

Appunti Controlli Automatici

A.2014/2015

Antonio Mignano

Per **sistema** si intendo un ente (fisico o astratto) dato dall'interconnessione di più parti elementari, per cui vale il principio di azione reazione. Indicheremo con $u(\cdot)$ l'ingresso (azione, causa) e con $y(\cdot)$ l'uscita (reazione, effetto). Con la notazione $\mathbf{u}(\cdot), \mathbf{y}(\cdot)$ si intendono le funzioni di ingresso e di uscita con $\mathbf{u}(t), \mathbf{y}(t)$ si intendono i valori dell'ingresso e dell'uscita nell'istante t .

Per **sistema statico** si intende un sistema in cui il legame i/o è istantaneo $\Rightarrow y(t) = g(u(t))$, ovvero l'uscita dipende solo dall'ingresso in quell'istante.

Per **sistema dinamico** si intende un sistema in cui il legame i/o è dinamico $\Rightarrow y(t) = g(u([\cdot - \infty, t]))$, ovvero l'uscita dipende anche dagli ingressi precedenti.

Per riassumere tutta la "storia passata" del sistema del sistema fino all'istante τ si introduce lo **stato** $x(\tau) \Rightarrow g(x(\tau), u([\tau, t]))$, $\forall t \geq \tau$.

Definizione assiomatica di sistema dinamico: $S(T, U, \Omega, X, Y, \Gamma, \varphi, \eta)$

- T : insieme ordinato dei tempi
- U : insieme dei valori assunti dall'ingresso u
- Ω : insieme delle funzioni di ingresso $\{u(\cdot): T \rightarrow U\}$
- X : insieme dei valori assunti dallo stato x
- Y : insieme dei valori assunti dall'uscita y
- Γ : insieme delle funzioni d'uscita $\{y(\cdot): T \rightarrow Y\}$

La **funzione di transizione dello stato** φ rappresenta l'evoluzione temporale dello stato ed è descritta dall'equazione $x(t) = \varphi(t, \tau, x(\tau), u(\cdot))$

La **funzione di uscita** η rappresenta l'evoluzione temporale dell'uscita ed è descritta dall'equazione:

- **SISTEMA IMPROPRIO:** $y(t) = \eta(t, x(t), u(t))$ ← Non fisicamente realizzabile poiché l'uscita dipende dall'ingresso nello stesso istante
- **SISTEMA PROPRIO:** $y(t) = \eta(t, x(t))$

Classifichiamo i sistemi in sistemi a tempo continuo se $T \subseteq \mathbb{R}$, a tempo discreto se $T \subseteq \mathbb{Z}$.

Un sistema si dice **MIMO** (multiple input multiple output) se presenta più ingressi e più uscite, altrimenti **SISO** (single input single output) se presenta un solo ingresso ed una sola uscita.

Un sistema si dice a **dimensione finita** (o a parametri concentrati) se ha un numero finito di variabili di stato, altrimenti si dice a **dimensione infinita** (o a parametri distribuiti) se ha un numero infinito di variabili di stato.

Il sistema dinamico è **lineare** se

- U, Ω, X, Y, Γ sono spazi vettoriali
- φ è lineare in x e in u . $x(t) = \varphi(t, \tau, x(\tau), u(\cdot)) = \varphi_l(t, \tau)x(\tau) + \varphi_f(t, \tau)u(\cdot) = x_l(t) + x_f(t)$ dove $x_l(t)$ è la risposta libera ed $x_f(t)$ è la risposta forzata (dipende dall'ingresso)
- η è lineare in x e in u . $\eta(t, x(t), u(t)) = C(t)x(t) + D(t)u(t)$

Il sistema dinamico è **stazionario** (o **tempo-invariante**) se φ ed η non dipendono esplicitamente dal tempo (ovvero, se compare la t nelle variabili di stato e/o nella funzione di uscita), altrimenti il sistema dinamico è **non stazionario** (o **tempo-variante**).

