

Über die Verdunstung fallender Tropfen

Mit 9 Figuren

N. Frössling, Lund (Schweden)
Gerlands Beiträge zur Geophysik (1938)

Zusammenfassung

Die Verdunstungsgeschwindigkeit eines fallenden Tropfens wurde theoretisch und experimentell untersucht. Die Tropfen wurden an einem Glasdraht oder einem Thermoelement aufgehängt und mit dem Luftstrom eines Windkanals von unten angeblasen. Die Verdunstung wurde dadurch gemessen, dass die Tropfen in vergrößertem Maßstab wiederholt photographiert wurden. Der Tropfenradius betrug 0,1-0,9 mm, die Windgeschwindigkeit 0,2-7 m/sec und die Reynoldssche Zahl 2-800. Untersuchte Flüssigkeiten, Nitrobenzol, Anilin und Wasser. Aus den Messungen wurde in Übereinstimmung mit der Theorie folgend Formel erhalten:

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi \Delta \frac{\mathcal{M} p}{\mathcal{R} T} \cdot r \left(1 + k \sqrt{Re} \right) .$$

$\frac{dm}{dt}$ = Verdunstungsgeschwindigkeit in g/sec; Δ = Diffusionskoeffizient in cm^2/sec ; \mathcal{M} = Molgewicht; \mathcal{R} = die universelle Gaskonstante; T = absolute Temperatur; p = die Differenz zwischen dem Dampfdruck in der Nähe der Oberfläche (ungefährer Sättigungsdruck) und dem in der vorbeiströmenden Luft; r = Tropfenradius; Re = Reynoldssche Zahl = $\frac{\rho U 2r}{\eta}$ ρ = Luftdichte; η = Luftzähigkeit; U = Relativgeschwindigkeit; (alle Größen in CGS). k ist eine für jeden Stoff charakteristische Konstante, die nur von $\sigma = \Delta/\nu$ abhängt. (ν = kinematische Zähigkeit = η/ρ). Wenigstens angenähert gilt

$$k = \frac{0,276}{\sqrt[3]{\sigma}} .$$

Für die Verdunstung bei Naphthalinkugeln wurde dasselbe Ergebnis erhalten. Die Flüssigkeitstropfen können also im untersuchten Gebiet wie feste Kugeln behandelt werden. Bei Naphthalin war die Verdunstung in verschiedenen Kugelzonen messbar. Die Resultate dieser Messungen stimmten mit denen, die aus dem Strömungsbild qualitativ erhalten wurden, gut überein.

Abstract

A theoretical and experimental investigation of the evaporation of a falling drop was made. The drop was put on a thin glass rod or a thermoelement, and an air-current from a wind-tunnel was blown from below. The evaporation was measured by photographing the drop repeatedly on increased scale. The radius of the drop was 0,1-0,9 mm, the wind velocity 0,2-7 m/sec and the Reynolds number 2-800. Examined liquids: Nitrobenzene, aniline and water. From the measurements the following formula was obtained in agreement with the theory:

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi \Delta \frac{\mathcal{M} p}{\mathcal{R} T} \cdot r \left(1 + k \sqrt{Re} \right) .$$

$\frac{dm}{dt}$ = evaporation in g/sec; Δ = diffusion constant in cm²/sec; \mathcal{M} = molecule weight; \mathcal{R} = the universal gas constant; T = absolute temperature; p = difference between the pressures of vapor at the surface (approximately the saturation pressure) and in the streaming air; r = radius of the drop; Re = Reynolds number = $\frac{\rho U 2r}{\eta}$ ρ = air density; η = air viscosity; U = relative velocity; (all quantities in CGS). k is a constant characteristic for the evaporating substance that only depends on $\sigma = \Delta/\nu$. (ν = kinematic viscosity = η/ρ). At least approximately

$$k = \frac{0,276}{\sqrt[3]{\sigma}} .$$

For the evaporation of naphthalene spheres the same result was obtained. The fluid-drops could therefore, in the examined range, be treated as solid spheres. At naphthalene the evaporation in different zones could be measured. The results of these measurements agree well with those receivable qualitatively from the stream shape.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Theoretischer Teil	6
2.1	Allgemeines	6
2.2	Die Form der Funktion f	8
3	Experimenteller Teil	14
3.1	Versuchsanordnungen und Messmethoden.	14
3.1.1	Allgemeines	14
3.1.2	Die Aufhängung der verdunstenden Körper	14
3.1.3	Die photographische Aufnahme	15
3.1.4	Der Windkanal	16
3.1.5	Die Messung der Windgeschwindigkeit	18
3.1.6	Die Messung der Temperatur	19
3.1.7	Die Anordnung der Messungen bei Windruhe	20
3.1.8	Die Ausmessung der Platten und die Berechnung der Verdunstung	21
3.2	Diskussion einiger Fehlerquellen	23
3.2.1	Abweichungen wegen des flüssigen Zustandes der Tropfen	24
3.2.2	Die Einwirkung der Turbulenz	25
3.2.3	Die Kompressibilität der Luft	25
3.2.4	Der nichtstationäre Zustand	25
3.2.5	Der Dampfdruck an der Oberfläche	26
3.2.6	Die Reinheit und Beständigkeit der Stoffe	30
3.2.7	Die Einwirkung der Krümmung der Oberfläche auf den Dampfdruck	30
3.2.8	Die Gültigkeit der Gesetze eines idealen Gases	31
3.2.9	Ist der Dampfdruck gegen den Luftdruck vernachlässigbar?	31
3.2.10	Die Temperaturerniedrigung der Tropfen	31
3.2.11	Die Einwirkung des Aufhängegerätes	34
4	Versuchsergebnisse	36
4.1	Die Messung der totalen Verdunstung	36
4.1.1	Bei Windruhe	36
4.1.2	Bei Wind	38
4.1.3	Vergleich mit den Resultaten von TAKAHASI	40
4.2	Die Messung der Verdunstungsverteilung	50
	Literaturverzeichnis	53

1 Einleitung

Die Verdunstungsgeschwindigkeit eines Tropfens, der im Verhältnis zum umgebenden Medium ruht, ist durch Arbeiten von SRESNEWSKY [46], MORSE [35], SMOLUCHOWSKI [45], JEFFREYS [26], LANGMUIR [30], GUDRIS und KULIKOWA [23], TOPLEY und WHYTLAW-GRAY [52], HOUGHTON [24], FUCHS [22] u. a. sowohl theoretisch als experimentell behandelt worden. Bei stationärem Zustand und nicht allzu leicht flüchtigen Stoffen gilt die Formel:

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi \Delta \frac{\mathcal{M} p}{\mathcal{R} T} \cdot r \quad (1.1)$$

(Bezeichnungen wie in der Zusammenfassung).

