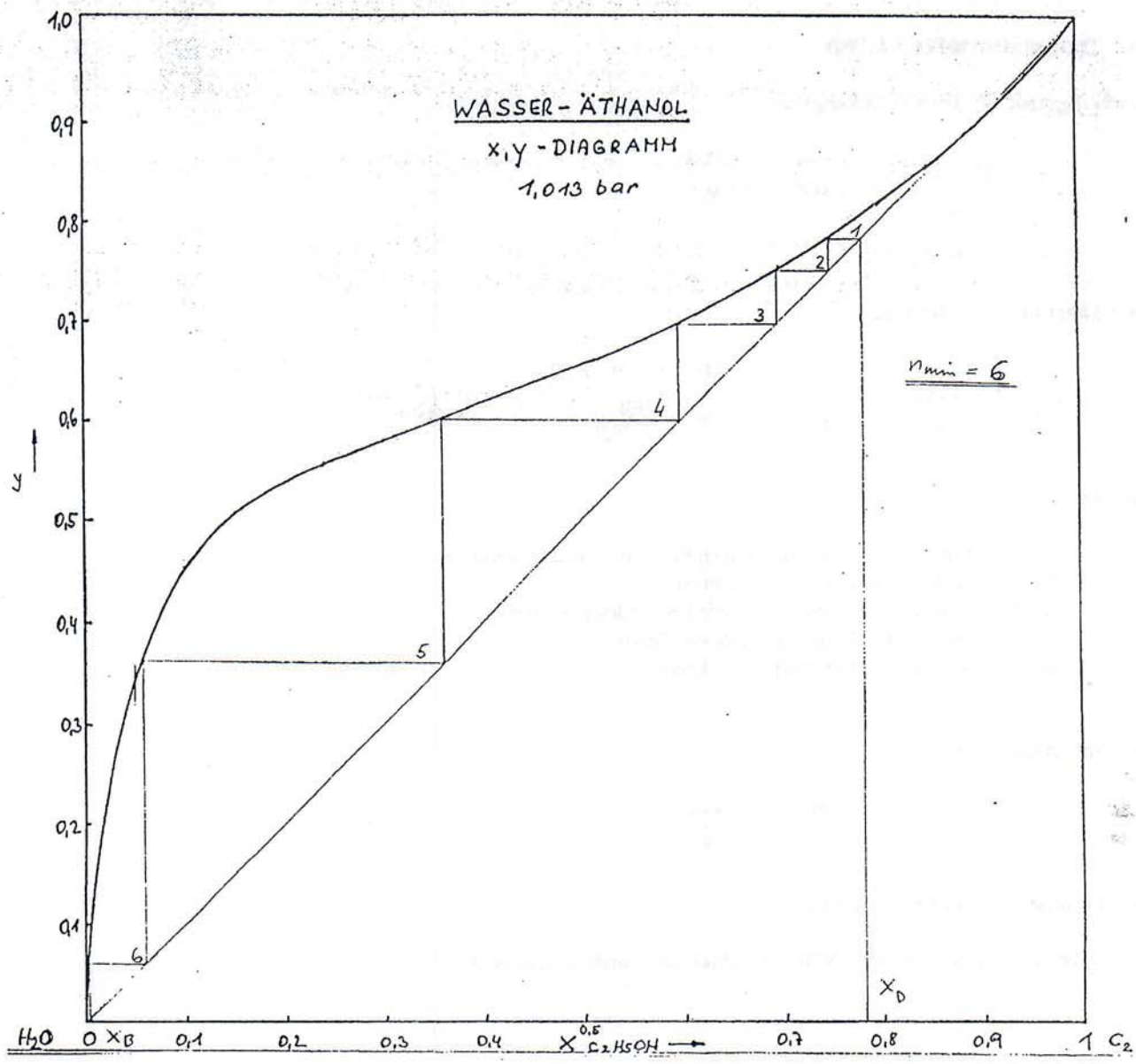


Abbildung VIII.2.3.1.: McCabe-Thiele (Wasser-Ethanol)

Lösung:

- **Mindesttrennstufenzahl:**

Umrechnung in Molenbrüche

x_D, x_F und x werden nach Gleichung VIII.2.1.1. berechnet.

Feed: $x_F = 0{,}0646$

Destillat: $x_D = 0{,}7788$

Sumpf: $x_S = 0{,}0039$

Die Mindesttrennstufenzahl wird als Treppenzug zwischen GGK und der Mediane y = x (Verstärkungsgerade für v=∞) ausgehend von x_D konstruiert. Siehe Abbildung VIII.2.3.1 (McCabe-Thiele Diagramm)

=> **n = 6**

- **Trennstufenzahl (v = 1,596)**

Arbeitsgerade für den Verstärkungsteil

$$y = \frac{v}{v+1} \cdot x + \frac{x_D}{v+1} = \frac{1,596}{2,596} \cdot x + \frac{0,7788}{2,596}$$

=> bei x=0 ist y=0,3

- **Thermischer Faktor φ:**

$$\varphi = \frac{h_{F,G} - h_F}{h_{F,G} - h_{F,S}} = 1 + \frac{c_p \cdot ?T}{h_V} = 1 + \frac{\frac{(1-0,15+0,15\cdot 27)}{46} \cdot 51,5}{500} = 1,097$$

wobei

$h_{F,G}$	Enthalpie des dampfförmigen Feeds bei Siedetemperatur
h_F	Enthalpie des eingesetzten Feeds
$h_{F,S}$	Enthalpie des flüssigen Feeds bei Siedetemperatur
c_p	spezifische Wärmekapazität des Feeds
h_V	Verdampfungsenthalpie des Feeds

- **Schnittpunktgerade:**

$$y = \frac{\varphi - 1}{\varphi} \cdot x - \frac{x_F}{\varphi - 1} = \frac{1,097}{0,097} \cdot x - \frac{0,0646}{0,097}$$

- **Trennstufenzahl für v = 1,596:**

Siehe Treppenzug in Abbildung VIII.2.3.2 (McCabe-Thiele Diagramm)

ð **n = 12**

- **Mindestrücklaufverhältnis:**

Siehe Abbildung VIII.2.3.2 (McCabe-Thiele Diagramm). Durch den Schnittpunkt der SG mit der GGK kann eine VG gelegt werden (Vgl. Beispiel 1).

$$v_{min} = \frac{0,7788}{0,41} - 1 = 0,90$$

- **Feedzugabe**

Siehe Abbildung VIII.2.3.2 (McCabe-Thiele Diagramm).

=> **Feedzugabe**: Stufe 9 (von oben gezählt)

Stufe 4 (von unten gezählt)

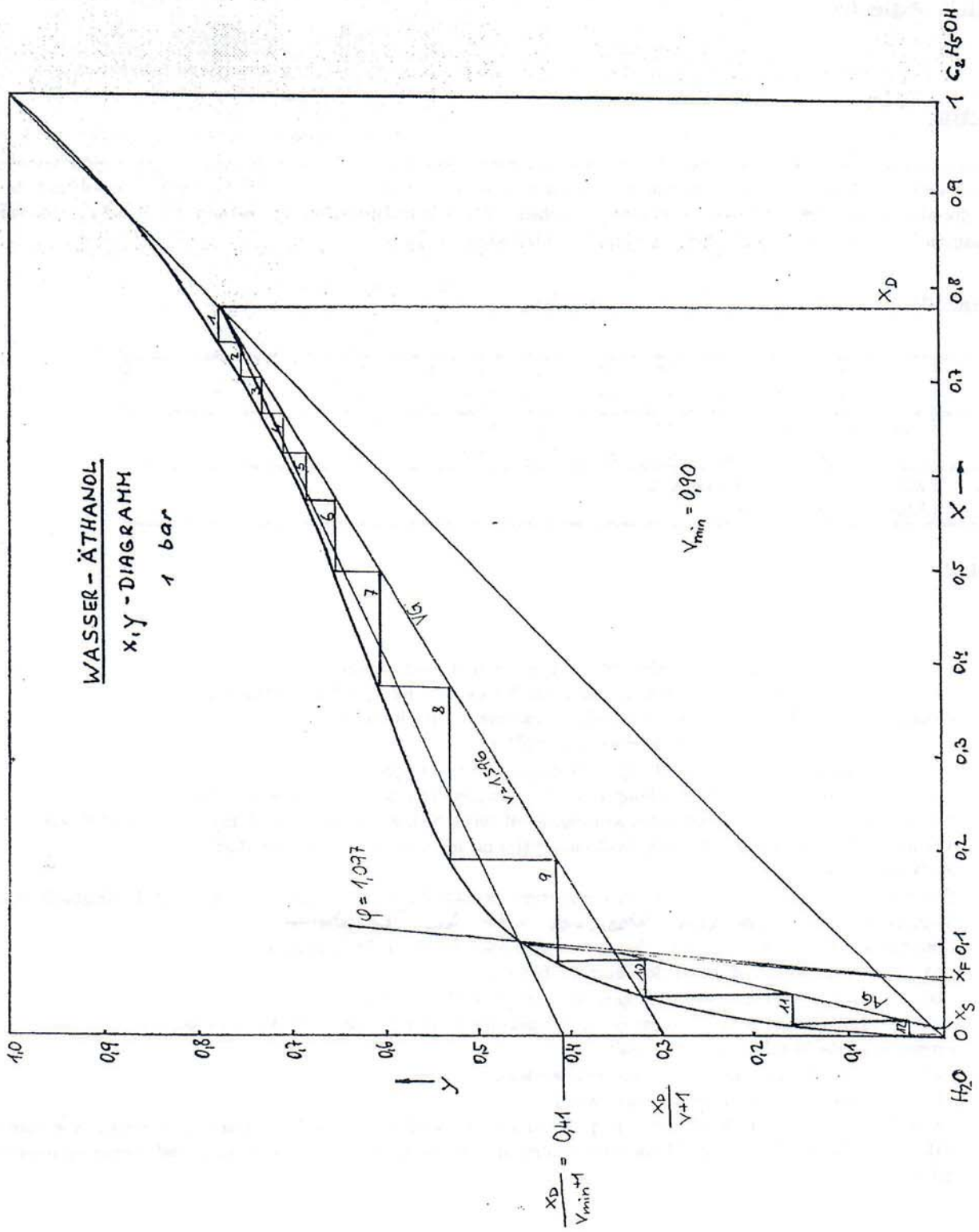


Abbildung VIII.2.3.2.: McCabe-Thiele-Diagramm.