SLIDE 24

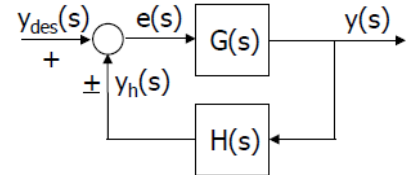
<p>Criterio di Routh: Per avere $\Re(p(\lambda_i)) < 0 \forall \lambda_i$ gli elementi della prima colonna devono avere tutti segno concorde. # radici con $\Re(\lambda) > 0 = \#$ variazioni di segno (prima col)</p>	$p(\lambda) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>n</td><td>a_n</td><td>a_{n-2}</td><td>a_{n-4}</td><td>\dots</td></tr> <tr><td>$n-1$</td><td>a_{n-1}</td><td>a_{n-3}</td><td>a_{n-5}</td><td>\dots</td></tr> <tr><td>$n-2$</td><td>b_{n-2}</td><td>b_{n-4}</td><td>b_{n-6}</td><td>\dots</td></tr> <tr><td>$n-3$</td><td>c_{n-3}</td><td>c_{n-5}</td><td>c_{n-7}</td><td>\dots</td></tr> <tr><td>\dots</td><td>\dots</td><td>\dots</td><td>\dots</td><td>\dots</td></tr> <tr><td>0</td><td>a_0</td><td>0</td><td>0</td><td>\dots</td></tr> </table> $b_{n-2} = - \begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} / a_{n-1}, \quad b_{n-4} = - \begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix} / a_{n-1}$ $c_{n-3} = - \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_{n-2} & b_{n-4} \end{vmatrix} / b_{n-2}, \quad c_{n-5} = - \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ b_{n-2} & b_{n-6} \end{vmatrix} / b_{n-2}$	n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots	$n-1$	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots	$n-2$	b_{n-2}	b_{n-4}	b_{n-6}	\dots	$n-3$	c_{n-3}	c_{n-5}	c_{n-7}	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	0	a_0	0	0	\dots																																																																		
n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots																																																																																													
$n-1$	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots																																																																																													
$n-2$	b_{n-2}	b_{n-4}	b_{n-6}	\dots																																																																																													
$n-3$	c_{n-3}	c_{n-5}	c_{n-7}	\dots																																																																																													
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots																																																																																													
0	a_0	0	0	\dots																																																																																													
<p>Criterio di Jury: $p(\lambda) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0$ Per avere $\Re(p(\lambda_i)) < 1 \forall \lambda_i$:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Per $n = 2$, siano soddisfatte 3 disuguaglianze: <ol style="list-style-type: none"> 1) $p(\lambda = 1) > 0$ 2) $(-1)^n p(\lambda = -1) > 0$ 3) $a_n > a_0$ - Per $n > 2$ oltre le disuguaglianze siano soddisfatte altre $n-2$ disuguaglianze nella tabella (con $n-1$ coppie di righe) <ol style="list-style-type: none"> 1) $b_0 > b_{n-1}$ 2) $c_0 > c_{n-2}$ 3) ... 4) $z_0 > z_2$ 	$p(\lambda) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>n</td><td>a_0</td><td>a_1</td><td>a_2</td><td>\dots</td><td>a_{n-2}</td><td>a_{n-1}</td><td>a_n</td></tr> <tr><td>n</td><td>a_n</td><td>a_{n-1}</td><td>a_{n-2}</td><td>\dots</td><td>a_2</td><td>a_1</td><td>a_0</td></tr> <tr><td>$n-1$</td><td>b_0</td><td>b_1</td><td>b_2</td><td>\dots</td><td>b_{n-2}</td><td>b_{n-1}</td><td></td></tr> </table> $b_0 = \begin{vmatrix} a_0 & a_n \\ a_n & a_0 \end{vmatrix}, \quad b_1 = \begin{vmatrix} a_0 & a_{n-1} \\ a_n & a_1 \end{vmatrix}, \quad b_2 = \begin{vmatrix} a_0 & a_{n-2} \\ a_n & a_2 \end{vmatrix}, \dots$ $\dots, \quad b_{n-2} = \begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}, \quad b_{n-1} = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 \\ a_n & a_{n-1} \end{vmatrix}$ <p>Infine</p> $p(\lambda) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>n</td><td>a_0</td><td>a_1</td><td>a_2</td><td>\dots</td><td>a_{n-2}</td><td>a_{n-1}</td><td>a_n</td></tr> <tr><td>n</td><td>a_n</td><td>a_{n-1}</td><td>a_{n-2}</td><td>\dots</td><td>a_2</td><td>a_1</td><td>a_0</td></tr> <tr><td>$n-1$</td><td>b_0</td><td>b_1</td><td>b_2</td><td>\dots</td><td>b_{n-2}</td><td>b_{n-1}</td><td></td></tr> <tr><td>$n-1$</td><td>b_{n-1}</td><td>b_{n-2}</td><td>b_{n-3}</td><td>\dots</td><td>b_1</td><td>b_0</td><td></td></tr> <tr><td>$n-2$</td><td>c_0</td><td>c_1</td><td>c_2</td><td>\dots</td><td>c_{n-2}</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>$n-2$</td><td>c_{n-2}</td><td>c_{n-3}</td><td>c_{n-4}</td><td>\dots</td><td>c_0</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>\dots</td><td>\dots</td><td>\dots</td><td>\dots</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>z_0</td><td>z_1</td><td>z_2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>z_2</td><td>z_1</td><td>z_0</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	n	a_0	a_1	a_2	\dots	a_{n-2}	a_{n-1}	a_n	n	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	\dots	a_2	a_1	a_0	$n-1$	b_0	b_1	b_2	\dots	b_{n-2}	b_{n-1}		n	a_0	a_1	a_2	\dots	a_{n-2}	a_{n-1}	a_n	n	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	\dots	a_2	a_1	a_0	$n-1$	b_0	b_1	b_2	\dots	b_{n-2}	b_{n-1}		$n-1$	b_{n-1}	b_{n-2}	b_{n-3}	\dots	b_1	b_0		$n-2$	c_0	c_1	c_2	\dots	c_{n-2}			$n-2$	c_{n-2}	c_{n-3}	c_{n-4}	\dots	c_0			\dots	\dots	\dots	\dots					2	z_0	z_1	z_2					2	z_2	z_1	z_0				
n	a_0	a_1	a_2	\dots	a_{n-2}	a_{n-1}	a_n																																																																																										
n	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	\dots	a_2	a_1	a_0																																																																																										
$n-1$	b_0	b_1	b_2	\dots	b_{n-2}	b_{n-1}																																																																																											
n	a_0	a_1	a_2	\dots	a_{n-2}	a_{n-1}	a_n																																																																																										
n	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	\dots	a_2	a_1	a_0																																																																																										
$n-1$	b_0	b_1	b_2	\dots	b_{n-2}	b_{n-1}																																																																																											
$n-1$	b_{n-1}	b_{n-2}	b_{n-3}	\dots	b_1	b_0																																																																																											
$n-2$	c_0	c_1	c_2	\dots	c_{n-2}																																																																																												
$n-2$	c_{n-2}	c_{n-3}	c_{n-4}	\dots	c_0																																																																																												
\dots	\dots	\dots	\dots																																																																																														
2	z_0	z_1	z_2																																																																																														
2	z_2	z_1	z_0																																																																																														

