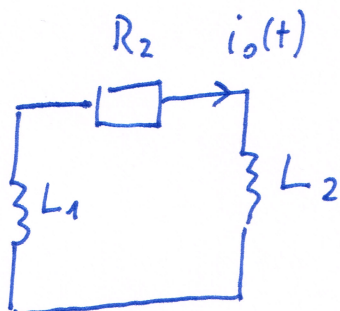


Warunki początkowe

Strukony prądów na cewkach.

Obwód otwarty więc prądy = 0



~~$i_1(t) = 0$, więc $i_1(t) = 0$~~

$i_o(0^-) = 0$, więc $i_1(0^-) = i_2(0^-) = 0$

Dane:

$$L_1 = 0,5H$$

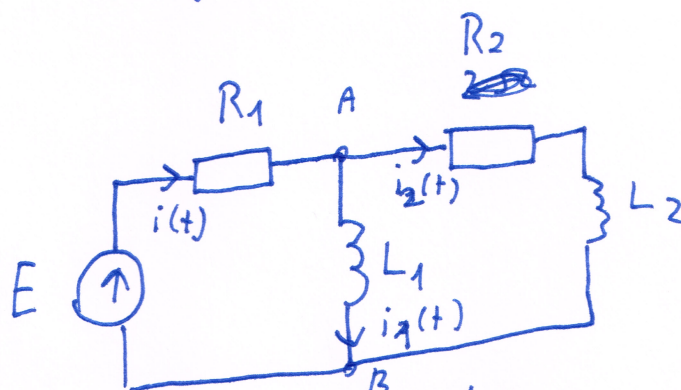
$$L_2 = 1H$$

$$R_1 = 1\Omega$$

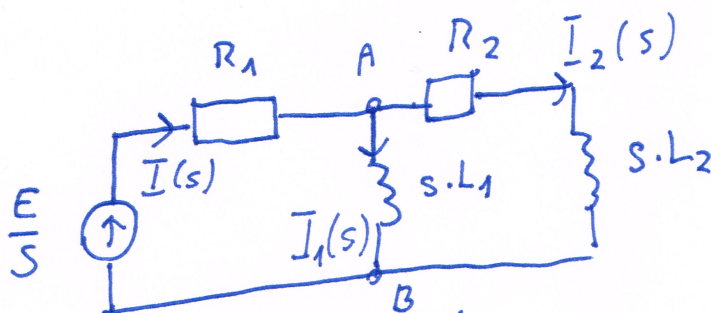
$$R_2 = 2\Omega$$

$$E = 3V$$

$t > 0$



Schemat normalny



Schemat operatorowy

Stworzymy normalnie prawa Kirchhoffa, metody oczkowe, etc.

$$\textcircled{1} \quad U_{AB} = \frac{E}{s} - \underline{I}(s) \cdot R_1$$

$$\textcircled{2} \quad U_{AB} = \underline{I}_1(s) \cdot sL_1$$

$$\textcircled{3} \quad U_{AB} = \underline{I}_2(s) \cdot R_2 + \underline{I}_2(s) \cdot sL_2$$

$$\textcircled{4} \quad \underline{I}(s) = \underline{I}_1(s) + \underline{I}_2(s)$$

Użyjemy $U_{AB} = U_{AB}$, $\textcircled{2}$ i $\textcircled{3}$

$$\underline{I}_1(s) \cdot sL_1 = \underline{I}_2(s) \cdot R_2 + \underline{I}_2(s) \cdot sL_2$$

$$\underline{I}_1(s) \cdot sL_1 = \underline{I}_2(s) \cdot (R_2 + sL_2)$$

Mamy:

$$\underline{I}_1(s) = \underline{I}_2(s) \cdot \frac{(R_2 + sL_2)}{sL_1}$$

$$\textcircled{5} \quad \underline{I}_2(s) = \underline{I}_1(s) \cdot \frac{sL_1}{(R_2 + sL_2)}$$

Użyjemy $\textcircled{1}$ i $\textcircled{2}$ i $\textcircled{4}$; $\textcircled{5}$

$$\underline{I}_1(s) \cdot sL_1 = \frac{E}{s} - \underline{I}(s) \cdot R_1$$

$$\underline{I}_1(s) \cdot sL_1 = \frac{E}{s} - \underline{I}_1(s) \cdot R_1 - \underline{I}_2(s) \cdot R_1$$

* $\textcircled{3}$

$$\underline{I}_1(s) \cdot sL_1 = \frac{E}{s} - \underline{I}_1(s) \cdot R_1 - \underline{I}_1(s) \cdot \frac{sL_1}{R_2 + sL_2} \cdot R_1$$

* $\textcircled{5}$

$$\underline{I}_1(s) \left(sL_1 + R_1 + \frac{sL_1 \cdot R_1}{(R_2 + sL_2)} \right) = \frac{E}{s}$$

$$\underline{I}_1(s) \cdot \left[\frac{(sL_1 + R_1)(R_2 + sL_2)}{R_2 + sL_2} + \frac{R_1 \cdot sL_1}{R_2 + sL_2} \right] = \frac{E}{s}$$

$$\underline{I}_1(s) \cdot \left(\frac{sL_1 \cdot R_2 + s^2 L_1 \cdot L_2 + R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot L_2 \cdot s + R_1 \cdot L_1 s}{(R_2 + sL_2)} \right) = \frac{E}{s}$$

