



Universidade de Brasília  
Departamento de Matemática  
Exame de Qualificação ao Doutorado

Brasília, 20 de maio de 2016

**Aluno:** Bruno Marino Xavier

**Orientador:** Pedro Roitman

**Banca Examinadora:**

Marcelo Fernandes Furtado (UnB) - Presidente

Luís Henrique de Miranda (UnB)

Ricardo Ruviano (UnB)

## Ementa de Análise (2<sup>a</sup> Área)

1. Operadores Lineares Contínuos
  - 1.1 Caracterizações de operadores lineares contínuos
  - 1.2 Teorema de Banach-Steinhaus
  - 1.3 Teorema da Aplicação Aberta
  - 1.4 Teorema do Gráfico Fechado
2. Teoremas de Hahn-Banach
  - 2.1 Forma analítica do Teorema de Hahn-Banach
  - 2.2 Formas geométricas do Teorema de Hahn-Banach
  - 2.3 Aplicações
3. Topologias fraca e fraca\*
  - 3.1 Conceito de topologia fraca e fraca\*
  - 3.2 Compacidade fraca e reflexividade
  - 3.3 Metrizabilidade e separabilidade
  - 3.4 Espaços uniformemente convexos
4. Espaços de Hilbert

- 4.1 Espaços com produto interno
- 4.2 Ortogonalidade e projeções
- 4.3 Conjuntos ortonormais em espaços de Hilbert
- 4.4 Teorema da Representação de Riesz
- 4.5 Teorema de Lax-Milgram
- 5. Teoria Espectral de Operadores Compactos e Autoadjuntos
  - 5.1 Espectro de um operador contínuo
  - 5.2 Operadores compactos
  - 5.3 Espectro de operadores compactos
  - 5.4 Operadores autoadjuntos em espaços de Hilbert
  - 5.5 Espectro de operadores compactos e autoadjuntos
- 6. Operadores lineares de 2ª ordem
  - 6.1 Princípio de Máximo
  - 6.2 Método da continuação
  - 6.3 Espaços de Hölder
  - 6.4 Teoremas de imersão contínua ou compacta
  - 6.5 Teorema da existência de Schauder
- 7. Espaços de Sobolev
  - 7.1 Derivada Fraca
  - 7.2 Espaços de Sobolev
  - 7.3 Aproximação por funções suaves
  - 7.4 Imersões contínua e compactas de  $W^{k,p}$
- 8. Soluções fracas para equações lineares de 2ª ordem
  - 8.1 Existência de solução
    - i. Alternativa de Fredholm
    - ii. Autovalores do operador
  - 8.2 Espectro do laplaciano
  - 8.3 Regularidade de soluções

## References

- [1] GILBARG, D.; TRUDINGER, N. S. *Elliptical Partial Differential Equations of Second Order*. Springer, Berlim (2001).
- [2] KREYSZIG, E. *Introductory Functional Analysis with Applications* . John Wiley and Sons, Nova Iorque (1989).
- [3] BREZIS, H. *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations* . Springer, Nova Iorque (2011).
- [4] EVANS, L. C. *Partial Differential Equations*. American Mathematical Society, Providence (2002).
- [5] ADAMS, R. *Sobolev Spaces* . Academic Press (1975).
- [6] FURTADO, M. Notas de aula do curso '*Equações Diferenciais Parciais II*' 2/2015 UnB, Brasília.