VIII.3. Aufgabe

Gegeben:

In einer kontinuierlich betriebenen Rektifikationskolonne sollen stündlich 40.000 kg einer Mischung aus 50 Massen% Benzol und 50 Massen% Toluol aufgearbeitet werden. Das Kopfprodukt soll aus 97 Massen% Benzol und das Sumpfprodukt aus 98 Massen% Toluol bestehen. Das Rücklaufverhältnis beträgt 3,5, die molaren Verdampfungswärmen 30,8 kJ/mol für Benzol und 33,3 kJ/mol für Toluol.

Tabelle VIII.2.3.1.: Gleichgewichtsdaten im System Benzol / Toluol.

x	3	5	10	15	20	25	30	35	40	45
y	7,1	11,2	20,8	29,4	37,2	44,2	50,7	56,6	61,9	66,7
x	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
y	71,3	75,5	79,1	82,5	85,7	88,5	91,2	93,9	95,9	98,0
x	Mol-% Benzol in der Flüssigkeit									
y	Mol-% Benzol im Dampf									

Gesucht:

1. a) Berechnen sie die Molenbrüche von Feed, Sumpf- und Kopfprodukt.
   b) Bestimmen sie die Produktströme (Feed, Sumpf- und Kopfprodukt) in kmol/h.
2. Gesucht ist die Bodenanzahl und Position des Feedzulaufes (graphisch) für:
   a) Zulauf des Feed mit Siedetemperatur (95°C).
   b) Zulauf des Feed mit 20°C; spez. Wärme c_p = 1,842 J/(g·K).
   c) Zulauf des Feed als Mischung von 2/3 gesättigtem Dampf und 1/3 siedende Flüssigkeit.
3. Wie groß ist der Kühlwasserbedarf am Kolonnenkopf, wenn Kühlwasser mit einer Temperatur von 15°C zur Verfügung steht und das Kühlwasser den Kondensator maximal mit 60°C verlassen darf?
   c_p (Wasser) = 4,18 J/(g·K)
4. Ermitteln sie den NTU-Wert für das gegebene Rücklaufverhältnis und den Fall des Feedzulaufs mit Siedetemperatur
5. Ermitteln sie das Mindestrücklaufverhältnis aus dem McCabe Thiele Diagramm für:
   a) Zulauf des Feed mit Siedetemperatur (95°C).
   b) Zulauf des Feed mit 20°C; spez. Wärme c_p = 1,842 J/(g·K).
   c) Zulauf des Feed als Mischung von 2/3 gesättigtem Dampf und 1/3 siedende Flüssigkeit.
6. Ermitteln sie die Mindesttrennstufenzahl:
   a) grafisch aus dem McCabe Thiele Diagramm.
   b) rechnerisch nach Fenske-Underwood.
7. Ermitteln sie die Anzahl der theoretischen Trennstufenzahl mithilfe des Gilliland-Diagramms (siehe Abbildung VIII.2.2.1). Verwenden sie die Mindesttrennstufenzahl, die sie rechnerisch nach Fenske-Underwood verwendet haben.

VIII.4. Lösungen

1. a) $x_F = 0{,}541$
   $x_E = 0{,}974$
   $x_S = 0{,}024$
   b) $\dot{n}_F = 473{,}1$ kmol/h
   $\dot{n}_E = 257{,}5$ kmol/h
   $\dot{n}_S = 215{,}6$ kmol/h
2. a) ~ 9,7 / 5. Sufe
   b) ~ 9,5 / 5. Sufe
   c) ~ 10,2 / 6. Sufe
3. $\dot{m}_{H_2O} = 190\ 500$ kg/h
4. NTU = 11,1
5. a) $v_{min} = 1{,}12$
   b) $v_{min} = 0{,}95$
   c) $v_{min} = 1{,}71$
6. a) $n_{min} = 8$
   b) $n_{min} = 6{,}7$
7. $n = 8{,}7$

IX. Trocknung

IX.1. Literatur

[1] Skriptum: *Verfahrenstechnik Laborübungen*; TU Wien
[2] Skriptum: *Thermische Verfahrenstechnik*; TU Wien
[3] K. Sattler: *Thermische Trennverfahren*; VCH, 1988

IX.2. Grundlagen

Die thermische Trocknung läuft in zwei Teilschritten ab. Zunächst wird Wärme durch Leitung, Konvektion oder Strahlung von außen an das Gut herangeführt oder im Gutinneren erzeugt. Die Wärme wird dazu benutzt, Feuchte aus dem Gut zu verdunsten oder zu verdampfen. Hiernach erfolgt dann eine Trennung von Gutphase und Feuchtdampf. Der Feuchtdampf wird vom Gut weggeführt und manchmal außerhalb des Trockners kondensiert.
Die Thermische Trocknung wird als Verdunstungstrocknung und Kontakttrocknung, in Sonderfällen auch als Vakuumtrocknung, Gefriertrocknung, Strahlungstrocknung und Hochfrequenztrocknung durchgeführt. Manchmal werden auch verschiedene Verfahren kombiniert.
Verlauf und Dauer der Trocknung hängen von den Trocknungsbedingungen, von den sich während der Trocknung im Gut ausbildenden Temperatur- und Feuchtekonzentrationsprofilen und vor allem von der Feuchtebewegung im Gut ab. Die Feuchtebewegung ist geprägt durch Eigenschaften, Form und Abmessungen des Gutes und die Art der Feuchtebindung an das Gut.

- **Eigenschaften des feuchten Gases:**

Der Gehalt an dampfförmiger Feuchte im feuchten Gas, der absolute Dampfgehalt oder die Feuchtebeladung X des Gases ist

$$X = \frac{m_D}{m_L}$$

mit m_D als der im feuchten Gas enthaltenen Dampfmasse und m_L als der Trockengasmasse. Mit

$$\frac{p_D}{p_L} = \frac{p_D}{p - p_D} = \frac{m_D}{m_L} \cdot \frac{M_L}{M_D} = X \cdot \frac{M_L}{M_D}$$

folgt für den absoluten Dampfgehalt X

$$X = \frac{p_D}{p - p_D} \cdot \frac{M_D}{M_L}$$

Führt man noch die sogenannte relative Feuchte

$$\varphi = \frac{p_D}{p_{o,D}} = \frac{\rho_D}{\rho_{o,D}}$$

ein, so ergibt sich für X

$$X = \frac{\varphi \cdot p_{o,D}}{p - \varphi \cdot p_{o,D}} \cdot \frac{M_D}{M_L}$$

Darin sind:

p_D, p_L	Partialdruck von Feuchtedampf bzw. Trockengas
M_D, M_L	Molmassen von Feuchte und Trockengas
p	Gesamtdruck
$p_{o,D}$	Sättigungsdruck der Feuchte zur gleichen Bezugstemperatur wie p_D
$\rho_D, \rho_{o,D}$	Dichte des Feuchtedampfes im untersättigten und gerade gesättigten Feuchtgas

Die Enthalpie h von *(1+X)* kg feuchtem Gas setzt sich aus der Enthalpie des trockenen Gases h_L und derjenigen des im Feuchtgases enthaltenen Feuchtdampfes zusammen:

$$h = h_L + X \cdot h_D = c_{p,D} \cdot \vartheta + X \cdot (c_{p,D} \cdot \vartheta + \Delta h_{l,g})$$

wenn man die Enthalpie des trockenen Gases, die Enthalpie der flüssigen Feuchte bei 0°C gleich Null setzt und auf eine Temperatur ϑ bezieht.
Ist das Feuchtgas übersättigt, so ist überschüssige Feuchte je nach Temperatur flüssig oder erstarrt in Form von Eiskristallen $(X > X_S)$. Die Enthalpie (entweder $(X - X_S) \cdot c_{p,W} \cdot \vartheta$ oder $(X - X_S) \cdot (c_{p,E} \cdot \vartheta - \Delta h_{s,l})$) wird dann addiert.
Die Zustandsänderungen des feuchten Gases lassen sich anschaulich in dem von Mollier vorgeschlagenen h-X-Diagramm verfolgen (Abbildung IX.2.1.).

