

Vitaliy N. Selenskih;
 Engeneer,
 Chelabinsk region

Physical Method of Determining the Exact Pi Number [Vitaliy N. Selenskih]

Key words: circle, the center of mass, π .

Annotation: in the article the author determines the exact value of pi by a known physical theory of centers of mass of various shapes.

1. Постановка задачи.

Физический метод определения численного значения числа π заключается в том, что мы будем рассматривать окружность как материальное тело, например как кольцо из пружинной проволоки, обладающее массой.

Мысленно разрежем это проволочное кольцо, предоставив ему возможность развернуться, как бутон цветка относительно т.1 (см.Рис.1).

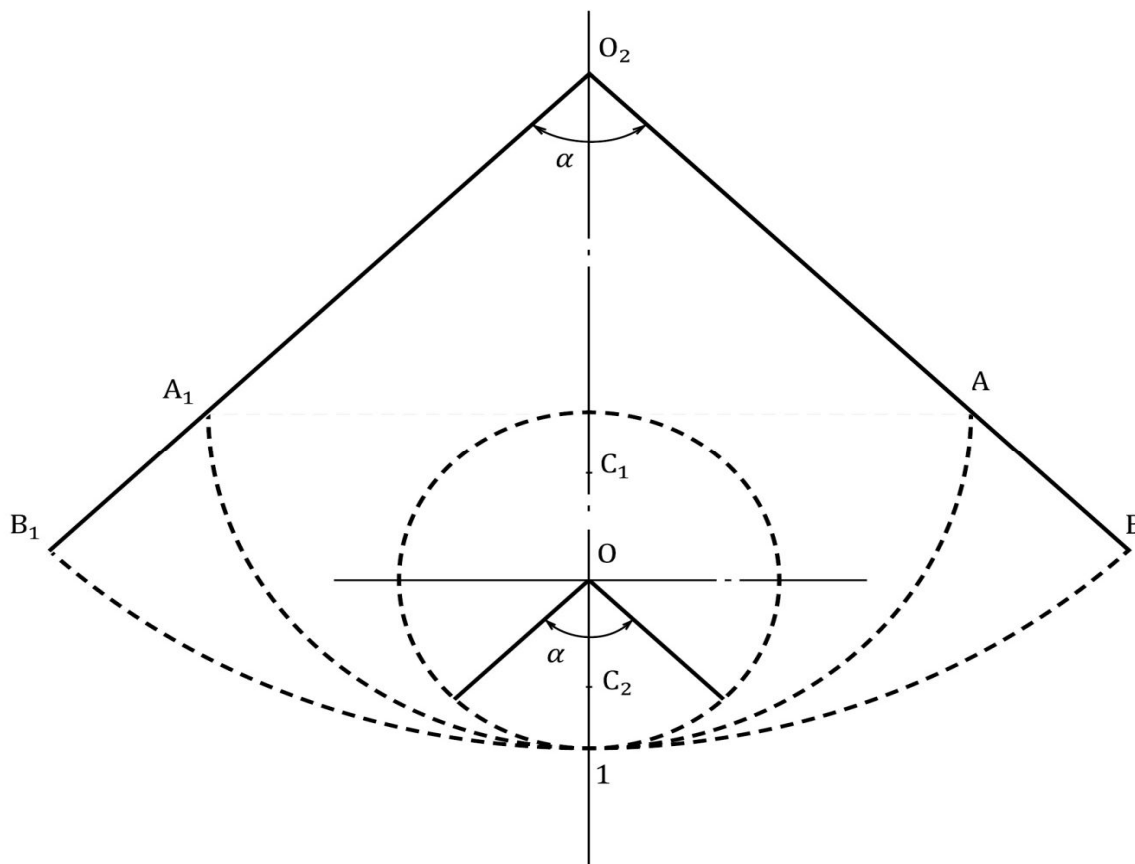


Рис.1. Схема распускания окружности относительно точки 1

На Рис 1. изображена распускающаяся относительно точки 1 окружность, единичного радиуса $r = O1 = 1$.

При распускании окружности радиус кривизны $R = O_21 = \frac{2\pi}{\alpha}$ увеличивается от 1 и до ∞ , а угол развертывания α уменьшается от 360° и до 0° . При этом длины развернутых дуг остаются равными длине исходной окружности, т.е. $R\alpha = 2\pi r$.

Центр масс окружности в начальный момент (при $\alpha = 2\pi$) находится в точке O .

При распускании окружности до $\alpha = 0^\circ$, центры масс дуг (точка C_2) перемещаются в сторону точки 1, к которой в пределе и стремятся.

Центр масс круга, ограниченного исходной окружностью, находится также в точке O . При распускании окружности центр масс секторов (точка C_1), ограниченных соответствующими дугами, перемещается в сторону точки O_2 , стремясь в пределе к ∞ .

При каком-то угле развертывания и притом только одном, (в чем не трудно убедиться графически) наступит случай, когда $OC_1 = OC_2$

Задача заключается в том, чтобы найти этот случай, т.е. найти угол альфа.

2. Решение задачи.

