FÍSICA I

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

Unidad 4: Dinámica de sistemas de partículas. Cuerpo rígido. (Parte I)

Es la rama de la Mecánica Clásica que estudia la relación entre:
el **Movimiento** de los cuerpos (cambios de posición) y las **Fuerzas** que lo producen.

1 – CENTRO DE MASA DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS

2 – CUERPO RÍGIDO: CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

3 – MOMENTO DE INERCIA DE UN CUERPO RÍGIDO

4 – ENERGÍA EN EL MOVIMIENTO ROTACIONAL DE UN CUERPO RÍGIDO

5 – CUERPO RÍGIDO: DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

6 – ROTOTRASLACIÓN DE UN CUERPO RÍGIDO

1 – CENTRO DE MASA DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

CENTRO DE MASA

El **centro de masa (c.m.)** de un sistema de partículas es el **punto geométrico** que dinámicamente se comporta de la siguiente manera:

- La masa del c.m. es igual a la masa total del sistema de partículas.

- En el c.m. está aplicada la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema.

El centro de masas se define independiente de cualquier efecto gravitacional.

POSICIÓN DEL CENTRO DE MASA

Consideremos que el sistema está formado por un gran número de partículas, con masas m_1, m_2, *…, etc.*

Las coordenadas de m_1 son (x_1, y_1), las de m_2 son (x_2, y_2), *…, etc.*

La ubicación del **centro de masa del sistema** es el punto $(\mathbf{x_{cm}}, \mathbf{y_{cm}})$, donde:

$$x_{cm} = \frac{m_1 \boldsymbol{x}_1 + m_2 \boldsymbol{x}_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{\sum_i (m_i \boldsymbol{x}_i)}{\sum_i m_i}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 \boldsymbol{y}_1 + m_2 \boldsymbol{y}_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{\sum_i (m_i \boldsymbol{y}_i)}{\sum_i m_i}$$

1 – CENTRO DE MASA DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

MOVIMIENTO DEL CENTRO DE MASA

Las componentes *x* e *y* de velocidad del centro de masa (v_{cm-x} y v_{cm-y}) son las derivadas de x_{cm} y y_{cm} respecto al tiempo.

Las coordenadas de m_1 son (x_1,y_1), las de m_2 son (x_2,y_2), …, *etc.*

La velocidad del **centro de masa del sistema** es el punto $\mathbf{(x_{cm},y_{cm})}$, donde:

$$v_{cm-x} = \frac{m_1\boldsymbol{v}_{1x} + m_2\boldsymbol{v}_{2x} + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{\sum_i (m_i\boldsymbol{v}_{ix})}{\sum_i m_i}$$

$$v_{cm-y} = \frac{m_1\boldsymbol{v}_{1y} + m_2\boldsymbol{v}_{2y} + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{\sum_i (m_i\boldsymbol{v}_{iy})}{\sum_i m_i}$$

Si llamamos *M* a la masa total del sistema de partículas: $M = m_1 + m_2 + \ldots$

$$\boxed{M\vec{v}_{cm} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots = \vec{P}}$$

La **cantidad de movimiento *p*** de un sistema de partículas es la masa total del sistema multiplicada por la velocidad del centro de masa.

1 – CENTRO DE MASA DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

ACELERACIÓN DEL CENTRO DE MASA

Las componentes *x* e *y* de aceleración del centro de masa ($a_{cm\text{-}x}$ y $a_{cm\text{-}y}$) son las derivadas de v_{cm} y v_{cm} respecto al tiempo.

Las coordenadas de m_1 son (x_1,y_1), las de m_2 son (x_2,y_2), …, *etc.*

La velocidad del **centro de masa del sistema** es el punto $\mathbf{(x_{cm},y_{cm})}$, donde:

$$a_{cm-x} = \frac{m_1\boldsymbol{a}_{1x} + m_2\boldsymbol{a}_{2x} + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{\sum_i (m_i\boldsymbol{a}_{ix})}{\sum_i m_i}$$

$$a_{cm-y} = \frac{m_1\boldsymbol{a}_{1y} + m_2\boldsymbol{a}_{2y} + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{\sum_i (m_i\boldsymbol{a}_{iy})}{\sum_i m_i}$$

Si llamamos *M* a la masa total del sistema de partículas: $M = m_1 + m_2 + \ldots$

$$\boxed{\sum_i F_{ext} = M\vec{a}_{cm}}$$

Cuando fuerzas externas actúan sobre un sistema de partículas, el **centro de masa** se mueve como si toda la masa estuviera concentrada en ese punto y sobre ella actuara una fuerza neta igual a la suma de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema.

2 – CUERPO RÍGIDO: CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

CUERPO RÍGIDO

Hasta ahora → Primer parte de Física I

Describimos el movimiento de un cuerpo,
suponiendo que el cuerpo es un **punto** o **partícula**.

Buena aproximación para algunos casos!

Pero … Siempre hay un pero…

Hay situaciones donde hacer esto no es adecuado. Por ejemplo:

Movimiento de un CD, de un ventilador de techo, calesita, etc.

2 – CUERPO RÍGIDO: CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

Entonces…

Debemos considerar los cuerpos con un dado **tamaño** y una dada **forma**.

↓

CUERPO RÍGIDO

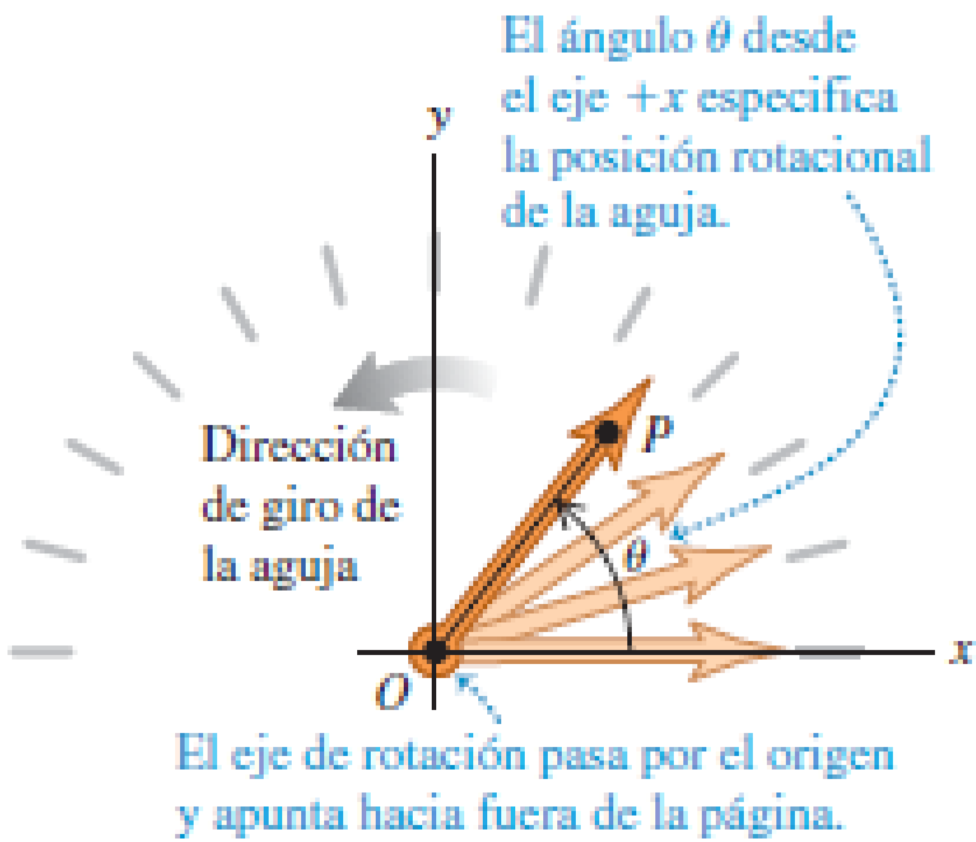
Los CUERPOS RÍGIDOS pueden tener tanto movimiento TRASLACIONAL como ROTACIONAL