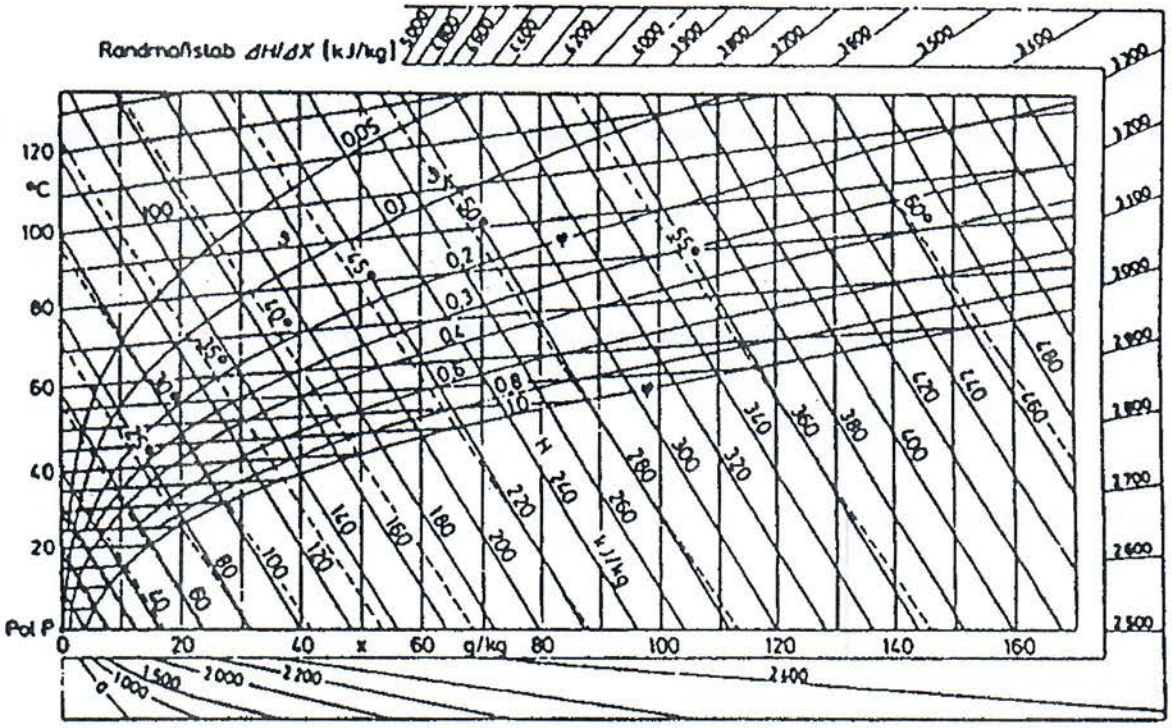


Abbildung IX.2.1.: h-X-Diagramm nach Mollier

Luft
Molmasse $M_L = 29$ kg/mol

Spezifische Wärme c_{pL} bei 1 bar und verschiedenen Temperaturen

ϑ [°C]	−50	0	50	100	150	200	250
c_{pL} [kJ/kg · K]	1,0055	1,0056	1,008	1,012	1,018	1,026	1,035

Wasser
Molmasse $M_D = 18$ kg/kmol
Verdampfungsenthalpie bei 0 °C $\Delta H_{lg} = 2500$ kJ/kg
Schmelzenthalpie bei 0 °C $\Delta H_{sl} = 333$ kJ/kg
Mittlere spezifische Wärme des flüssigen Wassers $c_{pw} = 4{,}19$ kJ/kg · K
Mittlere spezifische Wärme des Eisens $c_{pe} = 2{,}05$ kJ/kg · K

Spezifische Wärme c_{pD} bei $p = 0$ und verschiedenen Temperaturen

ϑ [°C]	−50	0	50	100	150	200	250
c_{pw} [kJ/kg · K]	1,855	1,858	1,864	1,872	1,881	1,892	1,905

Tabelle IX.2.1.: Stoffwerte

Eine vereinfachte Darstellung der wesentlichen Zustandsgebiete im Mollier-Diagramm ist in Abbildung IX.2.2 wiedergegeben.

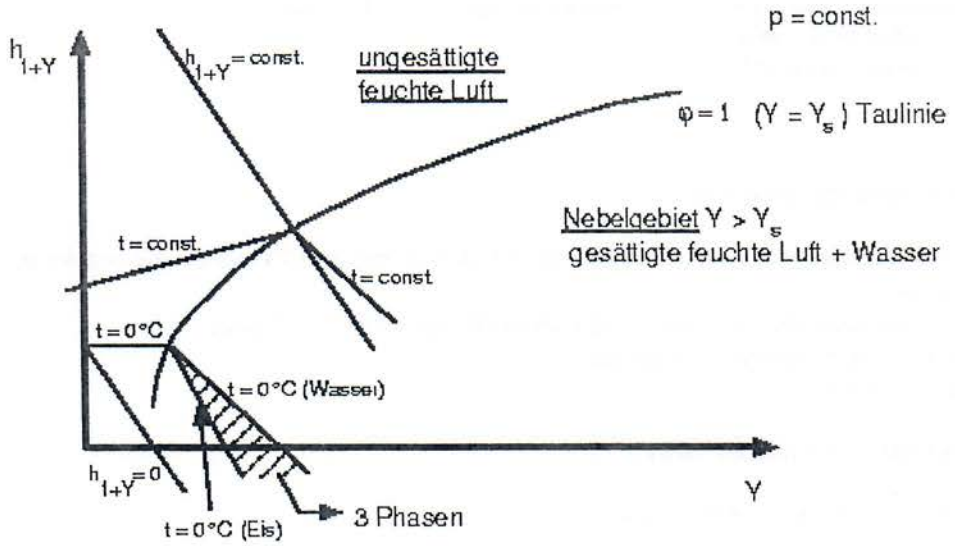


Abbildung IX.2.2.: Zustandsgebiete im h-X-Diagramm nach Mollier (schematisch)

IX.3. Beispiele

IX.3.1. Beispiel 1

Gegeben:

10.000m³ feuchte Luft werden mit einer relativen Feuchte von 90% und einer Temperatur von 15°C werden stündlich in einem Luftvorwärmer bei einem Druck von 1,013bar auf eine Temperatur von 110°C aufgeheizt.

Betriebsdruck	p=1,013 bar
Eintrittsvolumenstrom der feuchten Luft	$\dot{V}$=10.000 m³/h
Eintrittstemperatur	ϑ_1=15°C
Austrittstemperatur	ϑ_2=110°C
Molmasse des Wassers	M_D=18 kg/kmol
Molmasse der trockenen Luft	M_L=29 kg/kmol
Relative Feuchte der Eintrittsluft	φ_1=0,9
Sattdampfdruck des Wassers zu ϑ_1	$p_{o,D}$=0,017 bar
Sattdampfdruck des Wassers zu ϑ_2	$p_{o,D}$=1,43 bar
Gaskonstante der Luft	R_L=0,287 kJ/(kg·K)

Gesucht:

Man bestimme rechnerisch und mit Hilfe des Mollier'schen h-X-Diagramms

1. die Taupunktstemperatur der in den Luftvorwärmer eintretenden Feuchtluft
2. den Wärmebedarf beim Aufheizen
3. die relative Feuchte der Heißluft

Lösung:

- **Taupunktstemperatur (graphisch)**

Eintragen von Zustandspunkt 1 der feuchten Luft als Schnittpunkt der ϑ_1=15°C-Isothermen mit der φ_1=0,9-Linie im h-X-Diagramm.
Aufsuchen des Schnittpunktes T der Ordinatenparallelen durch 1 mit der φ=1-Linie.
Ablesen der durch T verlaufenden ϑ_T-Isothermen.
Man erhält für ϑ_T=13,4°C

- **Taupunktstemperatur (rechnerisch)**

Für den absoluten Dampfgehalt ergibt sich aus

$$X_1 = \frac{\varphi_1 \cdot p_{o,D} \cdot M_D}{(p - \varphi_1 \cdot p_{o,D}) \cdot M_L} = \frac{0{,}9 \cdot 0{,}017 \cdot 18}{(1{,}013 - 0{,}9 \cdot 0{,}017) \cdot 29} = 0{,}0096 \;\; kg_W / kg_W$$

Die Gleichung nach $p_{o,D}$ umformen und mit $p_{o,D} = p_{o,T}$ (=zur Sattdampftemperatur ϑ_T gehörender Sattdampfdruck) sowie mit X_1=0,0096kg/kg und φ=1 nach $p_{o,T}$ auflösen:

$$p_{o,T} = \frac{p \cdot X_1}{\varphi \cdot \frac{M_D}{M_L} + X_1 \cdot \varphi} = \frac{1{,}013 \cdot 0{,}0096}{1 \cdot \frac{18}{29} + 0{,}0096 \cdot 1} = 0{,}015 \;\; bar$$

Aus der Dampftafel des Wassers ergibt sich zu $p_{o,T}$=0,015bar als Taupunktstemperatur eine Sättigungstemperatur von ϑ_T=13,2°C.