Das viel kompliziertere Problem der Verdunstung von Tropfen, die sich relativ zum umgebenden Medium bewegen, wie beim Fall, ist aber sehr wenig behandelt worden. FUCHS [22] zeigte, dass bei sehr kleinen Reynoldsschen Zahlen ($\ll 1$) die totale Verdunstung gleich der bei Ruhe ist. Nach Entwurf der vorliegenden Untersuchung erhielt ich von einer experimentellen Arbeit von TAKAHASI [50,51] über die Verdunstung von Wassertropfen vom Radius 0,2-1 mm und bei Geschwindigkeiten von 1-6 m/sec Kenntnis. Seine Formel, die meinen theoretischen und experimentellen Resultaten teilweise widerspricht, wird am Ende dieser Abhandlung diskutiert. Eine Untersuchung dieses Problems ist auch für meteorologische Fragestellungen von großem Interesse (Anwendbarkeit auf Regentropfen), für die Verdunstungslehre insgesamt (Prüfung der Ähnlichkeits- und Grenzschichttheorien; Möglichkeit einer experimentellen Untersuchung des mathematisch sehr schwer zu behandelnden Re-Gebietes zwischen denen bei großer und kleiner Reibung und für die Theorie des Wärmeüberganges (die der der Verdunstung analog ist)). Die Verdunstung ist bei Bewegung größer als bei Ruhe. Entsprechend der Formel (1.1) kann man folgenden Ansatz machen:

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi \Delta r \frac{\mathcal{M} p}{\mathcal{R} T} \cdot f \quad (1.2)$$

f wird im Folgenden der Windfaktor genannt; Es gibt das Vielfache an, um das sich die Verdunstung infolge der Bewegung vermehrt hat. Das Ziel dieser Untersuchung war vor allem eine theoretische und experimentelle Ermittlung der Abhängigkeit des Windfaktors von der Tropfengröße, der Geschwindigkeit und den Stoffkonstanten. Außerdem wurde die Verteilung der Verdunstung über die Tropfenoberfläche gemessen. Da das nicht-stationäre Problem äußerst kompliziert ist, wurde nur das stationäre behandelt. Es werden also nach der Zeit konstante Werte für Geschwindigkeit und Verdunstung vorausgesetzt.

2 Theoretischer Teil

2.1 Allgemeines

Vorläufig werden die Tropfen als fest und kugelförmig behandelt. (Die Anwendbarkeit dieser Voraussetzung wird später diskutiert). Die Verdunstung entsteht dadurch, dass die Moleküle die Tropfenoberfläche verlassen und durch die Luft weiter diffundieren. Da diese Diffusion meistens viel langsamer vor sich geht als die Dampfbildung an der Grenzfläche, entsteht an dieser eine Stagnation. Viele Moleküle treffen bei ihren unregelmäßigen Bewegungen wieder die Tropfenoberfläche und werden zum Teil von ihr aufgenommen. Es entsteht also auch eine Kondensation von Molekülen. Zwischen Verdampfung, Diffusion und Kondensation kommt es bald zu einem Gleichgewichtszustand. Der Dampf ist dann an der Oberfläche des Tropfens beinahe gesättigt (Die Abweichung wird später berechnet). Wenn man den Sättigungsdruck als Randbedingung einführt, kann man die Verdunstung als reines Diffusionsproblem behandeln. STEFAN [47–49] dürfte der erste gewesen sein, der dies erkannt hat.

Für die Lösung des Problems braucht man zunächst die NAVIER-STOKESsche Gleichung, die Kontinuitätsgleichung und die Randbedingungen der Strömung, um das Geschwindigkeitsfeld berechnen zu können. Das Konzentrationsfeld erhält man aus der Gleichung für die Diffusion in einem bewegten Medium (z. B. nach JEFFREYS [26]) und aus den Randbedingungen des Dampfes. Die Verdunstung wird dann aus dem Konzentrationsgradienten an der Oberfläche berechnet. In einem im Verhältnis zum Körper ruhenden rechtwinkligen Koordinatensystem (x, y, z) sind die Geschwindigkeitskomponenten gleich u, v, w , der Druck gleich P und die Konzentration gleich c . Wenn die Kompressibilität und die Gravitation vernachlässigt werden, erhält man:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\varrho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\eta}{\varrho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.1a)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\varrho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\eta}{\varrho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2.1b)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\varrho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\eta}{\varrho} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2.1c)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.1d)$$

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \Delta \cdot \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) \quad (2.1e)$$

Für große x , y oder z gilt $u = U$; $v = w = 0$; $c = 0$.

Für $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{D^2}{4}$ gilt $u = v = w = 0$; $c = c_m$

$$\frac{dm}{dt} = -\Delta \int_{(F)} \left(\frac{\partial c}{\partial n} \right)_{\text{ob.}} dF; \quad (2.1f)$$

Beim Wärmeübergang erhält man ein analoges System. Für die exakte Lösung solcher Systeme kennt man keine Methode. Aber durch Überführung in dimensionslose Form kann man gewisse Ähnlichkeitsbetrachtungen machen. Der Erste, der die Ähnlichkeit bei Temperatur- und Konzentrationsfeldern behandelte, war Nusselt [37, 38]. Wenn man die dimensionslosen Größen x_1 , y_1 , z_1 usw. mit folgenden Substitutionen in die Gleichungen einführt:

$$\begin{aligned} x &= x_1 \cdot D & u &= u_1 \cdot U & P &= P_1 \cdot U^2 \varrho \\ y &= y_1 \cdot D & v &= v_1 \cdot U & c &= c_1 \cdot c_m \\ z &= z_1 \cdot D & w &= w_1 \cdot U & F &= F_1 \cdot D^2 \\ n &= n_1 \cdot D \end{aligned}$$

und

$$\frac{\varrho U D}{\eta} = Re; \quad \frac{\Delta}{U D} = \frac{\sigma}{Re}$$

setzt, enthalten die Gleichungen (2.1a) bis (2.1e) und die Randbedingungen außer den indizierten Größen nur Re und σ . Gleichung (2.1f) ergibt so

$$\frac{dm}{dt} = -\Delta c_m D \int_{(F_1)} \left(\frac{\partial c_1}{\partial n_1} \right)_{\text{ob.}} dF_1. \quad (2.2)$$

Die Größen u_1 , v_1 , w_1 und P_1 werden also Funktionen von Re , x_1 , y_1 , z_1 . Aus der Diffusionsgleichung erhält man dann

$$c_1 = \text{Funkt} (Re; \sigma; x_1; y_1; z_1) .$$

Bei Einsetzung dieses Ausdruckes in (2.2) wird¹, wenn $c_m = \mathcal{M} p / \mathcal{R} T$:

$$\frac{dm}{dt} = -\Delta \frac{\mathcal{M} p}{\mathcal{R} T} \cdot D \cdot \text{Funkt} (Re, \sigma) .$$

Durch Vergleich dieser Formel mit (1.2) erhält man

$$f = \text{Funkt} (Re, \sigma) . \tag{2.3}$$

Der Windfaktor f ist also bei gegebenen Stoffen nur von Re abhängig.

2.2 Die Form der Funktion f

Eine Lösung ist nur für sehr kleine oder sehr große Re -Zahlen möglich. Für $Re \ll 1$ wird, wie oben erwähnt wurde, nach FUCHS [22] die Verdunstung gleich der bei Ruhe, also $f = 1$.

Für $Re \gg 1$ kann man durch die Grenzschichttheorie von PRANDTL [7] wichtige Schlüsse über f ziehen. Nach dieser Theorie sind bei großen Re -Zahlen die Zähigkeitswirkungen nur in einer dünnen Schicht in unmittelbarer Nähe der Körperoberfläche vorhanden. In dieser dünnen Schicht wächst die Geschwindigkeit von Null sehr rasch an, während außen eine Potentialströmung herrscht.

Der Druck in der Schicht ist bei gegebenem Staupunktsabstand vom Wandabstand unabhängig und gleich der der Potentialströmung dicht außerhalb der Schicht.

Die Grenzschicht löst sich, wie die Theorie fordert, an einer gewissen Stelle (Ablösungspunkt) von der Oberfläche ab, und es entsteht ein rotationsbehaftetes Kiel-“Wasser“. Wenn man die Druckverteilung außerhalb der Grenzschicht kennt, kann man die Geschwindigkeitsverteilung in dieser und die Lage des Ablösungspunktes berechnen. Dabei kann man entweder eine experimentell bestimmte Druckverteilung benutzen oder die Potentialströmung nach der OSEEN-ZEILONschen asymptotischen Theorie bei bekannter Kielwasserform berechnen.