MOVIMIENTO ROTACIONAL DE UN CUERPO RÍGIDO

Se trata de un cuerpo rígido que gira sobre un ***eje fijo***,
es decir, un eje que está en reposo en algún marco de referencia inercial
y no cambia de dirección relativa al marco.

2 – CUERPO RÍGIDO:
CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Ejemplo: Aguja de velocímetro de un auto que gira en sentido antihorario sobre un eje fijo.



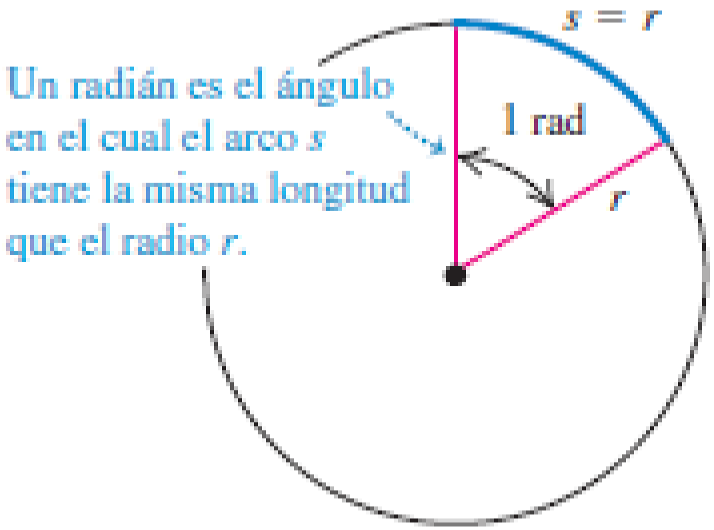
La rotación del cuerpo rígido se describe a partir del ángulo θ que se forma con el eje x positivo

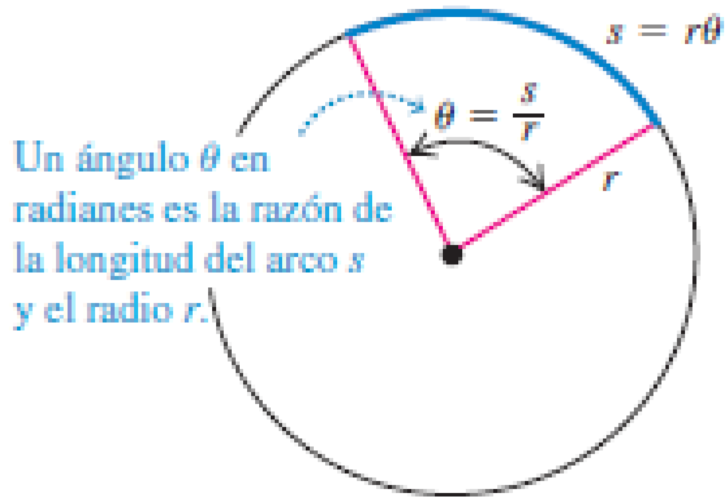
Se adopta que los ángulos son positivos cuando el movimiento es en sentido antihorario y negativo en sentido horario

2 – CUERPO RÍGIDO:
CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

ÁNGULOS EN RADIANES





$$\boxed{1\ rad = \frac{360^o}{2\pi} = 57{,}3^o}$$

$$180^o = \pi\ rad$$

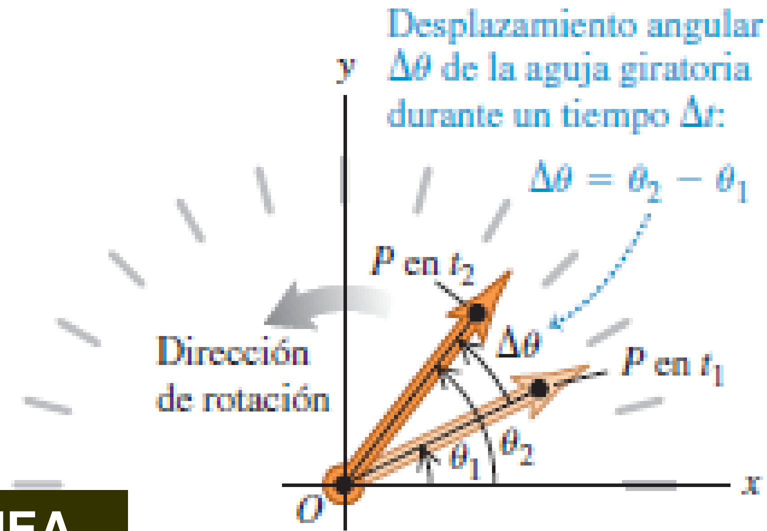
$$90^o = \pi / 2\ rad$$

2 – CUERPO RÍGIDO: CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

DESPLAZAMIENTO ANGULAR

$$\Delta\vec{\theta} = \theta_2 - \theta_1 \quad \text{[rad]}$$



El cuerpo gira en torno al eje de rotación z

VELOCIDAD ANGULAR MEDIA

$$\vec{\omega}_{med-z} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \text{[rad/s]}$$

VELOCIDAD ANGULAR INSTANTÁNEA

$$\vec{\omega}_z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad \text{[rad/s]}$$

