

Zadaci za vježbu (I semestar nastave)

A: VARIJABLE - KONTINUIRANE - NEKONTINUIRANE

1. Koja od navedenih svojstava predstavljaju kontinuirane (K), a koja nekontinuirane (N) varijable:

- sadžaj klora u vodi u bazenu ()
- težina zrna na klipu kukuruza ()
- postotak inficiranih biljaka ()
- broj mahuna na biljci ()
- broj potomstava nekog križanja ()
- broj kolonija mikroorganizama na određenoj površini ()
- broj zrna na klipu kukuruza ()
- broj noćenja u srpnju ()
- prinos pšenice u dt/ha ()
- broj sunčanih dana u tjednu ()
- postotak šećera u grožđu ()
- opseg ploda jabuke ()
- duljina klipa kukuruza ()
- visina snježnog pokrivača ()
- postotak vlage u zraku ()

B: MJERILA CENTRALNE TENDENCIJE

1. Što je modus ?
2. Što je medijana ?
3. Koje su karakteristike aritmetičke sredine?
4. Procjenite bar jedno od mjerila centralne tendencije u ovom uzorku:
16,8 16,9 17,0 17,1 17,3 17,8 18,0 18,2 18,5
5. Nađite medijanu (Med) i modus (Mod) ovog uzorka:

126 128 132 135 136 138 140 145 145 145 147 148 150 157 161

6. Za uzorak:

58 3 7 2 4 5 9 7 6

- a) Izračunajte (procijenite) tri mjerila centralne tendencije
- b) Koje od njih je najpouzdanoće za procjenu sredine uzorka?

C: MJERILA DISPERZIJE

1. Što je varijanca?
2. Što je varijacijska širina ?
3. U kakvom su odnosu (teoretski) varijabilnost i veličina uzorka?
4. Kolika je varijacijska širina ovog uzorka:
13, 3, 2, 5, 5, 18, 10, 2, 4, 24
5. Koliko iznosi varijanca (s^2) ovih i uzoraka od po 8 varijanata ?
 - a) 2 2 2 2 2 2 2 2
 - b) 3,2 3,2 3,2 3,2 3,2 3,2 3,2 3,2
6. Kolika je varijanca (s^2) ovog uzorka od 10 varijanata ?
4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4.
7. Ako se iz dolje navedenog uzorka veličine $n = 5$ izdvoje dvije varijante tako da ostane uzorak veličine $n = 3$, varijanca bi bila jednaka 0. Koje su to varijante ? Zaokružite ih !
2,3 2,2 2,3 2,3 2,4
8. Ako varijanca uzorka od 75 varijanata iznosi $s^2 = 20$, kolika je suma kvadratnih odstupanja svih varijanata od prosjeka uzorka (SS) ?
9. Koji od uzoraka (A i B) iste veličine ($n_A = n_B = 12$), ima veći varijabilnost ? Uzorci su predstavljeni slijedećim parametrima:

$$\begin{array}{ll}\bar{x}_A = 63,0 & \bar{x}_B = 63,0 \\ s_A^2 = 16,0 & s_B^2 = 6,5\end{array}$$

10. Iz dvaju uzoraka iste veličine ($n_1 = n_2 = 15$) izračunane su prosječne vrijednosti i varijance:

$$\bar{x}_A = 52,0 \quad \bar{x}_B = 52,0 \\ s_A = 12,8 \quad s_B = 29,5$$

Što vam te vrijednosti govore o disperziji varijanata u uzorcima ?

11. Na testu iz jednog predmeta, jedna grupa studenata riješila je u prosjeku 15, a druga grupa u prosjeku 18 od ukupno 25 postavljenih pitanja. Standardne devijacije za obje grupe bile su $s_1 = s_2 = 3$. Da li se ove dvije grupe razlikuju u varijabilnosti ? Dokažite!

12. Uzorci A i B predstavljeni su prosječnim vrijednostima i standardnim devijacijama. Koji uzorak ima veću varijabilnost ?

$$\bar{x}_A = 285 \quad \bar{x}_B = 41 \\ s_A = 32 \quad s_B = 8$$

13. Varijabilnost dvaju uzoraka izražena varijacijskim koeficijentima je jednak: c. v. $A = c. v. B = 30\%$. Kolike su prosječne vrijednosti tih uzoraka ako su im standardne devijacije $s_A = 90$ i $s_B = 3$?