- **Wärmebedarf (rechnerisch)**

Der Massenstrom $\dot{m}_L$ der trockenen Luft folgt aus

$$\dot{m}_L = \frac{(p - \varphi_1 \cdot p_{o,D}) \cdot V}{R_L \cdot T_1} = \frac{(1{,}013 - 0{,}9 \cdot 0{,}017) \cdot 10.000 \cdot 10^2}{0{,}287 \cdot 288} = 11.913 \ kg/h$$

Für die Enthalpien h_1 und h_2 ergibt sich mit $c_{p,L}$=1,009 kJ/(kg·K), $c_{p,D}$=1,87kJ/(kg·K) und $\Delta h_{l,g}$=2500 kJ/kg.

$$h_1 = c_{p,L} \cdot \vartheta_1 + X_1 \cdot (c_{p,D} \cdot \vartheta_1 + \Delta h_{l,g}) = 1{,}009 \cdot 15 + 0{,}0096 \cdot (1{,}87 \cdot 15 + 2.500) = 34{,}9 \ kJ/kg$$

$$h_2 = 1{,}009 \cdot 110 + 0{,}0096 \cdot (1{,}87 \cdot 110 + 2.500) = 137 \ kJ/kg$$

Für den Wärmestrom $\dot{Q}$ folgt dann mit

$$\dot{Q} = \dot{m}_L \cdot (h_2 - h_1) = 11.913 \cdot (137 - 39{,}4) = 1.162.709 \ kJ/h$$

- **relative Feuchte der Heißluft (rechnerisch)**

$$\varphi_2 = \frac{X_2 \cdot p}{p_{o,D} \cdot \frac{M_D}{M_L} + X_2 \cdot p_{o,D}} = \frac{0{,}0096 \cdot 1{,}013}{1{,}43 \cdot \frac{18}{29} + 0{,}0096 \cdot 1{,}43} = 0{,}0165 = 1{,}65\%$$

- **Wärmebedarf und relative Feuchte (graphisch)**

Ablesen von h_1 an der Isenthalpen durch Zustandspunkt 1. h_1=39,8 kJ/kg
Aussuchen von Zustandspunkt 2 als Schnittpunkt der Ordinatenparallelen 1 mit der ϑ_2=110°C-Isothermen
Ablesen von h_2=136 kJ/kg und φ_2=0,017 im Zustandspunkt 2.

IX.3.2. Beispiel 2

Gegeben:

In der Mischkammer einer Lüftungsanlage werden stündlich 1.200 kg/h Frischluft mit einer Temperatur von 5°C und einer relativen Feuchte von 80% und 2.500 kg/h Abluft mit einer Temperatur von 30°C und einer relativen Feuchte von 40% adiabat bei einem Druck von 1,013bar gemischt.

Massenstrom der Frischluft	$\dot{m}_1$=1.200 kg/h
Massenstrom der Abluft	$\dot{m}_2$=2.500 kg/h
Temperatur der Frischluft	ϑ_1=5°C
Temperatur der Abluft	ϑ_2=30°C
Relative Feuchte der Frischluft	φ_1=0,8
Relative Feuchte der Abluft	φ_2=0,4
Gesamtdruck :	p=1,013 bar
Sattdampfdruck zu ϑ_1	$p_{o,D,1}$ =0,0087 bar
Sattdampfdruck zu ϑ_2	$p_{o,D,2}$=0,0424 bar

Gesucht:

Bestimmen Sie graphisch und rechnerisch den Zustand der feuchten Mischluft.

Lösung:

- **Absoluter Dampfgehalt X_M der Mischluft (rechnerisch)**

Die absoluten Dampfgehalte X_1 und X_2 von Frischluft und Abluft ergeben sich aus

$$X_1 = \frac{\varphi_1 \cdot p_{o,D,1} \cdot M_D}{(p - \varphi_1 \cdot p_{o,D,1}) \cdot M_L} = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}0087 \cdot 18}{(1{,}013 - 0{,}8 \cdot 0{,}0424) \cdot 29} = 0{,}0043 \ \ kg/kg$$

$$X_2 = \frac{\varphi_2 \cdot p_{o,D,2} \cdot M_D}{(p - \varphi_2 \cdot p_{o,D,2}) \cdot M_L} = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}0424 \cdot 18}{(1{,}013 - 0{,}4 \cdot 0{,}0424) \cdot 29} = 0{,}0106 \ \ kg/kg$$

Massenströme $\dot{m}_{L,1}$ und $\dot{m}_{L,2}$ der trockenen Luft in Frischluft und Abluft

$$\dot{m}_{L,1} = \frac{\dot{m}_1}{1 + X_1} = \frac{1.200}{1 + 0{,}0043} = 1.195 \ \ kg/h$$

$$\dot{m}_{L,2} = \frac{\dot{m}_2}{1 + X_2} = \frac{2.500}{1 + 0{,}0106} = 2.474 \ \ kg/h$$

Der absolute Dampfgehalt X_M der Mischluft ergibt sich zu

$$X_M = \frac{\dot{m}_{L,1} \cdot X_1 + \dot{m}_{L,2} \cdot X_2}{\dot{m}_{L,1} + \dot{m}_{L,2}} = \frac{1.195 \cdot 0{,}0043 + 2.474 \cdot 0{,}0106}{1.195 + 2.474} = 0{,}0086 \ \ kg/kg$$

- **Enthalpie h_M der Mischluft (rechnerisch)**

Die Enthalpien h_1 der Frischluft und h_2 der Abluft ergeben sich zu

$$h_1 = c_{p,L} \cdot \vartheta_1 + X_1 \cdot (c_{p,D} \cdot \vartheta_1 + \Delta h_{l,g}) = 1{,}006 \cdot 5 + 0{,}0043 \cdot (1{,}86 \cdot 5 + 2.500) = 15{,}8 \ \ kJ/kg$$

$$h_2 = c_{p,L} \cdot \vartheta_2 + X_2 \cdot (c_{p,D} \cdot \vartheta_2 + \Delta h_{l,g}) = 1{,}006 \cdot 30 + 0{,}0106 \cdot (1{,}86 \cdot 30 + 2.500) = 57{,}3 \ \ kJ/kg$$

Daraus ergibt sich die Enthalpie h_M der Mischluft

$$h_M = \frac{\dot{m}_{L,1} \cdot h_1 + \dot{m}_{L,2} \cdot h_2}{\dot{m}_{L,1} + \dot{m}_{L,2}} = \frac{1.195 \cdot 15{,}8 + 2.474 \cdot 57{,}3}{1.195 + 2.474} = 43{,}8 \ \ kJ/kg$$

Der Zustand der Mischluft ist damit rechnerisch über X_M und h_M festgelegt.

- **Ermittlung des Mischpunktes (graphisch)**

Der Zustandspunkt M der Mischluft liegt auf der Verbindungslinie der Zustandspunkte 1 (mit ϑ_1 und φ_1) und 2 (mit ϑ_2 und φ_2). Der Abstand l wird aus dem h-X-Diagramm entnommen, beispielsweise l=42mm. Für den Abstand $l_1 = \overline{lM}$ des Zustandspunktes 1 der Frischluft vom Mischpunkt M ergibt sich

$$l_1 = \frac{l \cdot \dot{m}_{L,2}}{\dot{m}_{L,1} + \dot{m}_{L,2}} = \frac{42 \cdot 2.474}{1.195 + 2.474} = 28{,}3 \ mm$$

Damit ist der Mischungspunkt auf der Verbindungsgeraden $\overline{12}$ festgelegt. Man liest in M ab:

ϑ_M=21,7°C
$h_M = 44{,}7 \ kJ/kg$
$\varphi_M = 0{,}53$
$X_M = 0{,}0087 \ kg/kg$

IX.3.3. Beispiel 3

Gegeben:

Abluft mit 30°C und 40% relativer Feuchte wird bei einem Druck von 1,013bar insgesamt 50 kg/h überhitzter Wasserdampf mit einem Druck von 1,013bar und 200°C zugemischt.

Massenstrom der trockenen Abluft	$\dot{m}_{L,1}$=2.474 kg/h
Temperatur der Abluft	ϑ_1=30°C
Relative Feuchte der Abluft	φ_1=0,4
Absoluter Dampfgehalt der Abluft	X_1=0,0106 kg/kg
Gesamtdruck :	p=1,013 bar
Enthalpie der Abluft	h_1=57,3 kJ/kg
Enthalpie der überhitzten Wasserdampfes	h_F=2.866 kJ/kg

Gesucht:

Man bestimme rechnerisch und graphisch den Zustand der Feuchtluft nach der Befeuchtung.

Lösung:

- **Festlegung des Mischpunktes (rechnerisch)**

Der absolute Dampfgehalt X_M der befeuchteten Luft folgt aus

$$X_M = \frac{\dot{m}_{L,1} \cdot X_1 + \dot{m}_F}{\dot{m}_{L,1}} = \frac{2.474 \cdot 0{,}0106 + 50}{2.474} = 0{,}031 \ kg/kg$$

Die Enthalpie h_M der befeuchteten Luft folgt aus

$$h_M = \frac{\dot{m}_{L,1} \cdot h_1 + \dot{m}_F \cdot h_F}{\dot{m}_{L,1}} = \frac{2.474 \cdot 57{,}3 + 50 \cdot 2.866}{2.474} = 115{,}2 \ kJ/kg$$

Mit X_M und h_M ist der Zustand der befeuchteten Abluft festgelegt.