RAPIDEZ ANGULAR

$$\omega_z = \left|\vec{\omega}_z\right| \quad \text{[rad/s]}$$

Es la magnitud de la velocidad angular instantánea

Además de [rad/s] pueden usarse otras unidades como [rpm] (revoluciones por minuto)

$$1\,\text{rev} = 2\pi\ \text{rad} \longrightarrow 1\,\text{rpm} = \frac{2\pi}{60}\ \text{rad/s}$$

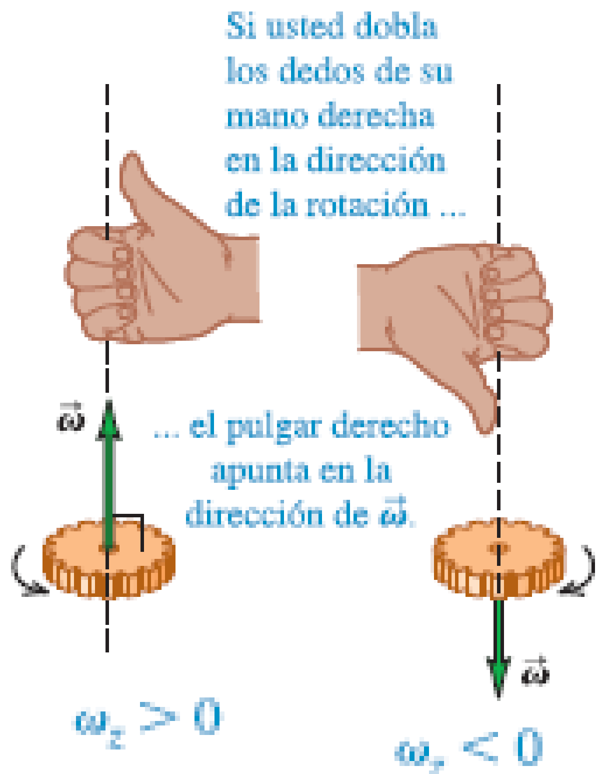
(1 rad/s → 10 rpm)

2 – CUERPO RÍGIDO: CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

REGLA DE LA MANO DERECHA

Para saber el signo de la velocidad angular

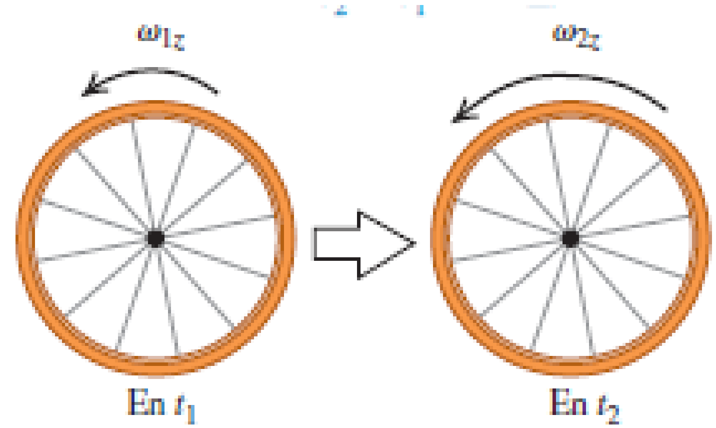


Tiene especial utilidad en situaciones donde *cambia* la dirección del eje de rotación

2 – CUERPO RÍGIDO: CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

ACELERACIÓN ANGULAR MEDIA

$$\vec{\alpha}_{med-z} = \frac{\omega_{2z} - \omega_{1z}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega_z}{\Delta t} \quad [\mathrm{rad/s^2}]$$

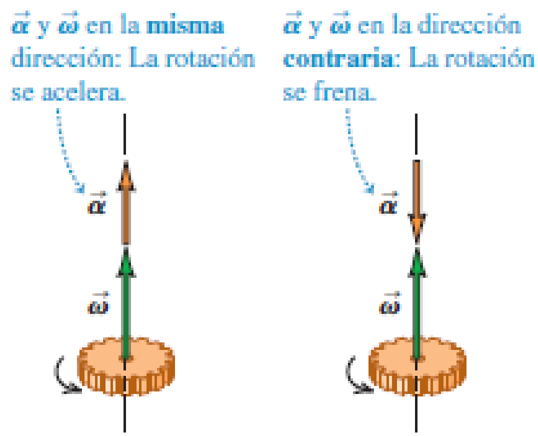


ACELERACIÓN ANGULAR INSTANTÁNEA

$$\vec{\alpha}_z = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega_z}{\Delta t} = \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad [\mathrm{rad/s^2}]$$

La rotación del cuerpo rígido se está acelerando si α_z y ω_z tienen el mismo signo.

La rotación del cuerpo rígido se está frenando si α_z y ω_z tienen signos opuestos.



2 – CUERPO RÍGIDO:
CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Diferentes puntos de un cuerpo rígido en rotación recorren diferentes distancias en un tiempo dado, dependiendo de la distancia con respecto al eje de rotación.

Sin embargo, dado que el cuerpo es rígido,
todos los puntos giran el mismo ángulo en el mismo tiempo.

↓

***En cualquier instante, todas las partes de un cuerpo rígido en rotación tienen la misma velocidad angular*.**

2 – CUERPO RÍGIDO: CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

ANALOGÍA CON MOVIMIENTO RECTILÍNEO

	Movimiento Rectilíneo	Movimiento Rotacional
Posición	x	θ
Velocidad	v_x	ω_z
Aceleración	a_x	α_z

ROTACIÓN CON ACELERACIÓN ANGULAR CONSTANTE

(Similar a MRUV)

$$\begin{cases} \alpha_z = cte \\ \omega_z = \omega_{0z} + \alpha_z t \\ \theta = \theta_0 + \omega_{0z}.t + \dfrac{1}{2}\alpha_z t^2 \end{cases}$$

$$\theta - \theta_0 = \left(\frac{\omega_z + \omega_{0z}}{2} \right).t$$

Independiente del tiempo:

$$\omega_z^{\,2} = \omega_{0z}^{\,2} + 2.\alpha_z\left(\theta - \theta_0\right)$$