14. Što je varijacijski koeficijent?

15. Što je standardna devijacija?

16. Koja su mjerila disperzije:

- a) relativna
- b) absolutna

D: NORMALNA DISTRIBUCIJA - GRANICE POUZDANOSTI

1. Kolika je (teoretski) varijanca za varijablu koja slijedi normalnu distribuciju i predstavljena je uzorkom u kojem je najmanja varijanta 28, najveća varijanta iznosi 40, a prosječna vrijednost iznosi 34.
2. Koliki je, teoretski, iznos najmanje i najveće varijante u uzorku za varijablu koja slijedi normalnu distribuciju i predstavljena je prosječnom vrijednošću $\bar{x} = 52$ i standardnom devijacijom $s = 9$.
4. Kolika je varijacijska širina populacije čiji parametri su $\mu = 250$ i $\sigma = 20$?
5. Srednja vrijednost uzorka od 400 varijanata raspoređenih prema normalnoj distribuciji je $\bar{x} = 60$, a standardna devijacija $s = 6$. Kolika je varijacijska širina ?
6. Kolika je srednja vrijednost varijable (svojstva) koja slijedi normalnu distribuciju i predstavljena je uzorkom u kojem je najmanja varijanta 9, najveća varijanta 21, a standardna devijacija $s = 2$?
7. Kolika je srednja vrijednost varijable (svojstva) koja slijedi normalnu distribuciju i predstavljena je uzorkom u kojem je najmanja varijanta 9, najveća varijanta 21, a varijanca $s^2 = 4$?
8. Odredite 68%, 95% i 99% granice pouzdanosti aritmetičke sredine $\bar{x} = 160$ uzorka čija je standardna pogreška srednje vrijednosti $s_{\bar{x}} = 10$.
9. Ako je svojstvo "broj redova" raspoređeno prema normalnoj distribuciji, uz srednju vrijednost $\bar{x} = 18,0$ i standardnu devijaciju $s = 2,0$, koliko posto (%) u uzorku ima više od 24 reda ?
10. Ako je svojstvo "broj redova" raspoređeno prema normalnoj distribuciji, uz srednju vrijednost $\bar{x} = 14,0$ i standardnu devijaciju $s = 2,0$, koliko posto (%) u uzorku ima manje od 8 redova ?

11. Ako je svojstvo "težina ploda" raspoređeno prema normalnoj distribuciji, uz srednju vrijednost $\bar{x} = 200,0$ g i standardnu devijaciju $s = 15,0$ g, koliko posto (%) plodova je teže 170,0 g ?
12. Ako je svojstvo raspoređeno prema normalnoj distribuciji, uz srednju vrijednost $\bar{x} = 52,5$ cm i standardnu devijaciju $s = 3,5$ cm, koliko posto (%) je više od 59,5 cm ?
13. Ako je srednja vrijednost svojstva $\bar{x} = 63,5$ g, a standardna devijacija $s = 12,25$ g, koliko % varijanata je teže od 88,0 g?
14. Koliko iznose sva tri mjerila centralne tendencije (\bar{x} , Med i Mod) u teoretskoj normalnoj distribuciji ?
15. Ako se granice pouzdanosti sužavaju, da li je to rezultat povećanja ili smanjenja veličine uzorka ?
16. Jesu li granice pouzdanosti u uzorku šire ili uže u odnosu na populaciju ?
17. Ako se uzorak od $n = 144$, smanji na $n = 36$ varijanata, za koliko puta će se povećati standardna pogreška srednje vrijednosti ($s_{\bar{x}}$) ?
18. Varijabla x slijedi normalnu distribuciju.
 - a) Predstavite grafički razliku prosječnih vrijednosti $D_{exp} = 28,6$ dvaju uzoraka, ako je standardna pogreška te razlike $s_D = 15,0$.
 - b) Iz tog grafički prikazanog odnosa testirajte $H_0 : D = 0,0$ o razlici D_{exp} .
19. Ako je razlika između dvije srednje vrijednosti $D_{exp} = 10$, a $s_D = 2$, za koje razlike se prihvaca, a za koje odbacuje nulta hipoteza ?