- **Ermittlung des Mischpunktes (graphisch)**

Eintragen des Zustandspunktes 1 der Abluft vor der Befeuchtung mit Hilfe von ϑ_1 und φ_1 im h-X-Diagramm.
Abtragen der Enthalpie h_F des überhitzten Wasserdampfes als $\frac{\Delta h}{\Delta X}$ auf dem Randmaßstab.
Einzeichnen der Verbindungslinie zwischen Pol und Randmaßstabspunkt.
Parallelverschieben dieser Verbindungslinie durch Zustandspunkt 1 und Festlegen des Schnittpunktes M als Mischpunkt zwischen der Parallelen und der Ordinatenparallelen durch X_M.
Ablesen der Koordinaten des Mischpunktes.

IX.3.4. Beispiel 4

Gegeben:

Bei einem Druck von 0,8bar ist der Zustand einer Feuchtluft mit 25°C und 60% relativer Feuchte gegeben.

Gesamtdruck	p_V=0,8 bar
Relative Feuchte	φ_V=0,6
Gesamtdruck	p_N=1,013 bar
Temperatur	ϑ_N=25°C

Gesucht:

Man ermittle den Zustandspunkt dieser Feuchtluft im auf einen Gesamtdruck von 1,013 bar bezogenen h-X-Diagramm.

Lösung:

Solange mit konstanten spezifischen Wärmen der trockenen Luft und des Wasserdampfes gerechnet werden darf, ist der Zusammenhang zwischen Isenthalpen, absolutem Dampfgehalt und Isothermen im Gebiet der Untersättigung des h-X-Diagramms unabhängig vom Gesamtdruck. Die relative Feuchte φ ändert sich jedoch mit variierendem Gesamtdruck. Jedes h-X-Diagramm ist daher nur für den Gesamtdruck verwendbar, für den es berechnet wurde, wobei kleine Abweichungen von ±30mbar im Rahmen der technischen Genauigkeitsansprüche toleriert werden. Bei einem anderen Gesamtdruck ändert sich der Verlauf der φ-Linien und der Nebelisothermen.
Im Gebiet der Untersättigung verhalten sich die Wasserdampfpartialdrücke $p_{D,V}$, $p_{D,N}$ wie die Gesamtdrücke p_V, p_N

$$\frac{p_{D,V}}{p_{D,N}} = \frac{p_V}{p_N} = \frac{\varphi_V \cdot p_{o,D}}{\varphi_N \cdot p_{o,D}}$$

Daraus folgt:

$$\varphi_N = \varphi_V \cdot \frac{p_V}{p_N} = 0{,}6 \cdot \frac{1{,}013}{0{,}8} = 0{,}76$$

Der Zustandspunkt der gegebenen Feuchtluft im zum Gesamtdruck p_N=1,013 bar gehörenden h-X-Diagramm ist daher durch φ_N=0,76 und ϑ_N=25°C festgelegt

IX.4. Aufgaben

IX.4.1. Aufgabe 1

Gegeben:

In einem einstufigen Konvektionstrockner sollen aus einem Feuchtgut 50 kg/h Wasser entfernt werden. Die dabei verwendete Frischluft besitzt vor Eintritt in den Vorwärmer folgende Zustandsdaten:

T_1=10°C
ξ_1=90% (relative Feuchte)

und am Austritt des Trockners:

T_2=34°C
ξ_2=60% (relative Feuchte)

Gesucht:

1. Welcher stündliche Enthalpiebedarf ist für die Trocknung notwendig (Verluste und Änderung der fühlbaren Wärme des Feuchtgutes dürfen vernachlässigt werden) ?
2. Wie hoch ist die Eintrittstemperatur des Trockners ?

Hinweis: Das Beispiel kann ohne großen Rechenaufwand mit Hilfe des Mollier-Diagramms gelöst werden.

IX.4.2. Aufgabe 2

Gegeben: Variante A

Um ein feuchtes Gut (60 kg/h, Feuchtigkeitsgehalt 8%) zu trocknen, müssen zuerst in einer Mischkammer zwei Luftströme gemischt werden:

Luftstrom 1:	2 kg/min	91°C	ξ_1=0,05 (relative Feuchte)	1 bar
Luftstrom 2:	20 kg/h	78°C	ξ_2=0,1 (relative Feuchte)	1 bar

Gesucht: Variante A

1. Der absoluten Dampfgehalt der beiden Luftströme, sowie der Mischungsluft (rechnerisch und graphisch)
2. Die stündlich in den Mischer eintretenden trockenen Luftmengen
3. Die stündlich in der Mischungsluft enthaltene Wassermenge
4. Die relative Feuchtigkeit im Mischungspunkt
5. Die Temperatur im Mischungspunkt
6. Die Taupunktstemperatur für den Mischungszustand
7. Die Höhe des zu dieser Temperatur gehörenden Sattdampfdruckes (rechnerisch)

Gegeben: Variante B

Nach dem Mischer wird der Luftstrom in einen Trockner geleitet. Die Trocknung verläuft isenthalp. Der austretende Luftstrom besitzt eine relative Feuchtigkeit von 90%.

Gesucht: Variante B

1. Die von der Luft aufgenommene Wassermenge
2. Die Restfeuchte im Gut

Zusätzlich:

Zeichnen Sie die Zustandspunkte

1 - Luftstrom 1
2 - Luftstrom 2
M - Mischungspunkt
T - Trocknerausgang

im h-X-Diagramm ein.

IX.4.3. Aufgabe 3

Gegeben:

In einer Trocknungsanlage sollen aus einem Gut stündlich isenthalp W=3.000 kg Wasser entfernt werden. Dazu steht Frischluft (Zustand 0) und Umluft (Zustand 5) zur Verfügung (siehe Abbildung IX.4.3.1.). Zusätzlich gelten aus verfahrenstechnischen Überlegungen folgende Randbedingungen:

- Die Luft soll im Zustand 2 eine Temperatur von 100°C haben
- Im Zustand 3 soll ein Taupunkt von 40°C nicht überschritten werden und die relative Luftfeuchtigkeit soll 90°C betragen
- Die Trocknung erfolgt unter Umgebungsdruck bei p=1 bar

Gesucht:

Variante A

Ventileinstellungen: Ventil 1 offen, Ventil 2 und Ventil 3 geschlossen

Zustand 0 (Frischluft): x_0=0,01 t_0=20°C $p_{0,D}$=23,4 mbar

1. Zeichnen Sie im h-X-Diagramm die Randbedingungen ein und bestimmen Sie graphisch den Wert x_3
2. Berechnen Sie den benötigten feuchten Frischluftstrom in m³/h
3. Berechnen Sie den bezogenen Wärmebedarf $\frac{Q_{zu}}{W}$ (entfernte Wassermenge in kg)
4. Überprüfen Sie, ob bei feuchtem Hochsommerwetter ein einstufiger Betrieb möglich ist, wenn eine maximale Frischluftmenge von 11.000 m³ zur Verfügung steht (Begründung)

Variante B

Ventileinstellungen: Ventil 1 und Ventil 2 variabel, Ventil 3 geschlossen

Zustand 0 (Frischluft): x_0=0,01 t_0=20°C $p_{0,D}$=23,4 mbar

1. Welche theoretischen Luftströme ergeben sich, wenn der Zustand 3 aus *Variante A* unverändert bleibt und die Temperatur im Zustand 2 auf 80°C reduziert wird ?
2. Geben Sie für den Zustand 2 x_2, t_2 und h_2 an
3. Berechnen Sie den bezogenen Wärmebedarf $\frac{Q_{zu}}{W}$

Variante C

Ventileinstellungen: Ventil 1 und Ventil 3 variabel, Ventil 2 geschlossen

Zustand 0 (Frischluft): x_0=0,01 t_2=20°C $p_{0,D}$=23,4mbar

Die Zustände 2 und 3 sollen jenem aus Beispiel 3 entsprechen. Die Umluft wird über einen Kondensator geführt, wo ihr Wasser, entsprechend dem Taupunkt, entzogen wird. Die Temperatur im Zustand 5 soll 28°C betragen ($p_{0,D}$=37,8 mbar).

1. Geben Sie für den Zustand 4 x_4, t_4 und h_4 an
2. Geben Sie für das Verhältnis der trockenen Luftmengen $\frac{L_0}{L_5}$ an
3. Wie groß ist die feuchte Abluftmenge ?
4. Welche stündliche Wassermenge muss am Kondensator abgeführt werden ?