2 – CUERPO RÍGIDO: CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

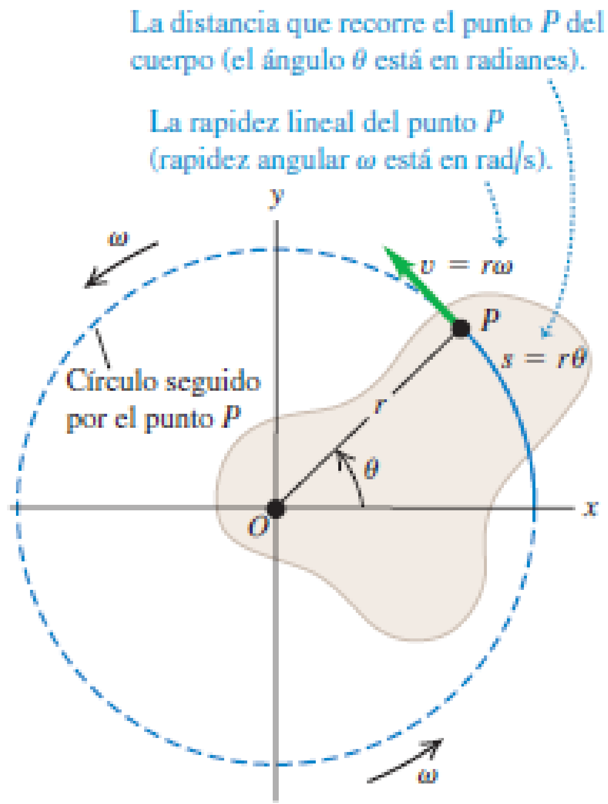
RELACIÓN ENTRE CINEMÁTICA LINEAL Y ANGULAR

Relación entre rapidez lineal y angular para un cuerpo rígido en rotación

$$\boxed{v = r.\omega}$$

Cuanto más lejos del eje esté un punto, mayor será su rapidez lineal.

La *dirección* del *vector* de velocidad lineal es siempre tangente a la trayectoria circular.



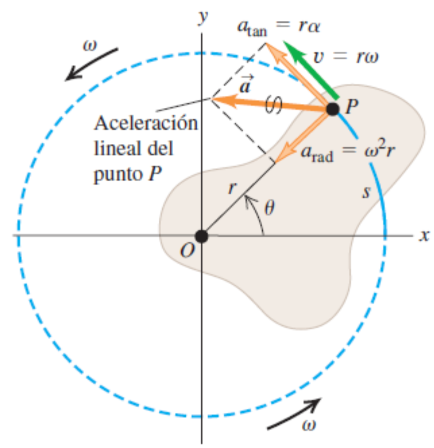
2 – CUERPO RÍGIDO:
CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Universidad Nacional
ARTURO JAURETCHE

RELACIÓN ENTRE CINEMÁTICA LINEAL Y ANGULAR

Aceleración lineal de un cuerpo rígido en rotación

Podemos representar la aceleración lineal
de una partícula que se mueve en un círculo
en términos de sus componentes tangencial y centrípeta.



$$\boxed{a_{\tan} = r.\alpha}$$

(**Aceleración tangencial** de un punto de un cuerpo en rotación)

Actúa cambiando la *magnitud* de la velocidad de la partícula (su rapidez).

$$\boxed{a_{rad} = \omega^2 .r}$$

(**Aceleración centrípeta** de un punto de un cuerpo en rotación)

Está asociada con el cambio de *dirección* de la velocidad de la partícula.

La componente centrípeta siempre apunta hacia el eje de rotación.

La suma vectorial de las componentes centrípeta y tangencial de la aceleración de una partícula de un cuerpo en rotación es la aceleración lineal $\vec{a}$

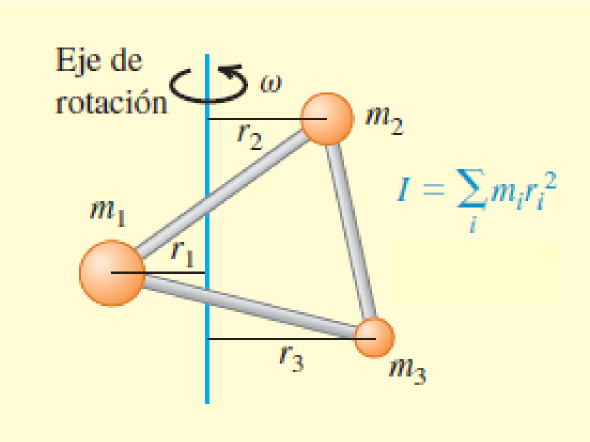
Utilizar ángulos en radianes en todas las ecuaciones!!!

3 – MOMENTO DE INERCIA DE UN CUERPO RÍGIDO

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

MOMENTO DE INERCIA DE UN CUERPO RÍGIDO

Consideremos que el cuerpo está formado por un gran número de partículas, con masas m_1, m_2, …, a distancias r_1, r_2, …, del eje de rotación.



$$\boxed{I_{CM} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots = \sum_i m_i r_i^2 = \int r^2 dm \quad [\mathrm{kg.m^2}]}$$

Depende de la masa del cuerpo y de la forma en que se distribuye tal masa.

El momento de inercia de un cuerpo rígido con respecto a un eje es una medida de la **resistencia que opone el cuerpo a girar** alrededor de ese eje.

3 – MOMENTO DE INERCIA DE UN CUERPO RÍGIDO

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

TEOREMA DE LOS EJES PARALELOS (TEOREMA DE STEINER)

$$\boxed{I_P = I_{CM} + M.d^2}$$

I_{CM} momento de inercia de un cuerpo de masa *M* alrededor de un eje que pasa por el centro de masa

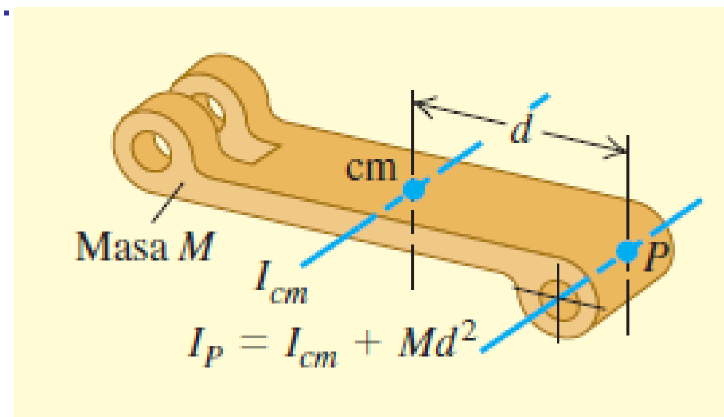
I_P momento de inercia alrededor de cualquier otro eje paralelo al original

d distancia entre el nuevo eje y el original

Un cuerpo tiene infinitos momentos de inercias porque el número de ejes sobre los que podría girar es infinito.

Un cuerpo rígido tiene menor momento de inercia alrededor de un eje que pasa por el centro de masa que alrededor de cualquier otro eje paralelo.

Es más fácil poner a girar un cuerpo si el eje de rotación pasa por el centro de masa.



