Vermessungskunde (SS 2017)
Gruppe 2 (AGW/Geophysik)
Datum: 31. Mai 2017

Frederic Berger
Marcel Finkbeiner
Daniel Jost
David Schiebel
Maja Stöcker

Aufgabe 7

Berechnung geodätischer Grundaufgaben

1 Ausgangswerte

1.1 Polares Anhängen

Punkt	Y(R)	X(H)
2	15938,95	61923,51
3	16271,95	61134,80

Strecke von 3 nach 4: $s_{3,4} = 321,52\,\mathrm{m}$
Richtungen von 3 nach 2: $r_3^2 = 0,1525\,\mathrm{gon}$
Richtungen von 3 nach 4: $r_3^4 = 200,8215\,\mathrm{gon}$

1.2 Vorwärtsschnitt über Dreieckswinkel

Punkt	Y(R)	X(H)
1	16532,93	61724,11
2	15938,95	61923,51

Richtungen von 1 nach 5: $r_1^5 = 0,3754\,\mathrm{gon}$
Richtungen von 1 nach 2: $r_1^2 = 59,0628\,\mathrm{gon}$
Richtungen von 2 nach 1: $r_2^1 = 3,5219\,\mathrm{gon}$
Richtungen von 2 nach 5: $r_2^5 = 79,3068\,\mathrm{gon}$

2 Polares Anhängen

Zunächst muss der Richtungswinkel t_3^2 von Punkt 3 nach Punkt 2 bestimmt werden, sowie der Winkel α, den die Punkte 2 und 4 von Punkt 3 aus betrachtet einschließen:

$$t_3^2 = \arctan\left(\frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3}\right) = -25,4332\,\mathrm{gon} \mathrel{\widehat{=}} 374,5668\,\mathrm{gon},$$
$$\alpha = r_3^4 - r_3^2 = 200,8215\,\mathrm{gon} - 0,1525\,\mathrm{gon} = 200,6690\,\mathrm{gon}.$$

Der Richtungswinkel t_3^4 von Punkt 3 nach Punkt 4 ist nun offensichtlich

$$t_3^4 = t_3^2 + \alpha = 575,2358\,\mathrm{gon} \mathrel{\widehat{=}} 175,2358\,\mathrm{gon}.$$

Nun können die Koordinaten y_4 und x_4 leicht bestimmt werden:

$$\begin{aligned} y_4 &= y_3 + s_{3,4} \cdot \sin t_3^4 = y_3 + 121,94\,\mathrm{m} = 16393,89\,\mathrm{m}, \\ x_4 &= x_3 + s_{3,4} \cdot \cos t_3^4 = x_3 - 297,50\,\mathrm{m} = 60834,30\,\mathrm{m}. \end{aligned}$$

3 Vorwärtsschnitt über Dreieckswinkel

Hier sind zunächst die Strecke $s_{1,2}$ zwischen den Punkten 1 und 2 sowie die Richtungswinkel t_1^2 und t_2^1 zu ermitteln:

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} \\ &= \sqrt{(593,98\,\mathrm{m})^2 + (-199,40\,\mathrm{m})^2} = 626,56\,\mathrm{m}, \\ t_1^2 &= \arctan\left(\frac{\Delta y}{\Delta y}\right) = -79,3811\,\mathrm{gon} \mathrel{\widehat{=}} 320,6189\,\mathrm{gon}, \\ &\Longrightarrow t_2^1 = t_1^2 - 200\,\mathrm{gon} = 120,6189\,\mathrm{gon}. \end{aligned}$$

Zudem werden auch die Dreieckswinkel α und β benötigt:

$$\begin{aligned} \alpha &= r_1^2 - r_1^5 = 58,6875\,\mathrm{gon}, \\ \beta &= r_2^5 - r_2^1 = 75,7849\,\mathrm{gon}. \end{aligned}$$

Nach dem Sinussatz können nun die übrigen Seitenlängen im Dreieck bestimmt werden:

$$\begin{aligned} s_{1,5} &= s_{1,2} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = 678,89\,\mathrm{m}, \\ s_{2,5} &= s_{1,2} \cdot \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} = 582,53\,\mathrm{m}. \end{aligned}$$

Zur Berechnung der Koordinaten von Punkt 5 fehlen noch die Richtungswinkel t_1^5 bzw. t_2^5:

$$\begin{aligned} t_1^5 &= t_1^2 - \alpha = 261,9314\,\mathrm{gon}, \\ t_2^5 &= t_2^1 + \beta = 196,4038\,\mathrm{gon}. \end{aligned}$$

Um sicherzustellen, dass die Rechnungen korrekt sind, werden die Koordinaten von Punkt 5 sowohl von Punkt 1 als auch von Punkt 2 aus bestimmt:

Von Punkt 1 aus:

$$\begin{aligned} y_5 &= y_1 + s_{1,5} \cdot \sin t_1^5 = y_1 - 561,09\,\mathrm{m} \\ &= 15971,84\,\mathrm{m}, \\ x_5 &= x_1 + s_{1,5} \cdot \cos t_1^5 = x_1 - 382,20\,\mathrm{m} \\ &= 61341,91\,\mathrm{m}. \end{aligned}$$

Von Punkt 2 aus:

$$\begin{aligned} y_5 &= y_2 + s_{2,5} \cdot \sin t_2^5 = y_2 + 32,89\,\mathrm{m} \\ &= 15971,84\,\mathrm{m}, \\ x_5 &= x_2 + s_{2,5} \cdot \cos t_2^5 = x_2 - 581,60\,\mathrm{m} \\ &= 61341,91\,\mathrm{m}. \end{aligned}$$