

# Ćwiczenie 4. Analiza widmowa sygnałów

## Zadanie 4.1

Wygenerować/nagrać następujące sygnały (dł. 5s każdy, tempo próbkowania  $f_s = 8\text{kHz}$ ): szum gaussowski, sygnał sinusoidalny o stałej częstotliwości 1kHz, sygnał o zmiennej częstotliwości w zakresie od 0Hz (0s) do 1kHz (5s) (patrz funkcja `chirp`) oraz sygnał mowy. Następnie, dla każdego z sygnałów wykreślić obwiednię mocy w czasie (dla uzyskania lepszej przejrzystości zamiast funkcji `stem` można użyć funkcji `plot`). W celu oszacowania mocy sygnału w czasie  $P_x[n]$  zastosować uśrednianie wykładnicze/rekursywne, zgodnie ze wzorem:  $P_x[n] = \alpha P_x[n-1] + (1-\alpha)x[n]^2$ , gdzie  $x[n]$  -  $n$ -ta próbka sygnału oraz  $0 < \alpha < 1$  parametr uśredniający. Sprawdzić, jaki wpływ na obwiednię mocy ma dobór parametru alfa? Co możesz powiedzieć o stacjonarności sygnałów na podstawie kształtu obwiedni?

## Zadanie 4.2

Wygenerować następujące sygnały (po  $N = 1024$  próbek, każdy): szum gaussowski -  $w[n]$  z parametrami  $\mu = 0$ ,  $\sigma^2 = 1$ , kombinację sygnałów sinusoidalnych o częstotliwościach  $f_1 = 500\text{Hz}$  i  $f_2 = 1.2\text{kHz}$  zgodnie ze wzorem  $s[n] = 0.5\sin(2\pi n f_1/f_s) + \sin(2\pi n f_2/f_s)$  oraz sygnał  $y[n] = s[n] + 0.1w[n]$ , (we wszystkich przypadkach założyć, że  $f_s = 8\text{kHz}$ ). Dla każdego z sygnałów oszacować widmową gęstość mocy (ang. *Power Spectral Density - PSD*) wykorzystując następujące metody:

- periodogramu
- zmodyfikowanego periodogramu (dla okna Hanna)
- Welcha (dla okna Hanna dł. 256, 128 i 64 próbki z 50% nakładaniem)

Sporządzić wykresy widmowej gęstości mocy w skali decybelowej (wyniki dla podpunktu c zaprezentować w tym samym oknie). Co możesz powiedzieć o wariancji i obciążeniu poszczególnych oszacowań (estymatorów)? Jakie warunki/założenia muszą spełniać analizowane sygnały? Czy możliwe byłoby oszacowanie PSD dla sygnału o zmiennej częstotliwości lub sygnału mowy z poprzedniego zadania?

## Zadanie 4.3

Wykorzystując funkcję `spectrogram` sporządzić spektrogramy dla sygnałów z zadania 4.1. Założyć, że oknem analizy jest okno Hamminga długości 256 próbek. Zwróć uwagę na to, by osie wykresu były opisane przy użyciu jednostek fizycznych (a nie znormalizowanych). Co możesz powiedzieć o rozkładzie energii w czasie i częstotliwości analizowanych sygnałów? Jaka jest relacja pomiędzy modułem widma krótkookresowego a widmową gęstością mocy w skali decybelowej?

## Zadanie 4.4

Napisać własną wersję funkcji `spectrogram`, wykorzystującą, jako narzędzie analizy widmowej metodę uśrednianych periodogramów (ang. *smoothed periodograms*) i rysującą wykres czasowo-częstotliwościowy w postaci siatki 3D (funkcja `mesh`). Przyjąć, że oś  $X$  jest osią czasu, oś  $Y$  - osią częstotliwości oraz oś  $Z$  - osią widmowej gęstości mocy (w skali decybelowej). Podpowiedź: w celu implementacji metody uśrednianych periodogramów wykorzystać wzór z zadania 4.1 zastępując moc chwilową w czasie  $x[n]^2$  wartościami krótkookresowego widma mocy  $|X(k,l)|^2$ , gdzie  $X(k,l)$  -  $k$ -ty prążek widma zespolonego DFT oraz  $l$  - indeks ramki sygnału. Sporządzić wykresy analogicznie jak w zadaniu 4.3, porównać wyniki.