E: PITANJA (razno)

1. Pridružite pojmovima na lijevoj strani (označeni brojevima) pripadne pojmove s desne strane (označene slovima). Svakom broju pridružite, dakle, slovo onog pojma koji je u nazužoj vezi s pojmom označenim brojem
 - 1) Aritmetička sredina
 - 2) Standardna pogreška srednje vrijednosti
 - 3) Varijanca
 - 4) Teoretska normalna distribucija
 - 5) t distribucija
 - a) Ne može biti negativna
 - b) Granice pouzdanosti
 - c) Broj varijanata $\rightarrow \infty$
 - d) $s_{\bar{x}}$
 - e) Centralna tendencija

2. Zaokružite "točno" (T) ili "netočno" (N) za slijedeće tvrdnje:

- T N Varijacijski koeficijent je relativno mjerilo varijabilnosti
- T N Varijacijski koeficijent je relativno mjerilo varijabilnosti koje vrijedi samo ako su prosječne vrijednosti uzorka iste
- T N Varijacijski koeficijent je dio ukupne varijance
- T N Varijacijski koeficijent nije dio ukupne varijabilnosti
- T N Ako je varijabilnost svojstva jako mala dovoljan je mali uzorak
- T N Standardna pogreška srednje vrijednosti je standardna devijacija u distribuciji prosjeka uzorka oko prosječne vrijednosti populacije
- T N Najsigurnije mjerilo centralne tendencije uvijek je aritmetička sredina
- T N Aritmetička sredina nije uvijek najsigurnije mjerilo centralne tendencije
- T N Aritmetička sredina je uvijek najsigurnije mjerilo disperzije
- T N Kod teoretske normalne distribucije sva mjerila centralne tendencije i disperzije iznose 0
- T N Ako je $t_{\text{exp}} < t_{\text{tabl}}$, prihvaca se nulta hipoteza
- T N Ako je $F_{\text{exp}} > F_{\text{tabl}}$, prihvaca se nulta hipoteza

- T N t test je omjer dviju varijanci
- T N t testom testiramo razliku između prosječnih vrijednosti dva uzorka, F testom testiramo omjer dviju varijanci
- T N Varijanca je zapravo SS
- T N v. š. i s mjere se u jedinicama kojima se mjeri varijabla
- T N Varijanca je prosječno kvadratno odstupanje od srednje vrijednosti
- T N Standardna devijacija je mjerilo variabilnosti
- T N Standardnu devijaciju je moguće izračunati i onda kad raspolažemo samo s jednim podatkom
- T N Varijanca je kvadratna vrijednost standardne devijacije
- T N Negativna vrijednost varijance ukazuje da varijabilnosti nema
- T N Poznavajući iznos samo jednog statističkog parametra možemo izračunati varijancu

F: t TEST

1. Izračunani eksperimentalni t faktor za testiranje nulte hipoteze o razlici između prosječnih vrijednosti uzoraka A i B (ako je $\bar{x}_A = 59,18$, a $\bar{x}_B = 53,02$) iznosi $t_{exp} = 2,80$. Koliko iznosi standardna pogreška te razlike ?
2. Koliko iznosi razlika između prosječnih vrijednosti dvaju uzoraka, ako njena standardna pogreška iznosi 1,25, a eksperimentalni t faktor 3,2 ?
3. Izračunajte eksperimentalni t faktor za testiranje nulte hipoteze o razlici prosječnih vrijednosti uzoraka (A i B) ako standardna pogreška te razlike iznosi 1,25, a $\bar{x}_A = 18,7$ i $\bar{x}_B = 17,2$.
4. Na temelju eksperimentalnog t faktora koji iznosi $t_{exp} = 2,45$, utvrdite da li se prihvata ili odbija nulta hipoteza o razlici između dvije prosječne vrijednosti iz uzoraka veličine $n_1 = 15$ i $n_2 = 16$.
5. Prihvaćate li ili odbacujete H_0 o razlici između prosječnih vrijednosti \bar{x}_1 i \bar{x}_2 temeljem podataka:
$$\bar{x}_1 \pm S_{\bar{X}_1} = 20,5 \pm 0,2 \quad n_1 = 45$$
$$\bar{x}_2 \pm S_{\bar{X}_2} = 20,5 \pm 2,5 \quad n_2 = 60$$
6. Na temelju eksperimentalnog t faktora koji iznosi $t_{exp} = 2,16$, utvrdite da li se prihvata ili odbacuje nulta hipoteza o razlici između prosječnih vrijednosti zavisnih uzoraka veličine $n = 12$.
7. Testirajte prosječnu razliku $\bar{d} = 2,8$ dva zavisna uzorka, veličine $n_1 = n_2 = 28$, a $s_d = 0,5$.
8. Ako testirate razliku između srednjih vrijednosti dobivenih iz dva uzorka koji su veličina $n_1 = 10$, a $n_2 = 12$, iz kojeg broja slobodnih varijanata ćete očitati tablični t faktor ako su:
 - a) dva uzorka nezavisna
 - _____
 - b) dva uzorka zavisna
 - _____
9. Očitajte tablične t faktore za $p = 5\%$ i za $p = 1\%$ ako je:
 - a) $n_1 = 20$ $n_2 = 18$
 - b) $n_1 = n_2 = 30$ (zavisni uzorci)