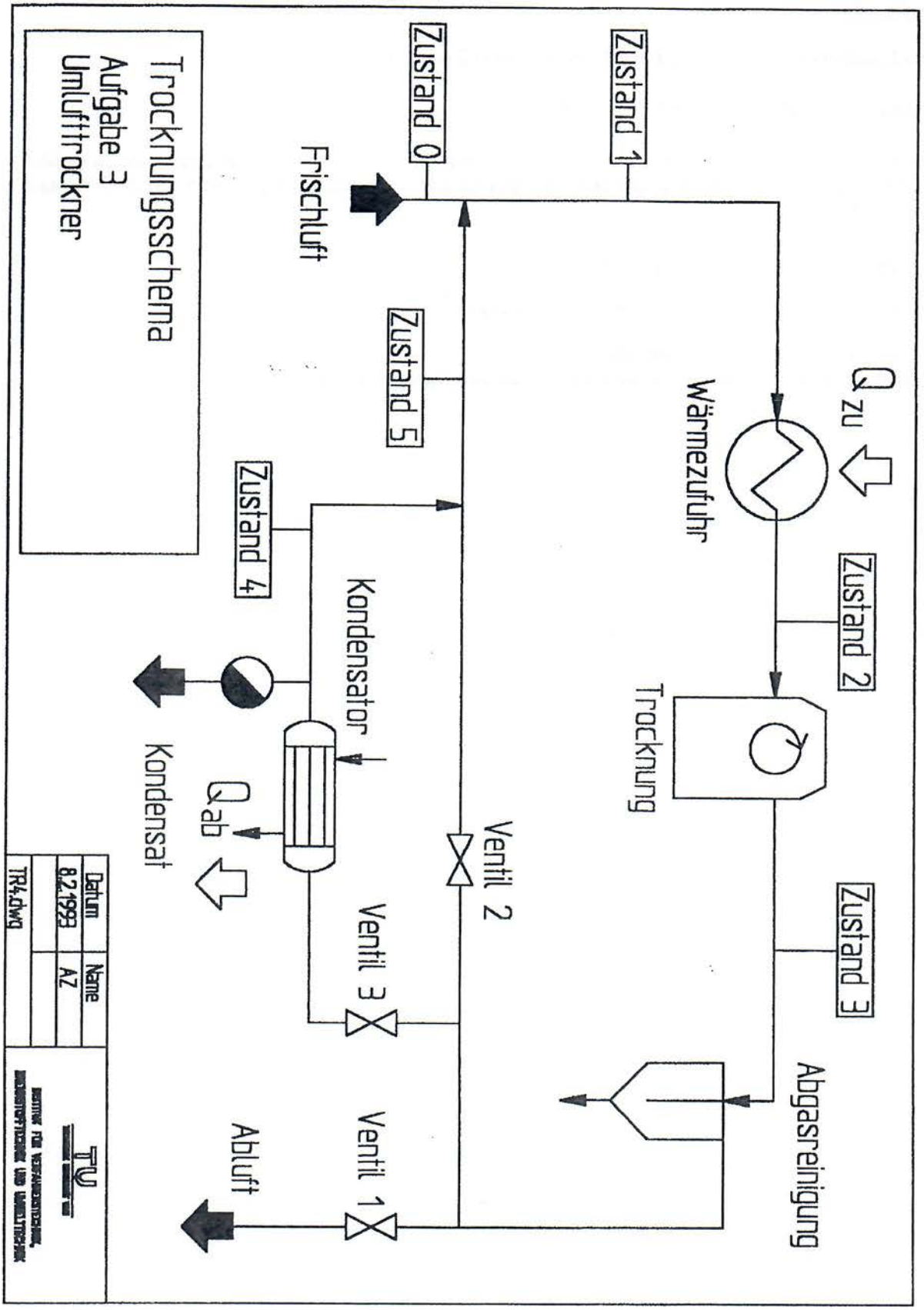


Abbildung IX.4.3.1.: Fließbild

IX.5. Lösungen

IX.5.1. Aufgabe 1

Enthalpiebedarf: ca. 215.900 kJ/h
Eintrittstemperatur: ϑ_e=67°C

IX.5.2. Aufgabe 2

$\dot{m}_{L_1}$=117,2 kg/h
$\dot{m}_{L_2}$=19,45 kg/h
$\dot{m}_D$=3,35 kg/h
$p_{O,D}$=37,8 mbar
x=0,03 kgW/kgGut

IX.5.3. Aufgabe 3

Variante A

$\frac{Q_{zu}}{W}$=3.200 kJ/kg

Variante B

$\dot{L}_3$=5,1 t/h

$\dot{L}_0$=11,8 t/h

$\frac{Q_{zu}}{W}$=3.200 kJ/kg

Variante C

$\frac{L_0}{L_5}$=0,87

W_k=100kg

IX.6. Anhang

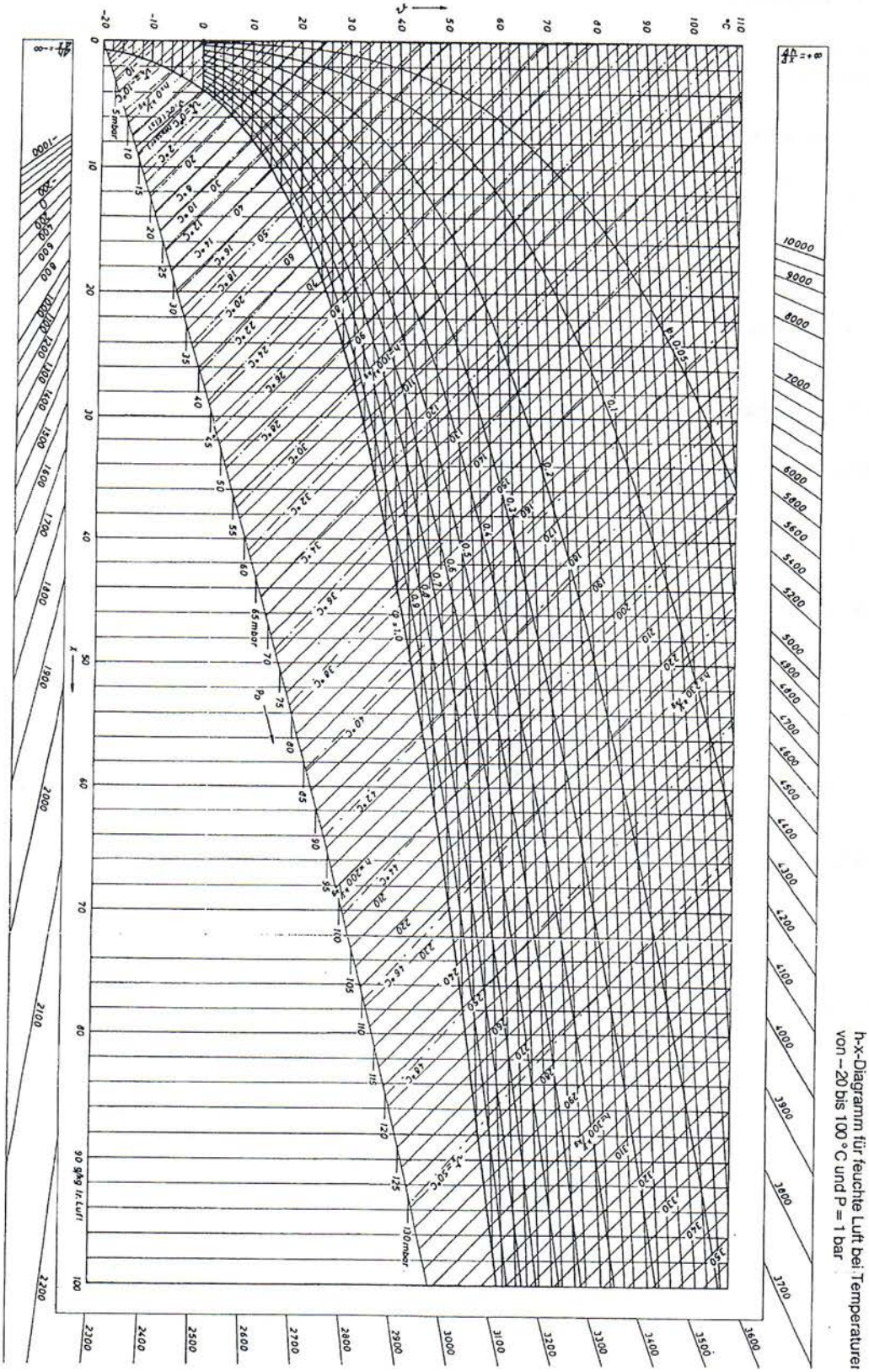


Abbildung IX.6.1.: h-X-Diagramm

Anh. D 9 Tabelle 3. Dampftafel. Sättigungszustand (Temperaturtafel)