Die Beschaffenheit der Grenzschicht ist für die Verdunstung maßgebend, weil der innerste Teil beinahe stillsteht und der Dampf hier fast gesättigt ist. Da der Dampf von den äußeren Teilen schnell weggeführt wird, entsteht eine dünne Dampfgrenzschicht, in welcher die Konzentration von fast völliger Sättigung bis zum Wert der äußeren Luft

¹ Wenn, wie bei den Wasserversuchen, der Druck des Dampfes in der ungestörten Luft nicht = 0; sondern = p^λ ist, wird $p = p_m - p^\lambda$.

abnimmt. Beim Wärmeübergang entsteht eine analoge Temperaturgrenzschicht. Für die Grenzschichten werden, wenn man Glieder kleinerer Ordnung weglässt, die Gleichungen (2.1a) bis (2.1e) einfacher.

BOLTZE [16] hat die Gleichung für die Geschwindigkeitsgrenzschicht bei Rotationskörpern, deren Achse in der Stromrichtung liegt, aufgestellt. Die Gleichungen (2.1a) bis (2.1d), die sich auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem beziehen, werden auf ein Neues umgerechnet, in dem y die Länge der Normalen zur Oberfläche und x die Länge der Meridiankurve vom Staupunkt zum Fußpunkt der Normalen ist. Die Geschwindigkeitskomponenten parallel und senkrecht zur Wand seien u und v genannt. \bar{u} ist die Geschwindigkeit der Potentialströmung am Rand der Grenzschicht. BOLTZE erhielt für den stationären Zustand:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial (r^\perp u)}{\partial x} + \frac{\partial (r^\perp v)}{\partial y} = 0 \quad ,$$

wobei $r^\perp = \perp$ der Abstand von der Rotationsachse ist.

Für zweidimensionale Strömungen sind die Gleichungen für die Temperatur und Dampfgrenzschichten bereits aufgestellt worden [8]. Da dies für den dreidimensionalen Fall fehlen dürfte, sei hier die Gleichung für die Kugel abgeleitet. Gleichung (2.1e) erscheint in Vektorform ($v =$ Geschwindigkeitsvektor):

$$(v, \text{grad } c) = \Delta \cdot \text{div grad } c \quad . \quad (2.4)$$

In einem polaren System mit dem Pol im Kugelzentrum und der Polachse entgegengerichtet dem Strom, sei $r =$ Radiusvektor und der Winkel zwischen diesem und der Polachse. Die Diffusionsgleichung lautet in diesem System wegen der Rotationssymmetrie:

$$\frac{u}{r} \frac{\partial c}{\partial \vartheta} + v \frac{\partial c}{\partial r} = \Delta \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial c}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial c}{\partial \vartheta} \right) \right] \quad .$$

Hier wird $r = r_0 + y$ und $x = r_0 \vartheta$ ($r_0 =$ Kugelradius); und bei dünner Schicht ($y \ll r_0$) erhält man

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \Delta \left(\frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{2}{r_0} \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{1}{r_0} \frac{\partial c}{\partial x} \cdot \cot \frac{x}{r_0} \right) \quad .$$

Wenn die Größenordnung der Grenzschichtdicke ε , die des Radius 1 und

$$\cot \frac{x}{r_0} \ll \frac{1}{\varepsilon^2}$$

ist, erhält man für $\varepsilon \ll 1$ die endgültige Grenzschichtgleichung:

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = \Delta \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \quad . \quad (2.5)$$

Die Bedingung

$$\cot \frac{x}{r_0} \ll \frac{1}{\varepsilon^2} \text{ ist mit } \frac{x}{r_0} \gg \varepsilon^2$$

gleichbedeutend. Gleichung (2.5) gilt also für alle Punkte, die nicht sehr nahe am Stau-
punkt liegen. Für die Grenzschicht haben wir also:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{u}{r_0} \cdot \cot \frac{x}{r_0} &= 0 \\ u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} &= \Delta \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \\ y = 0 \quad y &= \text{groß} \\ u = v = 0 \quad u &= \bar{u} \\ c = c_m \quad c &= 0 \end{aligned}$$

Die zweite Gleichung dieses Systems wurde aus der Kontinuitätsgleichung nach BOLTZE
erhalten. Wir machen nun folgende Substitutionen:

$$\begin{aligned} x &= x_1 \cdot D \\ y &= y_1 \cdot \frac{D}{\sqrt{Re}} \\ u &= u_1 \cdot U \\ v &= v_1 \cdot \frac{U}{\sqrt{Re}} \\ c &= c_1 \cdot c_m \\ \bar{u} &= \bar{u}_1 \cdot U \end{aligned}$$

sowie

$$\begin{aligned}
 u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y_1} &= \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y_1^2} \\
 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial y_1} + 2u_1 \cdot \cot 2x_1 &= 0 \\
 u_1 \frac{\partial c_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial c_1}{\partial y_1} &= \sigma \frac{\partial^2 c_1}{\partial y_1^2} \\
 y_1 = 0 \quad y_1 = \text{gro\ss} \\
 u_1 = v_1 = 0 \quad u_1 = \bar{u}_1 \\
 c_1 = 1 \quad c_1 = 0
 \end{aligned}$$

Über das Glied $\bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1}$ kann man folgendes aussagen: Ist Re so groß, dass das quadratische Widerstandsgesetz gilt, so hat das Kielwasser bei unterkritischer Strömung erfahrungsgemäß eine Form, die von Re fast unabhängig ist (z. B. LUTHANDER und RYBERG [31]). Daraus folgt eine konstante Druckverteilung, was durch Messungen bestätigt ist (KRELL [27]). Weiter folgt noch, dass $\bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1}$ für alle großen Re -Zahlen dieselbe Funktion von x_1 sein muss. Dasselbe gilt für \bar{u}_1 .

Da das Gleichungssystem für die indizierten Größen Re nicht enthält, sind u_1 und v_1 nur Funktionen von x_1 und y_1 . Beim Ablösungspunkt ist $\frac{\partial u_1}{\partial y_1} = 0$ für $y_1 = 0$. Die Lage dieses Punktes ist also (bei gegebenem Anfangsprofil) von Re unabhängig. Dies wurde experimentell wenigstens annähernd bestätigt (LUTHANDER und RYBERG [32]). Die Ablösungsstelle schwankt zwar ein wenig, aber die mittlere Lage folgt doch einer Kreislinie (FLACHSBART [20]). Für diese ist ϑ_α ungefähr gleich 80° . Wir berechnen nun die Verdunstung vor dem Ablösungskreis. Da u_1 und v_1 nur Funktionen von x_1 und y_1 waren, wird $c_1 = f(x_1; y_1; \sigma)$. Wenn wir zu den dimensionierten Größen c , x und y übergehen, wird

$$\frac{c}{c_m} = \Phi \left(\frac{x}{D}; \frac{y\sqrt{Re}}{D}; \sigma \right) .$$