3 – MOMENTO DE INERCIA DE UN CUERPO RÍGIDO

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

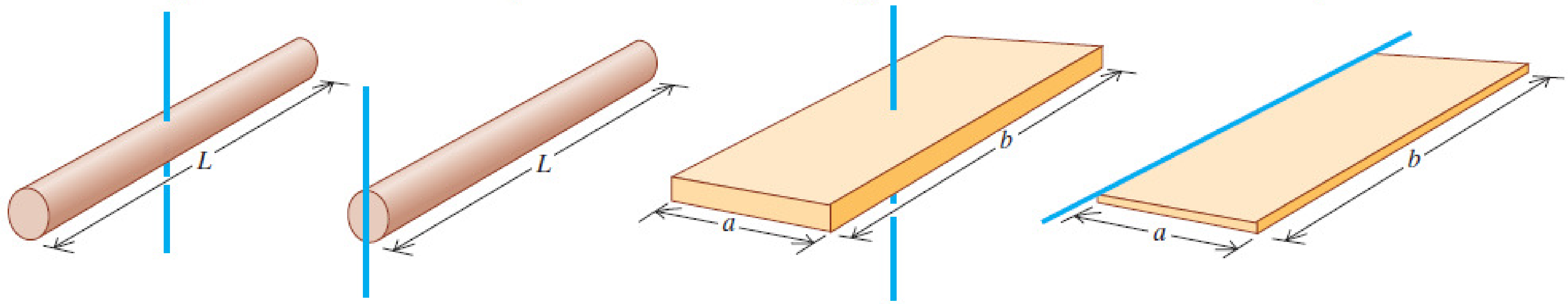
MOMENTO DE INERCIA DE DIVERSOS CUERPOS SIMPLES

a) Varilla delgada, eje por el centro: $I = \frac{1}{12}ML^2$

b) Varilla delgada, eje por un extremo: $I = \frac{1}{3}ML^2$

c) Placa rectangular, eje por el centro: $I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$

d) Placa rectangular delgada, eje en un borde: $I = \frac{1}{3}Ma^2$



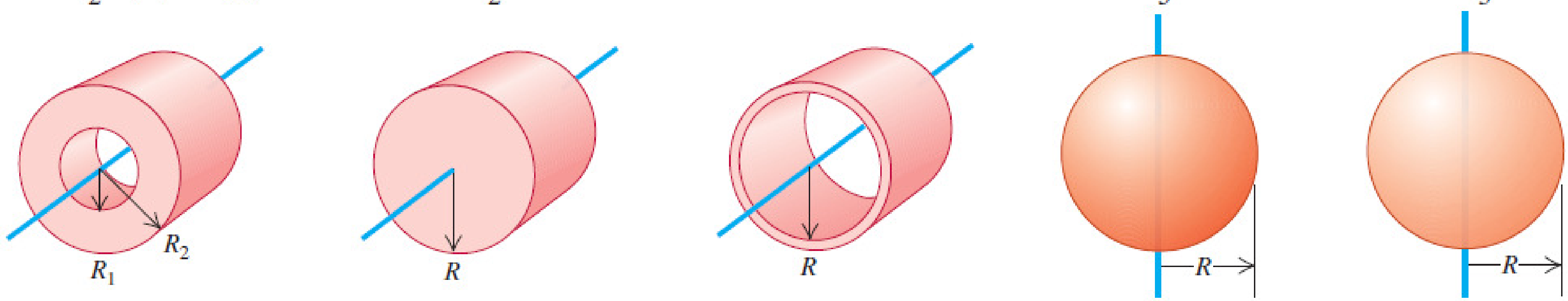
e) Cilindro hueco: $I = \frac{1}{2}M(R_1^{\,2} + R_2^{\,2})$

f) Cilindro sólido: $I = \frac{1}{2}MR^2$

g) Cilindro hueco de pared delgada: $I = MR^2$

h) Esfera sólida: $I = \frac{2}{5}MR^2$

i) Esfera hueca de pared delgada: $I = \frac{2}{3}MR^2$



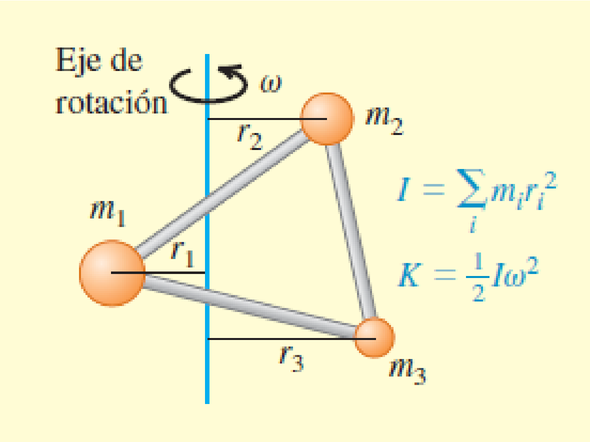
4 – ENERGÍA EN EL MOVIMIENTO ROTACIONAL DE UN CUERPO RÍGIDO

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

ENERGÍA CINÉTICA ROTACIONAL DE UN CUERPO RÍGIDO

Un cuerpo rígido en rotación es una masa en movimiento →

→ tiene **energía cinética** que se puede expresar en términos de la rapidez angular.



Energía cinética de la *i*-ésima partícula: $\frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$

Energía cinética de un cuerpo rígido que rota con velocidad angular ω alrededor de un eje que pasa por el centro de masa:

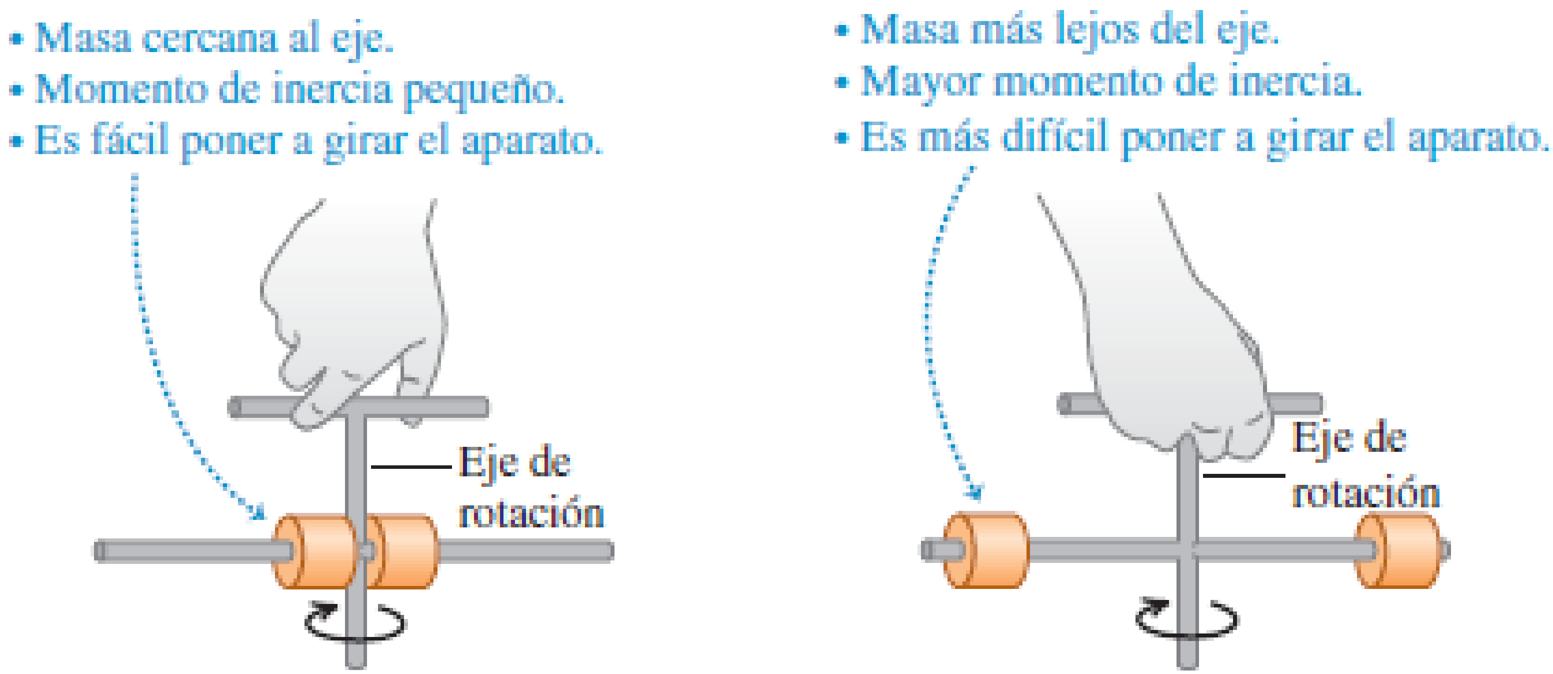
$$K = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2 + \ldots = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega^2 \longrightarrow \boxed{K = \frac{1}{2} I_{CM}\, \omega^2}$$

4 – ENERGÍA EN EL MOVIMIENTO ROTACIONAL DE UN CUERPO RÍGIDO

TRABAJO EN EL MOVIMIENTO ROTACIONAL

La energía cinética de un cuerpo es igual al trabajo efectuado para acelerar ese cuerpo desde el reposo.

Cuanto mayor sea el momento de inercia de un cuerpo, más difícil será ponerlo a girar si está en reposo, y más difícil será detener su rotación si ya está girando.



4 – ENERGÍA EN EL MOVIMIENTO ROTACIONAL DE UN CUERPO RÍGIDO

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA ROTACIONAL DE UN CUERPO RÍGIDO

Para un cuerpo de masa total *M*, la energía potencial gravitacional *U* es simplemente

$$\boxed{U_{GRAV} = M . g . y_{CM}}$$

La energía potencial gravitacional asociada a cualquier cuerpo rígido de masa *M*, es la misma que si sustituimos el cuerpo por una partícula de masa *M* situada en el centro de masa del cuerpo.

TEOREMA TRABAJO-ENERGÍA MECÁNICA

$$\boxed{K_1 + U_{GRAV,1} + U_{EL,1} + W_{OTRAS} = K_2 + U_{GRAV,2} + U_{EL,2}}$$

Para un cuerpo rígido en rotación, es válido aplicar los principios de energía vistos en la primer parte de la materia para una partícula aislada.

Hemos visto en la Primer parte de Física I que:

Una fuerza neta aplicada a un cuerpo provoca una **aceleración lineal** a ese cuerpo.

↓

Movimiento de traslación

Pero… ¿Qué se requiere para impartir una ***aceleración angular*** a un cuerpo?

Es decir, ¿Qué se necesita para poner a girar un cuerpo estacionario
o para detener un cuerpo que está dando vueltas?

Se requiere una fuerza, pero debe aplicarse de tal manera
que proporcione una acción de torcer o de dar vuelta. → **TORQUE**

TORQUE **Es una medida de la tendencia de una fuerza para causar o alterar la rotación de un cuerpo.**

Describe la acción de torsión o giro debido a una fuerza.

El torque total que actúa sobre un cuerpo rígido determina su **aceleración angular**.

↓

Movimiento de rotación

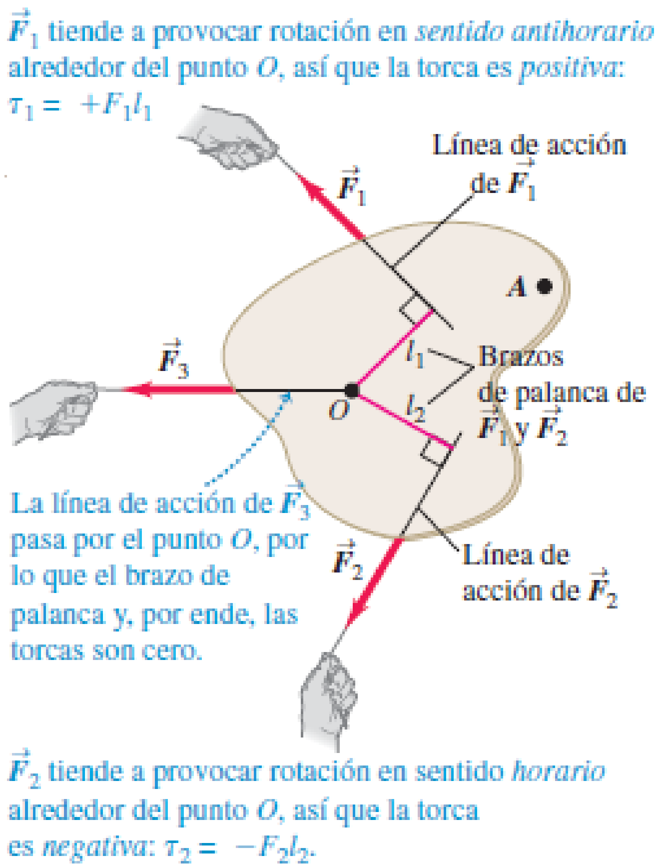
5 – CUERPO RÍGIDO: DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

TORQUE (Momento de una fuerza - Par de torsión - Torca)

Para una fuerza de magnitud *F* cuya línea de acción está a una distancia perpendicular *l* del punto *O*, el torque es:

$$\boxed{\tau = F\,.l \quad [\mathrm{N.m}]}$$

El torque *no* es trabajo ni energía, así que debemos expresarlo en newton-metros, *no* joules



***l*: brazo de palanca**

El cuerpo rígido gira alrededor de un eje perpendicular al plano de la figura y pasa por el punto *O*.