G: F TEST

- Što je F test, kako ga provodite i što njime zaključujete ?
- Definirajte sve moguće izvore varijabilnosti i utvrdite broj slobodnih varijanata ($n - 1$) za uzorak koji se sastoji od ukupno 8 grupa i to: dvije po 10 varijanata, a u 6 ostalih grupa po 5 varijanata.
- Utvrđite broj slobodnih varijanata u analizi podataka uzorka koji se sastojao od 5 grupa sa po 10 podataka u grupi:

Izvori varijabilnosti	$n - 1$
Ukupno	
Između grupa	
Unutar grupa (pogreška)	

- Utvrđite da li dvije grupe sa po 18 varijanata u grupi, za koje je utvrđena varijanca između grupa $s^2 = 165,2$ i varijanca unutar grupa $s^2 = 10,0$, pripadaju istoj ili različitim distribucijama.
 - Popunite ovu tablicu:
- | Izvori varijabilnosti | $n - 1$ | SS | s^2 | F_{exp} | F_{tabl}
$p=5\% \quad p=1\%$ |
|---------------------------|---------|-------|-------|------------------|--|
| Ukupno | | 178,5 | | | |
| Između grupa | 3 | | 17,10 | | |
| Unutar grupa (pogreška) | 8 | | 15,9 | | |

- Očitajte t i F faktor iz tablica i to uz $p = 5\%$ i $p = 1\%$ za:

Izvori varijabilnosti	$n - 1$	F_{tabl} $p=5\% \quad p=1\%$	t_{tabl} $p=5\% \quad p=1\%$
Između grupa	4		
Unutar grupa (pogreška)	12		

- Očitajte t i F faktor iz tablica i to uz $p = 5\%$ i $p = 1\%$ za:

Izvori varijabilnosti	$n - 1$	F_{tabl} $p=5\% \quad p=1\%$	t_{tabl} $p=5\% \quad p=1\%$
Između grupa	5		
Unutar grupa (pogreška)	18		

Korelacija i regresija

1. Interpretirajte odnos između količine oborina (x - varijabla) i zaraženosti nekom bolešću (y - varijabla), iz korelacijskog koeficijenta $r = 0,85^{**}$.

2. Iz regresijske jednadžbe $y = 17,2 - 5,8x$ utvrdite iznos promjene zavisne varijable uzrokovani jediničnom promjenom nezavisne varijable.

3. Da li su koeficijenti r i b uvijek istog predznaka? Zašto "da"? Zašto "ne"?

4. Između dva svojstva (varijable) postoji korelacija izražena korelacionim koeficijentom
 $r = -0,68^{**}$. Ako je ta veza linearna i izražena jednadžbom $y = 2,3 - 6,5x$ kako i za koliko će se promijeniti y varijabla uz jediničnu promjenu x varijable?

5. O kakvoj se korelacijskoj vezi radi ako je $r = -0,3^*$?
-
.....

6. Iz regresijske jednadžbe $y = 18,04 - 1,34x$ odgovorite:

- a) kakav je smjer korelacije između x i y varijable
.....
- b) za koliko i kako se promijeni zavisna varijabla
ako se nezavisna promijeni za jedinicu
.....

.....