Die Verdunstung durch die Grenzschicht ist

$$\begin{aligned}
 \frac{dm}{dt} &= -\Delta \int \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y=0} dF = -\Delta c_m \int_0^{\vartheta_\alpha} \left[\frac{\partial}{\partial y} \Phi \left(\frac{x}{D}; \frac{y\sqrt{Re}}{D}; \sigma \right) \right]_{y=0} \\
 &\quad \cdot \frac{\pi D^2}{2} \sin \vartheta d\vartheta; \\
 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_{y=0} &= \frac{\sqrt{Re}}{D} \left[\frac{\partial}{\partial y} \Phi \left(\frac{x}{D}; \psi; \sigma \right) \right]_{\psi=0} = \frac{\sqrt{Re}}{D} \cdot \Phi_1 \left(\frac{x}{D}; \sigma \right); \quad \frac{x}{D} = \frac{\vartheta}{2}; \\
 \therefore \frac{dm}{dt} &= -\Delta c_m \sqrt{Re} D \cdot \int_0^{\vartheta_\alpha} \frac{\pi}{2} \Phi \left(\frac{\vartheta}{2}; \sigma \right) \sin \vartheta d\vartheta .
 \end{aligned}$$

Da das Integral nur eine Funktion von σ ist, wird

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi \Delta \frac{\mathcal{M} p}{\mathcal{R} T} \cdot r_0 \cdot k(\sigma) \cdot \sqrt{Re} . \quad (2.6)$$

Dies ist nur die Verdunstung vor dem Ablösungskreis. Im Kielwasser ist wegen der unregelmäßigen Wirbelbewegung eine Berechnung sehr schwierig. Die Bewegung im Kielwasser ist aber ziemlich langsam [9]. Man kann deshalb erwarten, dass die Verdunstung hier ziemlich gering ist. Dies wurde auch durch meine Messungen an Naphthalinkugeln bestätigt. Für $Re = 700$ und 1000 war die Verdunstung auf der vorderen Hälfte der Kugel 75-80 % der totalen. Wenn man die Verdunstung auf der rückwärtigen Seite, die mit Re wächst, annähernd proportional \sqrt{Re} setzt, wird dadurch die Gesamtverdunstung mit keinem größeren Fehler behaftet sein. Man kann also die Formel (2.6) auch für die totale Verdunstung der Kugel benutzen. Nur der Zahlenwert für k wird etwas verändert. Durch Vergleichung mit der Formel (1.2) wird also für große Re -Zahlen:

$$f = k \cdot \sqrt{Re} .$$

Diese Formel wurde abgeleitet, ohne dass man die Verteilung der Geschwindigkeit und der Konzentration in der Grenzschicht zu kennen brauchte. Dies dürfte aber bei einer Berechnung der Funktion $k(\sigma)$ notwendig sein. Man kann aber ohne diese komplizierteren Rechnungen durchzuführen, aussagen, dass k mit wachsendem σ abnimmt. Dann wird nämlich die Dampfgrenzschicht dicker, weil der Dampf weiter nach außen diffundiert, ehe er von der Strömung weggeführt wird. Die Wegstrecke, auf der c von c_m bis 0 fällt, wird länger. Die Verdunstungsgeschwindigkeit eines Stoffes mit großer Diffusionskonstante wird also vom Wind verhältnismäßig wenig beeinflusst. Für den zweidimensionalen Fall wurde der Wärmeübergang für zwei Körper berechnet: von POHLHAUSEN [40] für eine ebene, mit der Strömung parallelen Platte und von KROUJILINE [28, 29] für einen Kreiszyylinder. Die Größe σ entspricht bei Wärmeüberführung der Zahl $\lambda/\nu c_p \varrho$. ($\lambda =$ Wärmeleitvermögen; $c_p =$ spezifische Wärme bei konstantem Druck). Nach den genannten Berechnungen, die auch für die Verdunstung gelten, ist bei großen Re -Zahlen der Übergang für den Kreiszyylinder und die Platte der Größe \sqrt{Re} direkt und $\sqrt[3]{\sigma}$ verkehrt proportional. Zwar ist es nicht erlaubt, das letztere Ergebnis auf die Kugel zu übertragen, aber man kann bei einer experimentellen Bestimmung von k den Ansatz

$$k = \frac{\text{konst.}}{\sigma^n} \quad (2.7)$$

versuchen. Hier liegt, wenn auch nicht mit Notwendigkeit, n wahrscheinlich nahe $\frac{1}{3}$. Die oben angeführten Ermittlungen für die Grenzschicht gelten nur unter der Voraussetzung, dass die Grenzschicht für den Dampf nicht wesentlich dicker ist als die für die Geschwindigkeit. Für Platte und Zylinder waren für $\sigma = 1$ bzw. 0,39 beide Größen gleich; σ darf also hier nicht wesentlich größer als 1 sein. Bei den untersuchten Stoffen war für Wasser $\sigma = 1,7$ und für die übrigen σ kleiner als 1.

Proportionalität zwischen Verdunstung und \sqrt{Re} bei großen Re -Zahlen wurde früher bei porösen Kugeln empirisch festgestellt (BÜTTNER [17]).

Zusammenfassung der theoretisch gewonnenen Ergebnisse, die durch das Experiment geprüft, und der Fragen, die durch die Ergebnisse der Experimente beantwortet werden sollen:

1. $f = \text{Funkt}(Re)$ für jeden Stoff und ist groß für Stoffe mit kleinem Δ . Für verschiedene Tropfengrößen soll also bei gemeinsamen Re -Zahlen dasselbe f erhalten werden.
2. Die Form dieser Funktion soll experimentell bestimmt werden. Man kann erwarten, dass bei kleinen Re $f = 1$ und bei großen Re $f = k\sqrt{Re}$ ist.
3. Wenn das letztere gilt, muss k mit wachsendem σ abnehmen. Die Funktion $k(\sigma)$ soll experimentell bestimmt werden, und ist etwa $k = \text{konst}/\sigma^n$, wobei n wahrscheinlich nahe $\frac{1}{3}$ ist.
4. Die Verteilung der Verdunstung über die Oberfläche soll untersucht werden.

3 Experimenteller Teil

3.1 Versuchsanordnungen und Messmethoden.

3.1.1 Allgemeines

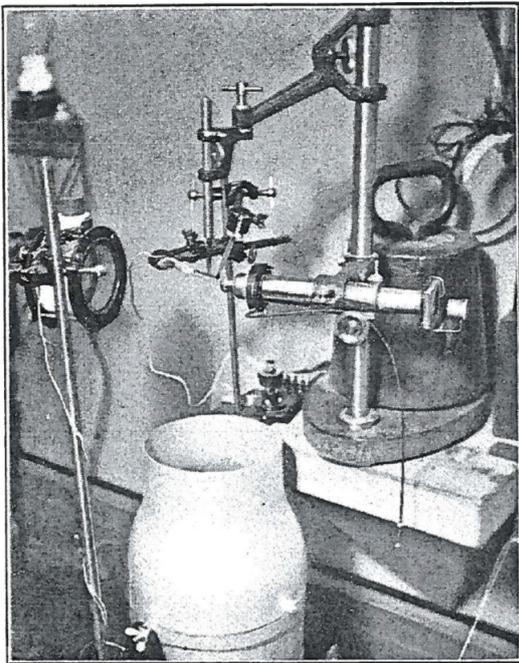


Abbildung 3.1

Eine genaue, direkte Messung der Verdunstung während des Falles dürfte nicht möglich sein. Da es aber nur auf die Relativgeschwindigkeit zwischen dem Tropfen und der Luft ankommt, wird die gleiche Verdunstung erhalten, wenn man den Tropfen in Ruhe hält und ihn einem Wind entsprechender Geschwindigkeit aussetzt. Bei den Versuchen wurden deshalb die Tropfen an einem dünnen Glasfaden oder einem Thermoelement aufgehängt und mit dem Luftstrom eines Windkanals angeblasen. Die Verdunstungsgeschwindigkeit wurde durch wiederholtes Photographieren gemessen. Abbildung 3.1 zeigt die Vorrichtung.