Sistemi di Controllo

La funzione di trasferimento ad anello chiuso $W_y(s) = \frac{y(s)}{y_{des}(s)}$

dove $y(s) = G(s)e(s) = G(s)[y_{des}(s) \pm y_h(s)]$

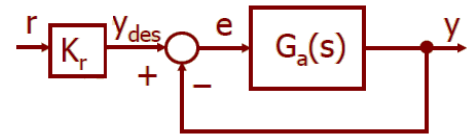
$$\rightarrow W_y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$$



Funzione di trasferimento d'anello: $G(s)H(s)$

Guadagno stazionario: $K_G = \lim_{s \rightarrow 0} \{s^h \cdot G(s)\}$, con h molteplicità polo in $s = 0$

Errore in regime permanente:		Riferimento $r(t)$		
		$\varepsilon(t)$	t	$t^2/2$
Sistema	Tipo 0	$\frac{K_r}{1 + K_{Ga}}$	∞	∞
	Tipo 1	0	$\frac{K_r}{K_{Ga}}$	∞
	Tipo 2	0	0	$\frac{K_r}{K_{Ga}}$



Disturbo entrante:

L'effetto del disturbo entrante in un punto qualsiasi del sistema è uguale a $|Kr/(\text{prodotto dei guadagni stazionari dei blocchi precedenti})|$

Vincoli sul numero di poli in $s = 0$

$n_{0,F} = \# \text{ poli in } s = 0 \text{ di } F(s)$ $n_{0,C} = \# \text{ poli in } s = 0 \text{ di } C(s)$ $k = \text{ grado riferimento polinomiale}$

Se $n_{0,F} < k \rightarrow n_{0,C} = (k - n_{0,F})$ per errore finito

$n_{0,C} = (k + 1 - n_{0,F})$ per errore nullo

Comandi MatLab:

Sintassi	Funzione
<code>s=tf('s')</code>	Permetti di calcolare la fdt di un sistem LTI
<code>feedback(\$ramo_diretto, \$ramo_retr, [\$segno])</code>	Calcola la fdt
<code>step(\$fdt_anello_chiuso, \$istante_finale_simul)</code>	Applica il gradino unitario alla fdt
<code>damp(\$fdt)</code>	Calcola poli, pulsazioni e ζ
<code>margin(\$fdt)</code>	Calcola margine di fase e di guadagno

Diagrammi di Bode:

Fattori elementari:

- Guadagno: $f_1(s) = K, K \neq 0$
 - o $M(\omega) = 20 \log_{10}(|K|)$, costante $\forall \omega$
 - o $\varphi(\omega) = \begin{cases} 0^\circ & \text{per } K > 0, \text{ costante } \forall \omega \\ -180^\circ & \text{per } K < 0, \text{ costante } \forall \omega \end{cases}$
- Polo nell'origine: $f_2(s) = \frac{K}{s}, K > 0$
 - o $M(\omega) = 20 \log_{10}\left(\frac{|K|}{\omega}\right) = K_{dB} - 20 \log_{10}(\omega)$
 - o $\varphi(\omega) = -90^\circ = \text{costante } \forall \omega$
- Polo reale λ (negativo o positivo) $f_3(s) = \left(1 - \frac{s}{\lambda}\right)^{-1} \rightarrow f_3(j\omega) = \left(1 - j\frac{\omega}{\lambda}\right)^{-1}$
 Approssimando per basse freq. ($\omega \ll |\lambda|$), alte freq. ($\omega \gg |\lambda|$) e pt. centrale ($\omega = |\lambda|$):
 $\lim_{\omega \ll |\lambda|} (f_3) = 1 \rightarrow \begin{cases} M = 0 \text{ dB} \\ \varphi = 0^\circ \end{cases} \quad \lim_{\omega \gg |\lambda|} (f_3) = -\text{sign}(\lambda) \frac{1}{j\Omega} \rightarrow \begin{cases} M = -20 \log_{10}(\Omega) \\ \varphi = \text{sign}(\lambda) \cdot 90^\circ \end{cases}$

$$\lim_{\omega = |\lambda|} (f_3) = (1 - j\text{sign}(\lambda))^{-1} \rightarrow \begin{cases} M = 20 \log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cong -3 \text{ dB} \\ \varphi = \text{sign}(\lambda) \cdot 45^\circ \end{cases}$$

- Coppia di poli complessi coniugati $f_4(s) = \left(1 + \frac{2\zeta}{\omega_n}s + \frac{s^2}{\omega_n^2}\right)^{-1}$
 Approssimando per basse freq. ($\omega \ll \omega_n$), alte freq. ($\omega \gg \omega_n$) e pt. Centrale ($\omega = \omega_n$):
 $\lim_{\omega \ll \omega_n} (f_4) = 1 \rightarrow \begin{cases} M = 0 \text{ dB} \\ \varphi = 0^\circ \end{cases} \quad \lim_{\omega \gg \omega_n} (f_4) = \begin{cases} M = -40 \log_{10}(\Omega) \\ \varphi = -\text{sign}(\zeta) \cdot 180^\circ \end{cases}$
 $\lim_{\omega = \omega_n} (f_4) = \begin{cases} M = 20 \log_{10}\left(\frac{1}{2|\zeta|}\right) \\ \varphi = -\text{sign}(\zeta) \cdot 90^\circ \end{cases}$