t °C	p bar	v' dm³/kg	v'' m³/kg	h' kJ/kg	h'' kJ/kg	r kJ/kg	s' kJ/(kg K)	s'' kJ/(kg K)
0	0,006108	1,0002	206,3	−0,04	2501,6	2501,6	−0,0002	9,1577
2	0,007055	1,0001	179,9	8,39	2505,2	2496,8	0,0306	9,1047
4	0,008129	1,0000	157,3	16,80	2508,9	2492,1	0,0611	9,0526
6	0,009345	1,0000	137,8	25,21	2512,6	2487,4	0,0913	9,0015
8	0,010720	1,0001	121,0	33,60	2516,2	2482,6	0,1213	8,9513
10	0,012270	1,0003	106,4	41,99	2519,9	2477,9	0,1510	8,9020
12	0,014014	1,0004	93,84	50,38	2523,6	2473,2	0,1805	8,8536
14	0,015973	1,0007	82,90	58,75	2527,2	2468,5	0,2098	8,8060
16	0,018168	1,0010	73,38	67,13	2530,9	2463,8	0,2388	8,7593
18	0,02062	1,0013	65,09	75,50	2534,5	2459,0	0,2677	8,7135
20	0,02337	1,0017	57,84	83,86	2538,2	2454,3	0,2963	8,6684
22	0,02642	1,0022	51,49	92,23	2541,8	2449,6	0,3247	8,6241
24	0,02982	1,0026	45,93	100,59	2545,5	2444,9	0,3530	8,5806
26	0,03360	1,0032	41,03	108,95	2549,1	2440,2	0,3810	8,5379
28	0,03778	1,0037	36,73	117,31	2552,7	2435,4	0,4088	8,4959
30	0,04241	1,0043	32,93	125,66	2556,4	2430,7	0,4365	8,4546
32	0,04753	1,0049	29,57	134,02	2560,0	2425,9	0,4640	8,4140
34	0,05318	1,0056	26,60	142,38	2563,6	2421,2	0,4913	8,3740
36	0,05940	1,0063	23,97	150,74	2567,2	2416,4	0,5184	8,3348
38	0,06624	1,0070	21,63	159,09	2570,8	2411,7	0,5453	8,2962
40	0,07375	1,0078	19,55	167,45	2574,4	2406,9	0,5721	8,2583
42	0,08198	1,0086	17,69	175,81	2577,9	2402,1	0,5987	8,2209
44	0,09100	1,0094	16,04	184,17	2581,5	2397,3	0,6252	8,1842
46	0,10086	1,0103	14,56	192,53	2585,1	2392,5	0,6514	8,1481
48	0,11162	1,0112	13,23	200,89	2588,6	2387,7	0,6776	8,1125
50	0,12335	1,0121	12,05	209,26	2592,2	2382,9	0,7035	8,0776
52	0,13613	1,0131	10,98	217,62	2595,7	2378,1	0,7293	8,0432
54	0,15002	1,0140	10,02	225,98	2599,2	2373,2	0,7550	8,0093
56	0,16511	1,0150	9,159	234,35	2602,7	2368,4	0,7804	7,9759
58	0,18147	1,0161	8,381	242,72	2606,2	2363,5	0,8058	7,9431
60	0,19920	1,0171	7,679	251,09	2609,7	2358,6	0,8310	7,9108
62	0,2184	1,0182	7,044	259,46	2613,2	2353,7	0,8560	7,8790
64	0,2391	1,0193	6,469	267,84	2616,6	2348,8	0,8809	7,8477
66	0,2615	1,0205	5,948	276,21	2620,1	2343,9	0,9057	7,8168
68	0,2856	1,0217	5,476	284,59	2623,5	2338,9	0,9303	7,7864
70	0,3116	1,0228	5,046	292,97	2626,9	2334,0	0,9548	7,7565
72	0,3396	1,0241	4,656	301,35	2630,3	2329,0	0,9792	7,7270
74	0,3696	1,0253	4,300	309,74	2633,7	2324,0	1,0034	7,6979
76	0,4019	1,0266	3,976	318,13	2637,1	2318,9	1,0275	7,6693
78	0,4365	1,0279	3,680	326,52	2640,4	2313,9	1,0514	7,6410
80	0,4736	1,0292	3,409	334,92	2643,8	2308,8	1,0753	7,6132
82	0,5133	1,0305	3,162	343,31	2647,1	2303,8	1,0990	7,5858
84	0,5557	1,0319	2,935	351,71	2650,4	2298,7	1,1225	7,5588
86	0,6011	1,0333	2,727	360,12	2653,6	2293,5	1,1460	7,5321
88	0,6495	1,0347	2,536	368,53	2656,9	2288,4	1,1693	7,5058
90	0,7011	1,0361	2,361	376,94	2660,1	2283,2	1,1925	7,4799
92	0,7561	1,0376	2,200	385,36	2663,4	2278,0	1,2156	7,4543
94	0,8146	1,0391	2,052	393,78	2666,6	2272,8	1,2386	7,4291
96	0,8769	1,0406	1,915	402,20	2669,7	2267,5	1,2615	7,4042
98	0,9430	1,0421	1,789	410,63	2672,9	2262,2	1,2842	7,3796
100	1,0133	1,0437	1,673	419,06	2676,0	2256,9	1,3069	7,3554
105	1,2080	1,0477	1,419	440,17	2683,7	2243,6	1,3630	7,2962
110	1,4327	1,0519	1,210	461,32	2691,3	2230,0	1,4185	7,2388
115	1,6906	1,0562	1,036	482,50	2698,7	2216,2	1,4733	7,1832
120	1,9854	1,0606	0,8915	503,72	2706,0	2202,2	1,5276	7,1293
125	2,3210	1,0652	0,7702	524,99	2713,0	2188,0	1,5813	7,0769
130	2,7013	1,0700	0,6681	546,31	2719,9	2173,6	1,6344	7,0261
135	3,131	1,0750	0,5818	567,68	2726,6	2158,9	1,6869	6,9766
140	3,614	1,0801	0,5085	589,10	2733,1	2144,0	1,7390	6,9284
145	4,155	1,0853	0,4460	610,60	2739,3	2128,7	1,7906	6,8815
150	4,760	1,0908	0,3924	632,15	2745,4	2113,2	1,8416	6,8358
155	5,433	1,0964	0,3464	653,78	2751,2	2097,4	1,8923	6,7911
160	6,181	1,1022	0,3068	675,47	2756,7	2081,3	1,9425	6,7475
165	7,008	1,1082	0,2724	697,25	2762,0	2064,8	1,9923	6,7048
170	7,920	1,1145	0,2426	719,12	2767,1	2047,9	2,0416	6,6630
175	8,924	1,1209	0,2165	741,07	2771,8	2030,7	2,0906	6,6221
180	10,027	1,1275	0,1938	763,12	2776,3	2013,1	2,1393	6,5819
185	11,233	1,1344	0,1739	785,26	2780,4	1995,2	2,1876	6,5424
190	12,551	1,1415	0,1563	807,52	2784,3	1976,7	2,2356	6,5036
195	13,987	1,1489	0,1408	829,88	2787,8	1957,9	2,2833	6,4654
200	15,549	1,1565	0,1272	852,37	2790,9	1938,6	2,3307	6,4278
205	17,243	1,1644	0,1150	874,99	2793,8	1918,8	2,3778	6,3906
210	19,077	1,1726	0,1042	897,74	2796,2	1898,5	2,4247	6,3539
215	21,060	1,1811	0,0946	920,63	2798,3	1877,6	2,4713	6,3176
220	23,198	1,1900	0,0860	943,67	2799,9	1856,2	2,5178	6,2817
225	25,501	1,1992	0,0784	966,89	2801,2	1834,3	2,5641	6,2461
230	27,976	1,2087	0,0715	990,26	2802,0	1811,7	2,6102	6,2107
235	30,632	1,2187	0,0653	1013,8	2802,3	1788,5	2,6562	6,1756
240	33,478	1,2291	0,0597	1037,6	2802,2	1764,6	2,7020	6,1406
245	36,523	1,2399	0,0546	1061,6	2801,6	1740,0	2,7478	6,1057
250	39,776	1,2513	0,0500	1085,8	2800,4	1714,6	2,7935	6,0708
255	43,246	1,2632	0,0459	1110,2	2798,7	1688,5	2,8392	6,0359
260	46,943	1,2756	0,0421	1134,9	2796,4	1661,5	2,8848	6,0010
265	50,877	1,2887	0,0387	1159,9	2793,5	1633,6	2,9306	5,9658
270	55,058	1,3025	0,0356	1185,2	2789,9	1604,6	2,9763	5,9304
275	59,496	1,3170	0,0327	1210,9	2785,5	1574,7	3,0223	5,8947
280	64,202	1,3324	0,0301	1236,8	2780,4	1543,6	3,0683	5,8586
285	69,186	1,3487	0,0277	1263,2	2774,5	1511,3	3,1146	5,8220
290	74,461	1,3659	0,0255	1290,0	2767,6	1477,6	3,1611	5,7848
295	80,037	1,3844	0,0235	1317,3	2759,8	1442,6	3,2079	5,7469
300	85,927	1,4041	0,0217	1345,0	2751,0	1406,0	3,2552	5,7081
310	98,700	1,4480	0,0183	1402,4	2730,0	1327,6	3,3512	5,6278
320	112,89	1,4995	0,0155	1462,6	2703,7	1241,1	3,4500	5,5423
330	128,63	1,5615	0,0130	1526,5	2670,2	1143,6	3,5528	5,4490
340	146,05	1,6387	0,0108	1595,5	2626,2	1030,7	3,6616	5,3427
350	165,35	1,7411	0,0088	1671,9	2567,7	895,7	3,7800	5,2177
360	186,75	1,8959	0,0069	1764,2	2485,4	721,3	3,9210	5,0600
370	210,54	2,2136	0,0050	1890,2	2342,8	452,6	4,1108	4,8144
374,15	221,20	3,17	0,0032	2107,4	2107,4	0,0	4,4429	4,4429