3.1.2 Die Aufhängung der verdunstenden Körper

Untersucht wurden teils die schwerflüchtigen Flüssigkeiten Nitrobenzol und Anilin, bei denen die Abkühlung zufolge der Verdunstung klein war, teils Wasser, bei dem starke Temperatursenkung eintrat. Im ersteren Falle wurde der Tropfen an einem Glasfaden (Durchmesser 0,02-0,2 mm) aufgehängt. Damit dieser Faden in fester Lage bleibe, wurde ein Glasstab zu einer sehr dünnen Spitze ausgezogen und mit dem anderen Ende in ein Metallrohr eingekittet. Das Rohr konnte dann in einem Stativ erschütterungsfrei festgeklemmt werden. Die Wassertropfen wurde, um die große Unsicherheit einer Temperaturberechnung zu vermeiden auf ein Thermoelement von dünnen Konstantan- und

Manganindrähten (Durchmesser 0,05 bzw. 0,1 mm) gesetzt und dadurch die Tropfentemperatur direkt gemessen. Um stabile Aufhängung zu erreichen, wurden isolierte Drähte durch ein ausgezogenes Glasrohr geführt und an der Durchführungsstelle festgesiegelt. Manganin wurde anstatt des üblichen Kupfers benutzt, weil seine Wärmeleitfähigkeit nur etwa ein Zwanzigstel der des Kupfers beträgt und dadurch die Tropfentemperatur weniger beeinflusst wird, während die "Thermokraft" fast dieselbe ist. Die Tropfen wurden mit dünnen Pipetten hergestellt. Um die Verdunstung von Flüssigkeitstropfen mit der eines festen Kugelchens zu vergleichen und die Verteilung der Verdunstung über die Oberfläche zu messen, wurde auch die Verdunstung eines festen Stoffes untersucht. Hierzu wurde ein wenig von diesem Stoff an einen Glasfaden zu einem Tropfen angeschmolzen, den man dann erstarren ließ. Es wurden mehrere Stoffe von geeigneter Flüchtigkeit geprüft, aber die meisten konnten, weil sie beim Erstarren kristallisierten, nicht verwendet werden. Zuletzt wurden aus Naphthalin genügend gute Kugeln erhalten, indem man die erstarrte Kugel wiederholt vorsichtig erwärmte, so dass die äußeren Teile schmolzen und sie dann schnell abkühlte. Der Glasfaden, der ziemlich grob war, um Biegungen durch den Wind zu vermeiden, war in der Nähe der Kugel im rechten Winkel gebogen. Die Kugel war gegen die Kamera gekehrt, so dass ihr Äquatorschnitt photographiert wurde. Dies hatte zwei Vorteile. Teils wurde ein gut kreisförmiges Bild erhalten, teils hatten alle Punkte auf der zu photographierenden Linie bei der Erhitzung dieselbe Temperatur, weshalb eine eventuelle chemische Umwandlung auf die Verteilungskurve keinen Einfluss haben konnte.

3.1.3 Die photographische Aufnahme

Die Tropfen wurden in etwa siebenfacher Vergrößerung photographiert. Als Objektiv wurde ein Mikroskopobjektiv benutzt. Der Bildabstand (ca. 16 mm) wurde bei der benutzten Kameralänge so gewählt, dass er einerseits nicht so klein war, dass die Luftströmungen beim Tropfen gestört wurden, und andererseits nicht so groß, dass die Apertur zu klein wurde, um die nötige Schärfe auf der Platte zu gewährleisten. Dass die genannte Störung nicht eintrat, wurde durch Rauchversuche festgestellt. Die Kameralänge war zur Erhaltung scharfer Einstellung veränderlich. Die Abhängigkeit der Vergrößerung von der Länge wurde durch Photographieren eines Objektmikrometers bestimmt. Der Parallaxenfehler bei den photographischen Bestimmungen der Tropfenverdunstung war nach Rechnung $< 0,5 \%$. Für die Zuverlässigkeit der Ergebnisse war es von besonderer Bedeutung, dass der Abstand zwischen dem Tropfen und der Kamera während der Verdunstung ein fixer war. Hierzu waren der Tropfenhalter und die Kamera an einem gemeinsamen starken Stativ festgeklemmt, das vor den Erschütterungen des Windkanals geschützt aufgestellt war. Überdies wurde berechnet, dass eine Verschiebung, die so groß ist, dass das Ergebnis infolge der Vergrößerungsänderung gefälscht würde, eine deutliche Unschärfe auf der Platte bewirken müsste. Als geeignetes Plattenmaterial erwiesen sich die Agfa-Kontrastplatten. Die Tropfen wurden zwei- bis viermal auf derselben Platte abgebildet. Dadurch wurden eventuelle Verschiebungen beim Plattenwechsel vermieden, und man konnte bei der Ausmessung, die mit einem Komparator geschah, auf genau entsprechende Punkte des Tropfenrandes einstellen. Es war nämlich

eine sehr genaue Ausmessung nötig, denn die Verdunstung sollte für verschiedene Tropfengrößen gemessen werden und der Durchmesser durfte deshalb bei den Versuchen nur etwa um 10 % abnehmen. Diese kleine Verminderung sollte dann, wenn möglich, auf 1 % genau gemessen werden. Ein Tropfen von 1 mm Durchmesser musste also auf 0,001 mm gemessen werden. Dass dies erreicht wurde, zeigte sich darin, dass verschiedene Komparatoreinstellungen für den Durchmesser Werte ergaben, die meistens nur etwa 0,5 μm vom Durchschnittswert abwichen. Ein weiterer Vorteil des mehrfachen Exponierens derselben Platte war, dass bei Naphthalin die Verdunstungsverteilung verfolgt werden konnte. Zur Beleuchtung der Tropfen wurde eine 4,5 V-Glühlampe benutzt. Um die Wärmestrahlen dieser Lampe auszuschalten, wurde ein Behälter mit Kupfersulfatlösung vor die Lampe gesetzt. Während des Exponierens, das 1-3 Sekunden dauerte, wurde der Luftstrom durch Einschiebung einer Platte ausgeschaltet, um das schwache Zittern der Tropfen zu vermeiden. Abbildung 3.2 gibt einige der Photographien wieder. 1-3 in vergrößertem Maßstab.