El torque siempre se define con referencia a un punto específico.

Si cambiamos de posición este punto, el torque de cada fuerza puede cambiar.

“El torque de $\vec{F}$ con respecto al punto X”

5 – CUERPO RÍGIDO: DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

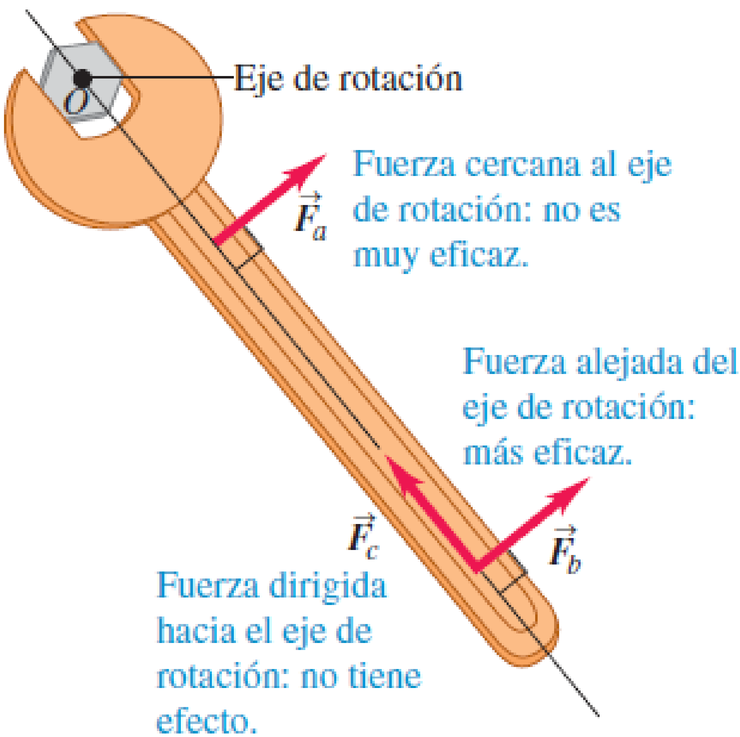
Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

TORQUE

¿Qué aspectos de una fuerza son importantes para provocar o modificar el movimiento *rotacional*?

La magnitud y dirección de la fuerza son importantes, pero también lo es la posición del punto de aplicación.

Sean $\vec{F}_a$, $\vec{F}_b$ y $\vec{F}_c$ tres fuerzas de igual magnitud.



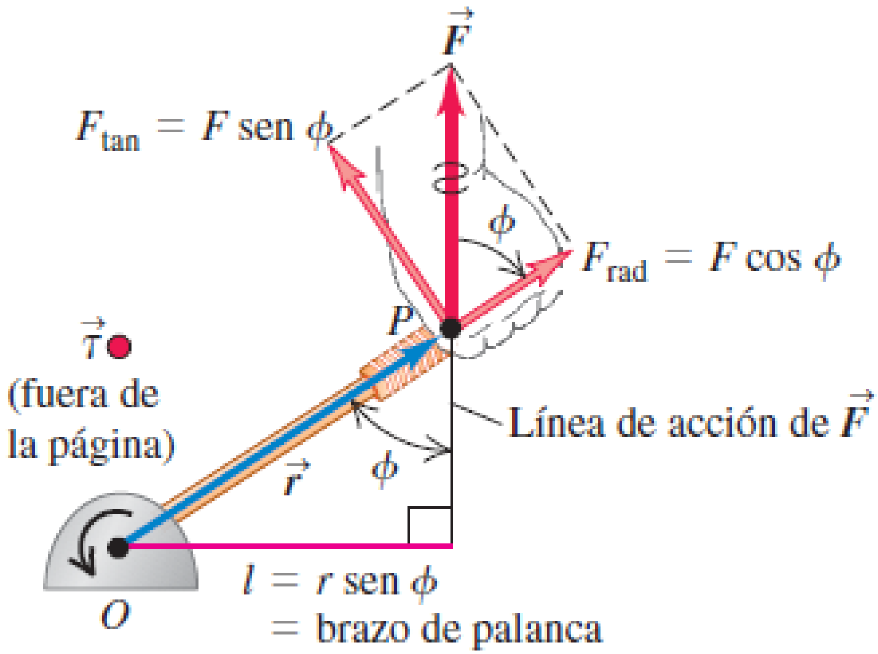
¿Cuál fuerza tiene mayor probabilidad de aflojar el tornillo apretado?

$$\boxed{\tau = F.l \quad [\text{N.m}]}$$

5 – CUERPO RÍGIDO: DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

EL TORQUE COMO VECTOR



$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}}$$ **vector**

$$\boxed{\tau = F.l = r.F.sen(\phi)}$$ **magnitud**

La dirección de $\vec{\tau}$ es perpendicular tanto a $\vec{r}$ como a $\vec{F}$.

Su sentido está dado por la regla de la mano derecha.

Observación:

Un punto (●) representa un vector que apunta hacia afuera de la página
y una cruz (**X**) representa un vector que apunta hacia adentro de la página.

5 – CUERPO RÍGIDO: DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA EL MOVIMIENTO ROTACIONAL DE UN CUERPO RÍGIDO

$$\boxed{\sum \vec{\tau}_z = I.\vec{\alpha}_z}$$

Análogo rotacional de la segunda ley de Newton para un cuerpo rígido.

Sólo incluye las torcas de las fuerzas *externas.*

Relación fundamental de la dinámica rotacional de un cuerpo rígido.

I Momento de Inercia [kg.m^2]

α_z Aceleración Angular [rad/s^2]

La aceleración angular de un cuerpo rígido en rotación es directamente proporcional a la suma de las componentes del torque sobre el eje de rotación. El factor de proporcionalidad es el momento de inercia.

Una fuerza externa importante que actúa sobre un cuerpo es su ***peso***.

Esta fuerza no se concentra en un solo punto sino que actúa sobre todas las partículas del cuerpo.
Pero como el valor es el mismo en todos los puntos, siempre obtenemos la torca correcta si suponemos que todo el peso se concentra en el ***centro de masa*** del cuerpo.

5 – CUERPO RÍGIDO: DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

TRABAJO EN EL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Podemos expresar el trabajo en términos del torque y el desplazamiento angular.

$$\boxed{W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau_z \, d\theta}$$

Trabajo efectuado por un torque.

$$\boxed{W = \tau_z \left(\theta_2 - \theta_1\right) = \tau_z \Delta\theta}$$

Trabajo efectuado por un torque constante.