Institut für Verfahrenstechnik
Brennstofftechnik und Umwelttechnik
TU TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

Formelsammlung

Rechenübungen aus Verfahrenstechnik

LV-Nr. 159.698

Kontaktadresse: mherger@fbch.tuwien.ac.at

Massenbilanz

Massenbruch: $x_i = \frac{M_i}{\sum M_i}$ M_i...Masse (z.B. kg) oder Massenstrom (z.B. kg/h)

Molenbruch: $x_i = \frac{N_i}{\sum N_i}$ N_i...Molmenge (z.B. kmol) oder Molenstrom (z.B. kmol/h)

Absorption

Molbeladungen:

$$Y_i = \frac{\text{Mol Komponente i im Gas}}{\text{Mol reines Trä gergas}} = \frac{n_{i,G}}{G_T}$$

$$X_i = \frac{\text{Mol Komponente i im Lösungsmittel}}{\text{Mol reines Lösungsmittel}} = \frac{n_{i,L}}{L_T}$$

Molenbrüche:

$$Y = \frac{y}{1-y} \qquad X = \frac{x}{1-x}$$

Die Endbeladung X_∞ des Waschmittels am Absorberaustritt richtet sich nach dem gewählten Lösungsmittelverhältnis:

$$v = \frac{L_T}{G_T} = 1{,}4 \cdot v_{\min} = 1{,}4 \cdot \frac{L_{T,\min}}{G_T}$$

$$L_T = 1{,}4 \cdot L_{T,\min}$$

Für die graphische Ermittlung des Mindestlösungsmittelverhältnisses benötigt man die Steigung der Bilanzgeraden (auch Betriebsgerade genannt) durch die Punkte

A (X_α / Y_ω) und **S** ($X_{\omega,max}$ / Y_α)

$$y_i = \frac{H_i}{p_{ges}} \cdot x_i \quad \text{(mit Molenbrüchen)} \quad \text{bzw.} \quad \frac{Y_\alpha}{1+Y_\alpha} = \frac{H_{NH_3}}{p} \cdot \frac{X_{\omega,max}}{1+X_{\omega,max}} \quad \text{(mit Beladungen)}$$

Formel von Thormann:

$$n_{th} = \frac{\log\left[(1-\frac{m}{k})\cdot(\frac{Y_\alpha - m\cdot X_\alpha}{Y_\omega - m\cdot X_\alpha}) + \frac{m}{k}\right]}{\log\frac{k}{m}}$$

HTU-NTU-Konzept:

$$z = HTU_{o,G} \cdot NTU_{o,G}$$

$HTU_{o,G}$ Höhe einer Übergangseinheit

$$HTU_{o,G} = \frac{G_T}{k_{G,Y}\cdot\varphi\cdot\alpha\cdot A} = \frac{229{,}4}{5{,}22\cdot 0{,}5\cdot 195\cdot 1{,}33} = 0{,}21\ m$$

$NTU_{o,G}$ Zahl der Übergangseinheiten

$$NTU_{o,G} = \int_{Y_\omega}^{Y_\alpha} \frac{dY}{Y-Y^*}$$

Für $NTU_{o,G}$ gilt näherungsweise, wenn Gleichgewichtslinie und Bilanzlinie linear verlaufen:

$$NTU_{o,G} = \frac{Y_\alpha - Y_\omega}{(Y-Y^*)_{\ln,m}}$$

mit der mittleren logarithmischen Beladungsdifferenz

$$(Y-Y^*)_{\ln,m} = \frac{(Y-Y^*)_\alpha - (Y-Y^*)_\omega}{\ln\frac{(Y-Y^*)_\alpha}{(Y-Y^*)_\omega}}$$

Extraktion

Hebelgesetz:

Mengen $\frac{M_V}{M_U} = \frac{\overline{MU}}{\overline{MV}}$ Strecken

Selektivität $\beta = \frac{(\frac{C}{A})_E}{(\frac{C}{A})_R} = \frac{\frac{\overline{AE'}}{\overline{E'C}}}{\frac{\overline{AR'}}{\overline{R'C}}}$

Annahmen (!):
Ist im zulaufenden Lösungsmittel kein Wertstoff enthalten (Y_α =0) und läuft jeder theoretischen Extraktionsstufe der gleiche Lösungsmittelstrom $\dot{L}$ zu, so gilt für das Beladungsverhältnis

$$\frac{X_\omega}{X_\alpha} = \frac{1}{(1+\varepsilon)^n}$$

mit $X_\omega = X_n$ und n als der Zahl der theoretischen Extraktionsstufen N_t. Der Extraktionsfaktor ε ist dabei

$$\varepsilon = \frac{K^+ \cdot \dot{L}}{\dot{T}}$$

K^+ ist der Verteilungskoeffizient, die Gleichgewichtskonstante.
Das Lösungsmittelverhältnis v_T

$$\nu_T = \frac{\dot{L}}{\dot{T}}$$

Endbeladung Y_ω

$$Y_\omega = \frac{1}{\nu}\cdot(X_\alpha - X_\omega) + Y_\alpha \approx \frac{w_{L,\omega}}{1 - w_{L,\omega}}$$

$$N_t = \frac{\ln\left[(\varepsilon - 1)\cdot\left(\frac{X_\alpha}{X_\omega} + \frac{Y_\alpha}{X_\omega}\right) + 1\right]}{\ln\varepsilon} - 1$$

Verfahren von *Hunter und Nash*

Mischen / Rühren

Reynoldszahl: $\mathrm{Re} = \frac{v \cdot d}{\upsilon}$

mit $v = n \cdot d \cdot \pi$ und $\upsilon = \frac{\eta}{\rho}$ folgt

$$\mathrm{Re} = \frac{d^2 \cdot n \cdot \pi}{\upsilon} = \frac{d^2 \cdot n \cdot \pi \cdot \rho}{\eta}$$

Rührleistung: $P = Ne \cdot \rho \cdot n^3 \cdot d^5$

Mischzeit: $\Theta = m \cdot \frac{V}{\dot{V}}$

Förderleistung eines Propellerrührers in Wasser:

$\dot{V} = 0{,}4 \cdot n \cdot d^2 \cdot h$ h...Steigung

Rektifikation

Auswertung von NTU = $\int_{y_S}^{y_D} \frac{dy}{y^* - y}$ durch graphische Integration.

Unter der Voraussetzung konstanter Dampf- und Rücklaufmengenströme, konstanter relativer Flüchtigkeit und bei unendlichem Rücklaufverhältnis ergibt sich nach Fenske-Underwood:

$$n_{\min} = \frac{\lg\frac{x_D \cdot (1 - x_S)}{x_S \cdot (1 - x_D)}}{\lg\alpha} - 1$$

Das minimale Rücklaufverhältnis (n = ∞) beträgt bei konstantem α nach Fenske-Underwood:

$$\nu_{\min} = \frac{1}{\alpha - 1}\cdot\left[\frac{x_D}{x_F} - \alpha\cdot\frac{1 - x_D}{1 - x_F}\right]$$

Die relative Flüchtigkeit α wird aus Gleichgewichtsdaten berechnet:

$$\alpha = \frac{y \cdot (1 - x)}{x \cdot (1 - y)}$$

Für ähnliche Werte der relativen Flüchtigkeit für Kopf und Sumpf kann man in die Fenske-Underwood-Gleichungen das geometrische Mittel einsetzen:

$$\alpha = \sqrt{\alpha_D \cdot \alpha_S}$$

Trocknung

Der Gehalt an dampfförmiger Feuchte im feuchten Gas, der absolute Dampfgehalt oder die Feuchtebeladung X des Gases ist

$$X = \frac{m_D}{m_L}$$

mit m_D als der im feuchten Gas enthaltenen Dampfmasse und m_L als der Trockengasmasse. Mit

$$\frac{p_D}{p_L} = \frac{p_D}{p - p_D} = \frac{m_D}{m_L} \cdot \frac{M_L}{M_D} = X \cdot \frac{M_L}{M_D}$$

folgt für den absoluten Dampfgehalt X

$$X = \frac{p_D}{p - p_D} \cdot \frac{M_D}{M_L}$$

Führt man noch die sogenannte relative Feuchte

$$\varphi = \frac{p_D}{p_{o,D}} = \frac{\rho_D}{\rho_{o,D}}$$

ein, so ergibt sich für X

$$X = \frac{\varphi \cdot p_{o,D}}{p - \varphi \cdot p_{o,D}} \cdot \frac{M_D}{M_L}$$

Enthalpie $\quad h = h_L + X \cdot h_D = c_{p,D} \cdot \vartheta + X \cdot (c_{p,D} \cdot \vartheta + \Delta h_{l,g})$

Das spezifische Volumen von 1 kg Gemisch wird dann

$$v_g = \frac{v}{(1+x)} = \frac{(x + 0{,}622) \cdot R_D \cdot T}{(1+x) \cdot p}$$

und die Dichte

$$\rho_g = \frac{1}{v_g} = \frac{(x+1) \cdot p}{(x + 0{,}622) \cdot R_D \cdot T}$$

$R_D = 461{,}5$ J/kgK