3.1.4 Der Windkanal

Zur Erzeugung des Luftstromes wurde ein Windkanal nach ROLLER [42] verwendet. Da der Kanal a. a. O. ausführlich beschrieben ist, wird hier davon nur wenig berichtet. Der Kanal, der nach beliebigen Richtungen gestellt werden kann, wurde so gerichtet, dass die Strömung die Tropfen von unten traf. Dies war aus mehreren Gründen vorteilhaft. Wenn der Tropfen von der Seite angeblasen wird, verschiebt er sich in der Windrichtung, und der Glasfaden bewirkt in diesem Fall eine beträchtliche Störung auf der vorderen Seite des Tropfens. Beim Anblasen von unten werden infolge der Schwerkraft die Deformationen klein sein. Außerdem können Geschwindigkeitsimpulse, die durch den Temperaturunterschied zwischen Strahl und äußerer Luft entstehen, nicht wie bei waagerechter Strömung senkrecht zum Strom wirken, was besonders bei kleinen Windstärken störend wäre. Die Tropfen wurden 20 cm über die Mündung des Windkanals gesetzt. Bei den Versuchen wurden Düsen mit 10, 16 und 20 cm Mündungsdurchmesser verwendet. Die Turbulenz war, wie durch Versuche festgestellt wurde, besonders bei Verwendung der kleinsten Düsenöffnung nicht groß. Der Rauch einer in dem Windkanal befindlichen Zigarette stieg nämlich in schmalen, fast geraden Linien von der Mündung auf. Die Angaben über die Windstärkeverteilung in oben genannter Abhandlung wurden geprüft, und in Übereinstimmung damit wurde am Ort des Tropfens eine Änderung der Luftgeschwindigkeit in der Stromrichtung von $< 1 \%$ für 15 cm, und senkrecht dazu von $< 1 \%$ für 1 cm gefunden. Da der Durchmesser der untersuchten Gegenstände weniger als 2 mm betrug, war der Windkanal für diese Untersuchung gut geeignet. Der Motor wurde mit Gleichstrom unter Potentiometerschaltung gespeist. Der benutzte Geschwindigkeitsbereich war 0,2-7 m/sec für Tropfen und 0,2-12 m/sec für Naphthalinkugeln. Bei kleinen Windstärken wurde Batteriespannung anstatt Netzspannung benutzt.

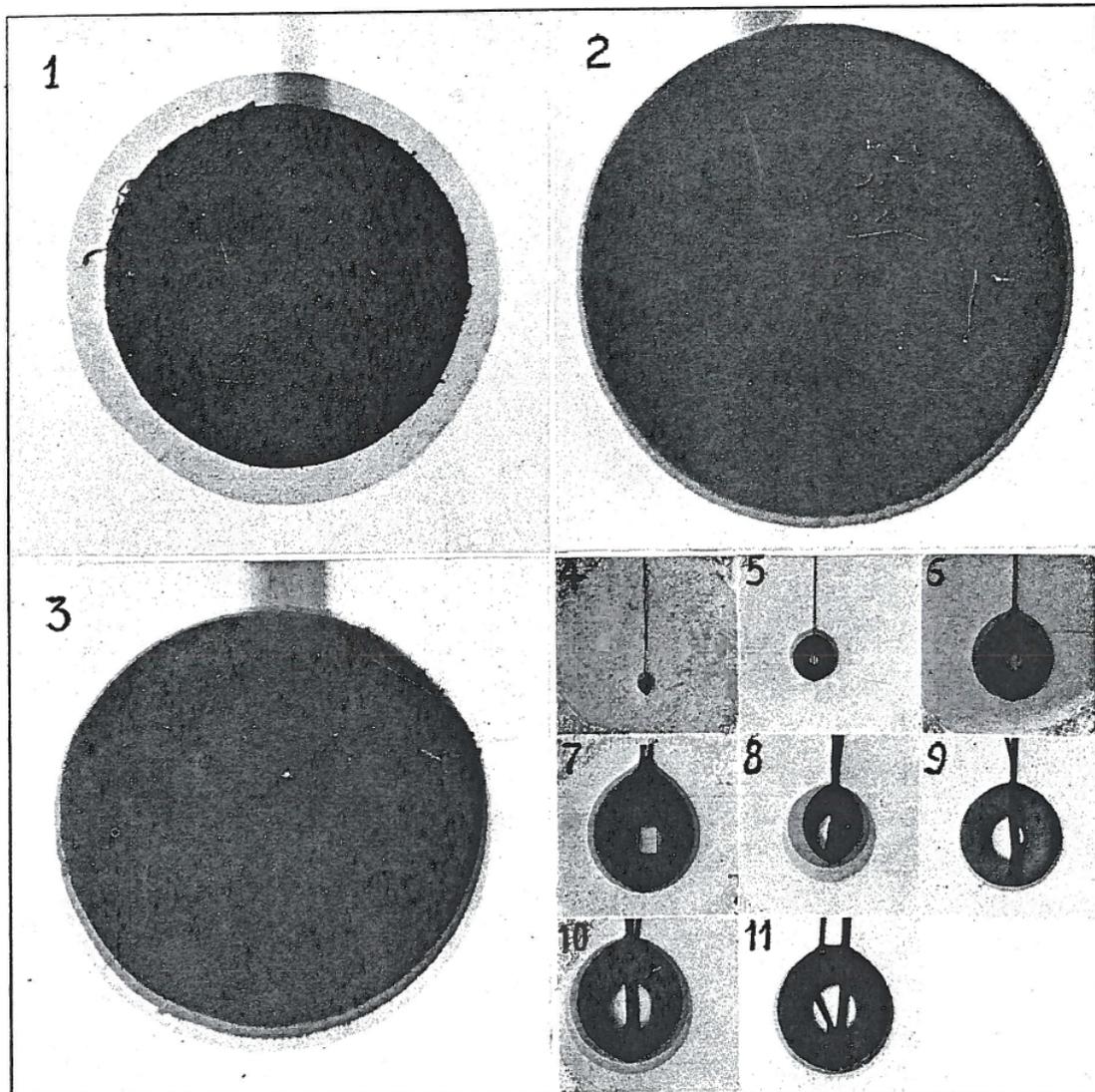


Abbildung 3.2
1-3 Naphtalin; 4-7 Nitrobenzol; 8-11 Wasser

3.1.5 Die Messung der Windgeschwindigkeit

Die Windgeschwindigkeit sollte, wenn möglich, auf 1 % genau gemessen werden. Weil der Querschnitt des Strahles ziemlich klein war, musste man ein Messgerät verwenden, das die mittlere Geschwindigkeit in einem sehr kleinen Gebiet lieferte und so klein war, dass die Strömung nicht gestört wurde. Außerdem musste man die Momentanwerte ablesen können, um die Geschwindigkeiten durch Regulieren konstant halten zu können. Deshalb waren Schalenkreuz- oder Flügelradanemometer unanwendbar. Bei Geschwindigkeiten über 2 m/sec wurde ein PRANDTL'sches Staurohr und bei kleineren ein Hitzdrahtanemometer benutzt. Das Staurohr, dessen Durchmesser 1 cm war, wurde 2 cm von dem Tropfen gesetzt, wodurch die Strömung bei diesem (nach Rauchversuchen) nicht gestört wurde. Die kleine Veränderung der Messwerte beim Verschieben des Rohres zum Ort des Tropfens wurde für verschiedene Geschwindigkeiten bestimmt, und bei den Verdunstungsversuchen wurden die abgelesenen Windstärkewerte damit entsprechend korrigiert. Das Mikromanometer war mit Alkohol gefüllt und hatte zwei senkrechte Schenkel von sehr verschiedenem Querschnitt. Der Druck konnte daher mit Anwendung eines kleinen Korrektionsfaktors durch die Schwankungen der Flüssigkeit in dünneren Röhren beobachtet werden. Bei Windstärken $< 7,5$ m/sec wurde dazu ein Ablesemikroskop mit großem Bildabstand und bei größeren ein Kathetometer benutzt. Der Parallaxenfehler war im ersteren Falle nach Rechnung kleiner als 3 ‰, und in der Tat stimmten bei großen Ausschlägen die Angaben des Mikroskops und des Kathetometers gut überein. Es wurde unter Einführung verschiedener Verbesserungen ein ALBRECHT'sches [12] Hitzdrahtanemometer verwendet. Die beiden Platindrähte, die in derselben Weise in Brückenordnung geschaltet waren, hatten eine Länge von 1 cm und einen Durchmesser von 15 und 30 μm . Sie wurden parallel in einem Abstand von 2 mm auf drei Kupferdrähte, die auf einem Stab aufsaßen, angelötet. Durch diese Anordnung wurde die Strömung durch das Messgerät kaum gestört. Die Empfindlichkeit des Galvanometers konnte mit einem Nebenschluss erniedrigt werden. Die Abgleichwiderstände von Manganin (ca. 10 und 40 Ohm) waren so abgepasst, dass das Galvanometer (bei großer Empfindlichkeit) stromlos wurde, wenn die Stromstärke so klein war, dass die Erwärmung vernachlässigt werden konnte (1 mA). Die Eckpunkte der Brückenschaltung wurden gelötet. Bei den Messungen wurde die kleinere Empfindlichkeit des Galvanometers benutzt. Der Strom (in der äußeren Leitung 0,1000 A) wurde von einer 30 V-Batterie über einen großen Widerstand geliefert, damit Veränderungen in der Windstärke und dadurch auch im Widerstand der Platindrähte keine große Einwirkung auf die Stromstärke ausüben sollten. Die Stromstärke von 0,1000 A wurde bei Windstille einjustiert. Bei Erwärmung der Platindrähte gab das Galvanometer einen Ausschlag (n), der gemessen wurde. Da die Abgleichung der Brücke sich von selbst allmählich veränderte, wurde n entsprechend korrigiert. Diese Korrektur wurde mit schwachem Strom und großer Galvanometerempfindlichkeit bestimmt. Um Thermokräfte zu eliminieren, wurde auch mit umgeschaltetem Strom gemessen. Das Anemometer wurde mittels eines Rundlaufapparates geeicht. Der Anschluss an das Galvanometer und an die Stromquelle wurde durch Bürste und Schleifringe (aus Kupfer, um Thermokräfte zu vermeiden) erreicht. Um die Mitführung der Luft zu vermindern, hatte der Arm des Apparates einen stromlinienförmigen Querschnitt. Dass die Mitführung nicht größer als 1