Diagrammi di Nyquist:

$n_{i,a} = \#$ poli instabili di $G_a(s)$

$n_{i,c} = \#$ poli instabili di $W(s)$

$N = \#$ giri compiuti in senso orario da $G_a(j\omega)$ attorno al punto $(-1,0)$ al variare di ω

Si può dimostrare che $N = n_{i,c} - n_{i,a}$

Criterio di Nyquist: Condizione necessaria e sufficiente per l'asintotica stabilità \rightarrow

$$n_{i,c} = 0 \Rightarrow N = -n_{i,a}$$

Con guadagno variabile si considera come punto critico $\left(-\frac{1}{K_c}, 0\right)$ al posto di $(-1,0)$

Margini di stabilità:

Margine di guadagno:

Bode: $m_{G,dB} = -|G_a(j\omega_\pi)|_{dB} =$ valore del modulo in corrispondenza di $\varphi = -180^\circ$

Nyquist: $m_G = \frac{1}{|X_A|}$ dove X_A è il punto di attraversamento dell'asse delle ascisse

Margine di fase:

Bode: Valore della fase in corrispondenza di $|G_a(j\omega)| = 0$

Nyquist: $m_\varphi = 180^\circ + \angle G_a(j\omega_c)$ ovvero la fase che presenta il diagramma nel punto di intersezione con la circonferenza di raggio unitario

Margini indiretti:

$M_r = W_r / |W(0)|$ dove $W_r = \max\{|W(j\omega)|\}$

Valori tipici $1dB < M_r < 5dB$

Quanto più è significativa l'entità del picco di risonanza tanto più il sistema è "vicino" alla condizione di instabilità

Si ha **robustezza della stabilità** in catena chiusa se M_r è piccolo: $M_r \leq M_{r,lim}$; Affinché tale relazione sia soddisfatta, il diagramma di Nyquist deve essere **esterno alla circonferenza corrispondente a $M_{r,lim}$** per tutti i valori di ω

Risposta transitoria e risposta in frequenza:

Definendo la fdt d'anello $G_a(s) = \frac{N_a(s)}{D_a(s)} = \frac{(K_a \prod_{j=1}^{m_a} (s - \zeta_j))}{\prod_{i=1}^{n_a} (s - \lambda_i)}$, con $m_a < n_a$

Definendo le fdt della catena chiusa $W(s) = K_r W_y(s)$

$W_y(s) = \frac{N_W(s)}{D_W(s)} = \frac{(K_a \prod_{j=1}^{m_W} (s - \zeta_j))}{\prod_{i=1}^{n_W} (s - \lambda_i)}$, con $m_W < n_W$

Si ricava $W_y = \frac{N_W}{D_W} = \frac{G_a}{1 + G_a} = \frac{N_a}{D_a + N_a}$

Dunque:

- L'ordine della catena chiusa coincide con quello della catena aperta
- Il numeratore della catena chiusa coincide con quello della catena aperta
- La catena chiusa ha gli stessi zeri della catena aperta

Si definisce banda di bassa frequenza **BF** l'insieme di $\omega \ll \omega_c$

Si definisce banda di alta frequenza **AF** l'insieme di $\omega \gg \omega_c$

In genere $|G_a|_{BF} \gg 1$ a motivo delle specifiche di precisione in regime permanente

In genere $|G_a|_{AF} \ll 1$ in quanto il sistema è strettamente proprio

Si deduce che nella banda in cui $|G_a| \gg 1$ (in genere BF) il guadagno stazionario della catena chiusa è circa unitario e i suoi poli sono approssimativamente coincidenti con gli zeri della catena aperta.

Si deduce che nella banda in cui $|G_a| \ll 1$ (in genere AF) la catena chiusa coincide approssimativamente con la catena aperta. In particolare i poli della catena chiusa in AF sono approssimativamente coincidenti con quelli della catena aperta.