"Wzrostający wartości"

$$\underline{I}_1(s) \cdot \left[\frac{s + s^2 \cdot 0,5 + 2 + s + 0,5s}{2 + s} \right] = \frac{3}{s}$$

$$\underline{I}_1(s) \cdot \left(\frac{0,5 \cdot s^2 + 2,5s + 2}{s + 2} \right) = \frac{3}{s}$$

$$\underline{I}_1(s) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{s^2 + 5s + 4}{s + 2} \right) = \frac{3}{s}$$

$$\Delta = 25 - 16 = 9$$

$$s_{1,2} = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

$$s_1 = -1 ; s_2 = -4$$

$$\text{czyli } s^2 + 5s + 4 = (s+1)(s+4)$$

$$\underline{I}_1(s) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(s+1)(s+4)}{(s+2)} = \frac{3}{s}$$

$$\underline{I}_1(s) \cdot \frac{(s+1)(s+4)}{(s+2)} = \frac{6}{s}$$

$$\underline{I}_1(s) = \frac{6 \cdot (s+2)}{s(s+1)(s+4)}$$

$$i_1(t) = \mathcal{L}^{-1} \{ \underline{I}_1(s) \}$$

TEGO SIĘ NAUCZ, PRZYDATNE I PROSTE

$$\textcircled{1} \quad i_1(t) = \sum_{i=1}^3 \text{Res}(I_1(s), s_i) \cdot e^{s_i \cdot t} \cdot 1(t)$$

• $i=1$

$$\text{Res}(I_1(s), 0) \cdot e^{0t} \cdot 1(t) = \frac{6(0+2)}{(0+1)(0+4)} \cdot 1 \cdot 1(t) = \frac{12}{4} \cdot 1(t) = 3 \cdot 1(t)$$

• $i=2$

$$\text{Res}(I_1(s), -1) e^{-t} \cdot 1(t) = \frac{6(-1+2)}{-1(-1+4)} \cdot e^{-t} \cdot 1(t) = \frac{6}{-3} e^{-t} \cdot 1(t) = -2e^{-t} \cdot 1(t)$$

• $i=3$

$$\text{Res}(I_1(s), -4) e^{-4t} \cdot 1(t) = \frac{6(-4+2)}{-4(-4+1)} \cdot e^{-4t} \cdot 1(t) = \frac{-12}{12} e^{-4t} \cdot 1(t) = -e^{-4t} \cdot 1(t)$$

• Czyli

$$i_1(t) = (3 - 2e^{-t} - e^{-4t}) \cdot 1(t)$$

* Komentarz

Metoda polega na tym, że w uproszczeniu nie można dzielić przez zero. Mamy transformację w postaci:

$$\frac{6 \cdot (s+2)}{s \cdot (s+1) \cdot (s+4)}; \text{ JEŻELI ZA } s \text{ PRZYSMIESZ } 0; -1; -4, \text{ to}$$

w mianowniku będziemy mieć 0, więc lina.

Mamy więc trzy resyduum, są 3: 0, -1, -4. By znaleźć transformację odwrotną najprościej wyznaczyć resyduum ze wzoru $\textcircled{1}$

~~By~~ Wyznaczamy dla punktu -1, to jest $(s+1)$, robimy ~~to~~ to tak:

$$\frac{6 \cdot (s+2)}{s \cdot (s+1) \cdot (s+4)} \cdot \cancel{(s+1)} \cdot e^{st} \cdot 1(t); \text{ teraz zamiast } s \text{ ustawiamy}$$

to miejsce resyduum, tutaj -1

Mamy więc:

$$\frac{G \cdot (-1+2)}{-1 \cdot (-1+4)} \cdot e^{-1 \cdot t} \cdot 1(t) = \frac{G \cdot (1)}{-1 \cdot (3)} \cdot e^{-1t} \cdot 1(t) =$$
$$= \frac{6}{-3} \cdot e^{-t} \cdot 1(t) = -2 e^{-t} \cdot 1(t)$$

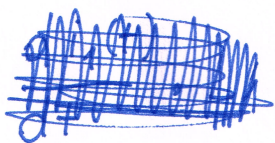
I tak samo dla dwóch pozostałych

Są inne metody, dłuższe, np. można transformację wrzucić na ułamki proste, ale na kolonie nie zdążyłem

* Koniec komentarza

teraz wyznaczamy $i_2(t)$

mamy:



$$I_2(s) = I_1(s) \cdot \frac{s \cdot L_1}{(R_2 + sL_2)} = \frac{3}{s(s+1)(s+4)} \cdot \frac{s \cdot \cancel{0,5}}{(\cancel{2} + s)} = \frac{3}{(s+1)(s+4)}$$

Znowu metoda residuów, miejsca anormalne to -1 i -4 .

~~$\text{Res}(I_2(s), -1) e^{-t}$~~

$$\bullet \text{Res}(I_2(s), -1) e^{-t} \cdot 1(t) = \frac{3}{(-1+4)} e^{-t} \cdot 1(t) = e^{-t} \cdot 1(t)$$

$$\bullet \text{Res}(I_2(s), -4) e^{-4t} \cdot 1(t) = \frac{3}{(-4+1)} \cdot e^{-4t} \cdot 1(t) = -e^{-4t} \cdot 1(t)$$

$$i_2(t) = (e^{-t} - e^{-4t}) \cdot 1(t)$$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

$$i(t) = [3 - 2e^{-t} - e^{-4t} + e^{-t} - e^{-4t}] \cdot 1(t)$$

$$i(t) = (3 - e^{-t} - 2e^{-4t}) \cdot 1(t)$$

$$i_1(t) = (3 - 2e^{-t} - e^{-4t}) \cdot 1(t)$$

$$i_2(t) = (e^{-t} - e^{-4t}) \cdot 1(t)$$