% im benutzten Geschwindigkeitsbereich (0,2 bis 2,5 m/sec) war und also vernachlässigt werden konnte, wurde durch Rauchversuche festgestellt. Unter Anwendung einer Formel von KING [10] kann man zeigen, dass n dem Ausdruck

$$\frac{1}{1 + a\sqrt{U}} - \frac{1}{4(1 + a\sqrt{2U})}$$

proportional ist ($a = \text{Konstante}$; $U = \text{Geschwindigkeit}$). In dem verwendeten Geschwindigkeitsbereich kann man diesen Ausdruck der Größe $1 + b\sqrt{U}$ verkehrt proportional setzen bei einem Fehler $< 1\%$. Man erhält so:

$$U = \left(\frac{A}{n} - B \right)^2 . \quad (3.1)$$

Hier sind A und B Konstanten, die durch Eichung bestimmt werden müssen. Im $1/n - \sqrt{U}$ -Diagramm muss die Eichkurve eine Gerade ergeben, was in der Tat eintritt. Die Abweichung der berechneten Werte von den beobachteten war selten $> 1\%$. Wegen der bekannten Eigenschaft des Hitzdrahtanemometers, den Eichungswert mit der Zeit zu ändern, wurden die Drähte einige Tage mit einem Strom von mehr als 0,1000 A erwärmt, und die Eichung oft kontrolliert. Die Luftfeuchtigkeit wurde gelegentlich beobachtet, damit durch die nach PAESCHKE [39] und SCHUBAUER [44] bei Feuchteänderungen entstehenden Schwankungen der Eichung die Ergebnisse nicht gefälscht wurden. Die Einwirkung des Konvektionswindes, der nach COOPER und LINTON [18, 19] bei sehr kleinen Geschwindigkeiten verschiedene Werte bewirkt, je nachdem die Drähte senkrecht oder waagrecht stehen, kann hier auf Grund von Berechnungen vernachlässigt werden. Die Hitzdrähte wurden bei den Verdunstungsversuchen ca. 7 mm über und 5 mm neben den Tropfen gesetzt. Nach Kontrollversuchen konnte hier die Geschwindigkeit gleich der beim Tropfen gesetzt werden. Dass die erwärmten Drähte die Tropfentemperatur nicht beeinflussten, wurde dadurch gezeigt, dass man die Tropfen an ein Thermoelement hing. Das Staurohr und das Hitzdrahtanemometer gaben bei ca. 2 m/sec, wo ihre Empfindlichkeit ungefähr die gleiche war, beim Messen desselben Luftstroms Resultate, die weniger als 2 % voneinander abwichen. Bei den Versuchen kann man also die Geschwindigkeitswerte auf ca. 1 % sicher ansehen.

3.1.6 Die Messung der Temperatur

Die Verdunstung ist in hohem Grad von der Temperatur abhängig. Da der Dampfdruck sich bei den untersuchten Stoffen um 5-10 % pro Grad änderte, musste man die Temperatur auf etwa $0,1^\circ$ genau kennen, um Fehler $> 1\%$ zu vermeiden. Im Zimmer wurde mit einem Thermoregulator ungefähr konstante Temperatur (auf $0,1-0,2^\circ$) erhalten. Um die Luft des Zimmers zu durchmischen, wurde ein Ventilator mit geringer Tourenzahl benutzt, der an der Versuchsstelle einen Wind von nur ca. 1 cm/sec erregte. Bei Versuchen mit kleinen Windstärken wurde er angehalten. Die Versuche wurden bei 20°C durchgeführt. Die Lufttemperatur wurde bei Nitrobenzol, Anilin und Naphthalin mit

einem Thermoelement (wegen kleiner Trägheit) gemessen. Die Wassertropfen wurden wie oben erwähnt, an ein Thermoelement gehängt, wodurch die Tropfentemperatur direkt gemessen werden konnte. Der Grund, warum Glasdrähte zur Aufhängung bevorzugt wurden, war, dass dabei die Untersuchung auf viel kleinere Tropfengrößen ausgedehnt werden konnte. Während der Versuche wurden die Temperatur und die Geschwindigkeit wiederholt abgelesen und die Durchschnittswerte verwendet. Der Luftdruck wurde wegen seiner Einwirkung auf die Verdunstung auch beobachtet. Wie die Temperatur und der Barometerstand in Rechnung gestellt wurden, wird später erwähnt.

3.1.7 Die Anordnung der Messungen bei Windruhe

Für eine Berechnung des Windfaktors f muss man nicht nur die Verdunstung bei der fraglichen Geschwindigkeit, sondern auch die bei Windruhe kennen. Diese Größe kann man zwar aus Formel (1.1) berechnen, aber da keine genauen Werte für die Diffusionskonstante und den Dampfdruck bei Nitrobenzol, Anilin und Naphthalin bekannt sind, muss man die Verdunstung dieser Stoffe bei Windstille direkt bestimmen. Dabei wurde ein am Ende geschlossener Glaszylinder (Länge 12 cm, Durchmesser 5 cm) über den vorderen Teil der Kamera geschoben. In den Zylinder waren Löcher zur Einführung des Tropfenträgers und des Thermoelements gebohrt. Die Innenfläche wurde zur Absorption der Dämpfe mit ausgeglühter Holzkohle bedeckt. Wichtig ist, dass die Verdunstung wirklich dem Ausdruck (1.1) entspricht und nicht durch Konvektion erhöht wird. Die Luftunruhe konnte nach Rauchversuchen bei dem benutzten Zylindervolumen vernachlässigt werden. Die freie Konvektion infolge Dichteänderungen, die durch Temperaturerniedrigung und partielle Sättigung entsteht, ist schwer berechenbar. Dazu müsste man die Geschwindigkeit der äußeren Luft und daraus die Verdunstung finden. Man kann aber durch die folgenden Argumente zeigen, dass für die benutzten Tropfengrößen wenigstens bei den schwerflüchtigen Stoffen Nitrobenzol, Anilin und Naphthalin die freie Konvektion vernachlässigt werden darf:

1. Bei den Versuchen von TOPLEY und WHYTLAW-GRAY [52] wurde für Jod (bei dem der Effekt von derselben Größenordnung ist) eine Verdunstung gemessen, die mit Formel (1.1) gut übereinstimmt. Bei meinen Versuchen stimmten die Werte für Anilin innerhalb der Fehlergrenzen mit den Werten überein die man aus den früher bekannten, auf anderem Wege gefundenen Werten für Δ und p berechnen kann (siehe unten). Für Nitrobenzol und Naphthalin lagen keine genauen Bestimmungen von Δ vor.