A seguito delle approssimazioni si possono estrarre delle **relazioni notevoli per W_{rif}** :

- $\omega_B t_s \cong 3$ (banda passante · tempo di salita)

- $\omega_c / \omega_B \cong 0.63$

- $1 + \hat{s} / M_r \cong 0.9$

- $m_\varphi M_r \cong 60$ (in gradi · u_n)

Possiamo approssimare

$(m_{\varphi,lim})_{gradi} \cong 60^\circ - 5(M_{r,lim})_{dB}$

Facendo riferimento al consueto schema di controllo, si consideri in particolare:

$$r(t) = \sin(\omega_0 t) \quad W_e(s) = \frac{e(s)}{r(s)} = \frac{K_r}{1+G_a(s)}$$

L'errore di inseguimento in regime permanente è pertanto dato da $e_p(t) = E \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_e)$ con $E = |W_e(j\omega_0)|$ e $\varphi_e = \arg(W_e(j\omega_0))$. L'errore massimo in modulo in regime permanente è E.

Se ho un **errore di tipo sinusoidale**:

- Se posto sull'ingresso lo riuscirò ad attenuare in alta frequenza $\omega_d \gg \omega_c$
- Se posto sull'uscita lo riuscirò ad attenuare in bassa frequenza $\omega_d \ll \omega_c$
- Se posto sulla retroazione lo riuscirò ad attenuare in bassa frequenza $\omega_d \gg \omega_c$

Rete anticipatrice o derivativa:

$$R_d(s) = \frac{1+\tau_d s}{1+\frac{\tau_d}{m_d} s} \quad \text{Introduce un aumento (anticipo) di fase crescente al crescere di } m_d$$

dove $\tau_d = x_d/\omega_{c,des}$ dove x_d è l'ascissa sul diagramma

Per disegnarmi il diagramma generalizzato di una rete m_d faccio bode((1+s)/(1+s/md))

Rete attenuatrice:

$$R_i(s) = \frac{1+\frac{\tau_i}{m_i} s}{1+\tau_i s} \quad \text{Introduce un'attenuazione di modulo crescente al crescere di } m_i$$

dove $\tau_i = x_i/\omega_{c,des}$ dove x_i è l'ascissa sul diagramma. L'aumento di x_i fa aumentare il tempo di assestamento.

Funzione di sensibilità: $S(s) = \frac{1}{1+G_a(s)}$

PID: $R_{PID}(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$ oppure $R_{PID}^r(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1+\frac{T_D s}{N}} \right)$

con $T_I = K_p/K_I$ tempo integrale e $T_D = K_D/K_p$ tempo derivativo

Prendendo come \bar{K}_p il margine di guadagno m_G del sistema, e come \bar{T} il periodo dell'oscillazione sull'uscita pari a $2\pi/\omega_\pi$ possiamo ricavare secondo:

	K_P	T_I	T_D
P	$0.5\bar{K}_p$		
PI	$0.45\bar{K}_p$	$0.8\bar{T}$	
PID	$0.6\bar{K}_p$	$0.5\bar{T}$	$0.125\bar{T}$

Nel metodo di **Ziegler-Nichols** in anello aperto, si utilizza una fdt approssimata del I ordine con ritardo:

$$F(s) = \frac{K_F}{1+\tau_{FS} s} \cdot e^{-\theta_{FS}}$$

Per determinare K_F, τ_f, θ_F si utilizza il **metodo della tangente** (leggendo dallo step della funzione)
 $y(\tau_F + \theta_F) = 0.63 y_\infty$ $\theta_F =$ da dove comincia il grafico (ritardo)

	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{\tau_F}{K_F \theta_F}$		
PI	$\frac{0.9 \tau_F}{K_F \theta_F}$	$3 \theta_F$	
PID	$1.2 \frac{\tau_F}{K_F \theta_F}$	$2 \theta_F$	$0.5 \theta_F$

Discretizzazione controllore:

$$T_c = \frac{2\pi}{20 * \omega_B} \quad G_{zoh} = \frac{Ga}{1 + s \cdot \frac{T_c}{2}}$$

```
Cz1 = c2d(C, Tc, 'zoh');
Cz2 = c2d(C, Tc, 'tustin');
Cz3 = c2d(C, Tc, 'matched');
Fz = c2d(F, Tc, 'zoh');
```