Из Рис.1 имеем [1]

$$OC_1 = O_2O - O_2C_1$$

$$O_2O = O_21 - O1 = \frac{2\pi}{\alpha} - 1 \quad (2)$$

$$O_2C_1 = \frac{2}{3} \times \frac{2\pi}{\alpha} \times \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{8\pi}{3\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

$$OC_1 = \left(\frac{2\pi}{\alpha} - 1 \right) - \frac{8\pi}{3\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (4)$$

$$OC_2 = O_2C_2 - O_2O$$

$$O_2C_2 = \frac{2\pi}{\alpha} \times \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{4\pi}{\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (5)$$

$$OC_2 = \frac{4\pi}{\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} - \left(\frac{2\pi}{\alpha} - 1 \right) \quad (6)$$

В случае $OC_1 = OC_2$ имеем:

$$\alpha^2 - 2\pi\alpha + \frac{10\pi}{3}\sin\frac{\alpha}{2} = 0, \quad (7)$$

Уравнение 7 трансцендентно и решить его не представляется возможным.

Но при этом [1]:

$$O_2C_1 = \frac{2}{3}O_2C_2,$$

тогда:

$$OC_1 = OC_2 = \frac{1}{4}O_2C_1 = \frac{1}{5}O_2O = \frac{1}{6}O_2C_2,$$

что дает:

$$OC_1 = OC_2 = \frac{2\pi}{3\alpha^2}\sin\frac{\alpha}{2}, \quad (8)$$

В постановочной части задачи имеются два обязательных условия ее решения, а именно: при $OC_1 = OC_2$ должно выполняться: 1- равенство $R\alpha=2\pi r$ и 2- касание развернутых дуг и исходной окружности в т.1(см. Рис.1).

При $OC_1 = OC_2$ имеем:

$$\frac{2\pi}{3\alpha^2}\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{2\pi}{3} \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}$$

где: $\frac{\pi}{2\alpha} = \frac{1}{4}R$, причем по второму условию должно соблюдаться $\frac{1}{4}R = r$, иначе касание нарушится.

Но тогда:

$$\left\{ \begin{array}{l} R\alpha = 2\pi r \\ \frac{1}{4}R = r \end{array} \right.$$

И простое решение этой системы уравнений дает: $\alpha = \frac{\pi}{2}!!!$

Следовательно:

$$OC_1 = OC_2 = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} = \frac{3}{5}$$

т.к. $O_2O = \frac{2\pi}{\alpha} - 1$, а при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ $O_2O = 3$, $OC_1 = OC_2 = \frac{1}{5}O_2O$ а в итоге:

$$\pi = \frac{20\sqrt{2}}{9} = 3,14269680 \dots !!!$$

3. Три дополнительных варианта решения задачи по определению точного значения числа пи.

1 вариант

при $OC_1 = OC_2$

$$\frac{\pi}{2\alpha} \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}}$$

2 вариант

при $OC_1 = OC_2$

$$\frac{2\pi}{3\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{3\alpha} \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2\pi}{3\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} \times \frac{2\alpha}{\pi}$$

3 вариант

при $OC_1 = OC_2$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha^2 - 2\pi\alpha + \frac{10\pi}{3} \sin \frac{\alpha}{2} = 0 \\ \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{9}{10} \text{ (см. Рис 2)} \end{array} \right.$$

Все эти варианты дают один и тот же ответ: $\alpha = \frac{\pi}{2}$!!!

	$\pi/3 = \alpha < \pi/2$	$\alpha = \pi/2$	$2\pi/3 = \alpha > \pi/2$
	$r = 1; R = 4r; OC_1 = OC_2$	$r = 1; R = 4r; OC_1 = OC_2$	$r = 1; R = 4r; OC_1 = OC_2$
При любом α имеем:	$OC_1 = OC_2 = 1/4 AC_1 = 1/5 AO = 1/6 AC_2; AO = OB; AC_1 = BC_2 = 2/3 R \sin \alpha / 2 / (\alpha / 2); AC_2 = BC_1 = R \sin \alpha / 2 / (\alpha / 2); AB = R 5/3 \sin \alpha / 2 / (\alpha / 2)$ $OC_1 = OC_2 = 1/6 R \sin \alpha / 2 / (\alpha / 2); KN = 3/4 R - 5/6 R \sin \alpha / 2 / (\alpha / 2); BC_2 = 2/5 AB; AC_2 = 3/5 AB$		
При $KN=0$ имеем:	$KN = KC_2 - NC_2; KC_2 = OK - OC_2 = R - 5/6 R \sin \alpha / 2 / (\alpha / 2) = R (1 - \sin \alpha / 2 / (\alpha / 2)); AC_1 / (OC_1 + 1) = 3/2;$ $NC_2 = 1/4 R - OC_2 = 1/4 R (1 - 2/3 \sin \alpha / 2 / (\alpha / 2)); KN = R (1 - \sin \alpha / 2 / (\alpha / 2)) - 1/4 R (1 - 2/3 \sin \alpha / 2 / (\alpha / 2)) = 0; 3/4 - 5/6 \sin \alpha / 2 / (\alpha / 2) = 0;$		$(4\sqrt{2})/3\pi = 3/5$ $\sin \alpha / 2 / (\alpha / 2) = 9/10$

Рис.2. Обоснование 4 варианта.

4. Заключение.

Найденное число $\pi = 3,14269680 \dots$ физического происхождения.

$$\pi = \frac{VT}{2R}$$

где:

V — скорость движения материальной точки вокруг силового центра (м/с),

T — период обращения (с),

R — радиус орбиты (м).

Если для земных дел всё это большой роли не играет, то для понимания природы числа π и для орбитальных расчётов имеет важное значение.

5. Литература.

1. Никитин Е.М. Теоретическая механика для техникумов / Е.М. Никитин. — М.: Наука, 1972. — С. 184–186.