Análogo a $W = \vec{F}.\vec{s}$

TEOREMA TRABAJO-ENERGÍA CINÉTICA PARA LA ROTACIÓN DE UN CUERPO RÍGIDO

$$\boxed{W_{TOT} = \frac{1}{2} I \omega_2^{\,2} - \frac{1}{2} I \omega_1^{\,2}}$$

POTENCIA EN EL MOVIMIENTO ROTACIONAL

$$\boxed{P = \tau_z \omega_z}$$

(Potencia: rapidez con que efectúa trabajo)

Análogo a $P = \vec{F}.\vec{v}$

5 – CUERPO RÍGIDO:
DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

MOMENTO ANGULAR DE UNA PARTÍCULA

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \quad [kg.m^2/s]$$

$$L = mvrsen(\phi) = mvl$$

Momento angular o Cantidad de movimiento **de una partícula en movimiento rotacional**

La rapidez de cambio del momento angular de una partícula es igual al torque de la fuerza neta que actúa sobre ella.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\tau}$$

Para una partícula sobre la que actúa una fuerza neta ***F***.

Análogo a $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$

5 – CUERPO RÍGIDO:
DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

MOMENTO ANGULAR EN LA ROTACIÓN DE UN CUERPO RÍGIDO

$$\boxed{\vec{L}_{CM} = I_{CM}.\vec{\omega}}$$

Para un cuerpo rígido que gira alrededor de un eje de simetría

$$\boxed{\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}}$$

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR EN LA ROTACIÓN DE UN CUERPO RÍGIDO

Si $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$, entonces $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, y $\vec{L}$ es constante.

Si el torque externo neto que actúa sobre un sistema es cero, el momento angular total del sistema es constante (se conserva).

$$I_1.\omega_{1z} = I_2.\omega_{2z}$$

6 – ROTOTRASLACIÓN DE UN CUERPO RÍGIDO

Universidad Nacional
ARTURO JAURETCHE

TRASLACIÓN Y ROTACIÓN COMBINADAS

¿Qué sucede si el eje de rotación se traslada?

En tal caso, el movimiento del cuerpo es de **traslación y rotación combinados**.

Cada posible movimiento de un cuerpo rígido puede representarse como una combinación de ***movimiento traslacional del centro de masa*** y ***rotación alrededor de un eje que pasa por el centro de masa***.

Estos dos movimientos son independientes entre sí!!!

ENERGÍA CINÉTICA TOTAL

$$\boxed{K = \frac{1}{2} M v_{CM}^{2} + \frac{1}{2} I_{CM}\, \omega^{2}}$$

Cuerpo rígido con traslación y rotación

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

$$\boxed{U_{GRAV} = M \,.\, g \,.\, y_{CM}}$$

6 – ROTOTRASLACIÓN DE UN CUERPO RÍGIDO

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

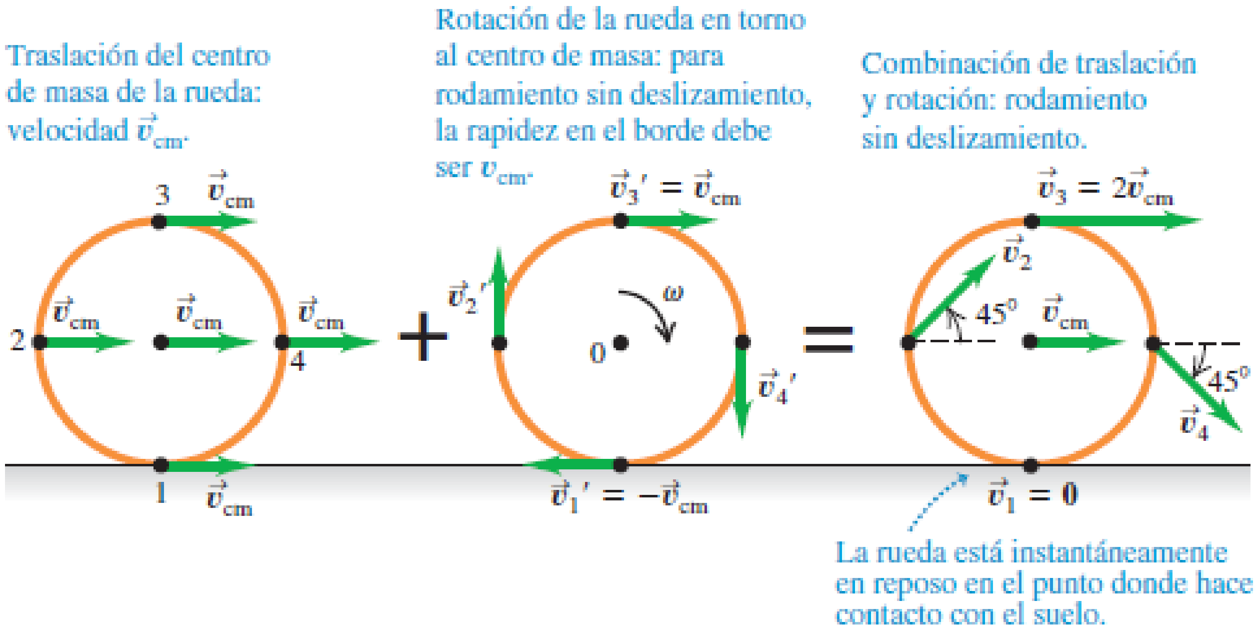
RODADURA (RODAR SIN DESLIZAMIENTO)

Un caso importante de traslación y rotación combinadas es el de **rodar sin deslizar**:

Condiciones para rodar sin resbalar $\boxed{v_{CM} = R.\omega}$ y $\boxed{a_{CM} = \alpha.R}$

R es el radio de la rueda y *ω* su rapidez angular alrededor del centro de masa.

Si un cuerpo rueda sin deslizar, la fuerza de rozamiento no realiza trabajo!!! y F_{roz} es menor que µ.N.



6 – ROTOTRASLACIÓN DE UN CUERPO RÍGIDO

Universidad Nacional ARTURO JAURETCHE

DINÁMICA

Si un cuerpo tiene **movimientos traslacional y rotacional al mismo tiempo**, necesitamos **dos ecuaciones** de movimiento independientes *para el mismo cuerpo*.

$$\boxed{\sum \vec{F}_{ext} = M\,.\vec{a}_{CM}}$$

Describe la traslación del centro de masa.

$$\boxed{\sum \tau_z = I_{CM}\,.\alpha_z}$$

Describe la rotación alrededor del eje que pasa por el centro de masa.

I_{CM} es el momento de inercia con respecto a un eje que pasa por el centro de masa.

$\sum \tau_z$ incluye todos los torques externos con respecto a este eje.