2. Eine Einwirkung der Konvektion sollte bei großen Radien größer sein. Bei den Versuchen von TOPLEY und WHYTLAW-GRAY [52] und von mir wurde aber kein derartiger Gang der Werte erhalten.

3. Die Konvektion würde die gleichmäßige Verteilung der Verdunstung über die Oberfläche stören. Weil der Konvektionsstrom nach unten gerichtet ist, musste die Verdunstung auf der oberen Seite größer werden. Bei meinen Versuchen bei Naphthalin traf dies nicht ein (siehe unten).

Die Korrektur wegen des begrenzten Verdampfungsraumes z. B. nach FUCHS [22] wurde berücksichtigt.

3.1.8 Die Ausmessung der Platten und die Berechnung der Verdunstung

Bei den Versuchen sollte die Verdunstung dm/dt bei verschiedenen Durchmessern D und Windgeschwindigkeiten U gemessen werden. Um die Verdunstung bei stationärer Fallbewegung zu untersuchen, sollte man eigentlich nur die Geschwindigkeit benutzen, die dem fraglichen Durchmesser entspricht. Da aber der mittlere Durchmesser von der verdunsteten Stoffmenge abhängt, also nicht vorher bekannt sein kann, und außerdem eine gewisse Unsicherheit in der Berechnung der Fallgeschwindigkeit vorliegen muss, wurde die Windgeschwindigkeit in möglichst weiten Grenzen variiert. Dadurch konnte man auch die Ähnlichkeitsgesetze prüfen. Wenn diese bestätigt würden, könnte man überdies die Verdunstung eines Tropfens, dessen Dimensionen außerhalb der Versuchsgrenzen liegen, dadurch erhalten, dass man bei einer anderen Tropfengröße eine entsprechende Geschwindigkeit benutzt. Während der bekannten Zeit δt verliert der Tropfen die gemessene Masse δm , und sein Durchmesser vermindert sich von D_0 auf D_1 . Als Wert der mittleren Verdunstungsgeschwindigkeit wurde $\delta m/\delta t$ angenommen. Da der Durchmesser sich während des Versuchs ändert, durchläuft dm/dt eine Reihe von verschiedenen Werten. Die gemessene mittlere Verdunstung $\delta m/\delta t$ entspricht aber (nach dem Mittelwertgesetz der Differentialrechnung) der augenblicklichen Verdunstung dm/dt für einen Durchmesser D' , der zwischen D_0 und D_1 liegt. Es wurde $D' = \frac{D_0+D_1}{2}$ gesetzt. Der relative Fehler γ des D' ist nach diesem Ansatz vom Bruch $\varphi = \frac{D_0-D_1}{D_0}$, um den der anfängliche Durchmesser sich vermindert hat, und von der Form des Windfaktors f abhängig. Für Windruhe ($f = 1$) und für große Geschwindigkeiten ($f = k\sqrt{Re}$ nach der Theorie und, wie später gezeigt wird, auch nach dem Experiment) erhält man durch Integrieren der Gleichung (1.2) bzw.

$$\gamma = \frac{\varphi^2}{3(2-\varphi)^2} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{\varphi^2}{8(2-\varphi)} .$$

Für $\varphi = 0,3$ werden die Ausdrücke gleich 1,0 und 0,7 %. Wenn der Durchmesser nicht mehr als um 30 % vermindert wird, kann man also den Mittelwert des Durchmessers mit einem Fehler ≤ 1 % annehmen.

Bei der Bestimmung der Massenverminderung δm zeigte es sich, dass eine Ausmessung des mittleren Durchmessers vor und nach der Verdunstung nicht genügend genaue Werte lieferte. Deshalb wurde δm durch Integration bestimmt, was zwar ziemlich zeitraubend war, aber sehr zuverlässige Werte ergab. Der Tropfen war ein Rotationskörper, dessen Achse durch die Mitte des Aufhängegerätes ging. Die Verminderung des zur Achse senkrechten Querschnitts wurde in verschiedenen Höhen mit dem Komparator gemessen und δm dann durch geometrische Integration gefunden.

Die Durchmesserwerte vor und nach der Verdunstung wurden in folgender Weise bestimmt. Gemäß den Tropfenphotographien war die untere Hälfte des Tropfens (vom größten Querschnitt gezählt) die der Kugelform entsprechendste. Da die Verdunstung

hier am größten war, wurde als Durchmesser der Mittelwert aus den drei Hauptachsen der unteren Hälfte genommen. Bei Windruhe kann man diese Anwendung des Mittelwertes leicht verteidigen. Hier kann man nämlich nach JEFFREYS [26] wegen der Identität der elektrostatischen Gleichungen mit denen der Diffusion bei beliebig geformten Körpern im Ausdruck (1.1) den Radius r durch die Kapazität der verdampfenden Oberfläche ersetzen. Wenn man den Tropfen als ein gestrecktes Rotationsellipsoid betrachtet, kann man aus der bekannten Kapazitätsformel (z. B. nach BECKER [15]) bis zu ziemlich großen Abweichungen von der Kugelform zeigen, dass die Kapazität dem Mittelwert der drei Hauptachsen entspricht. Bei Wind, bei dem die Berechnung sehr schwierig ist, kann man erwarten, dass man für kleine Abweichungen von der Kugelform dieselbe Mittelbildung anwenden darf. Bei den festen Naphthalinkugeln wurde die Verdunstung für verschiedene ϑ (vgl. Seite 9) radial gemessen, indem ein drehbarer Mikroskopisch auf den Komparator gesetzt wurde und die Platten auf dem Tisch befestigt wurden. Die Verdunstung in verschiedenen Punkten wurde hier durch die dimensionslose Massenübergangszahl Nu' (entsprechend der NUSSELTschen Zahl Nu bei Wärmeüberführung) angegeben. Es war

$$Nu' = \frac{\partial^2 m}{\partial F \partial t} \cdot \frac{D}{\Delta c_m} . \quad (3.2)$$

Für verschiedene Re -Zahlen wurde Nu' als Funktion des Winkels ϑ aufgezeichnet. Die totale Verdunstung wurde auch hier durch graphische Integration berechnet.

Es werden also die Werte dm/dt , D , U und die entsprechenden Werte von Luftdruck und Temperatur gemessen. Bei der Prüfung der Theorie sollte der Windfaktor f als Funktion von Re für verschiedene σ dargestellt werden. Re wurde nach Obigem aus der Gleichung $Re = \frac{\rho U D}{\eta}$ berechnet. Die kinematische Zähigkeit $\nu = \eta/\rho$ wurde für die fraglichen Luftdruck- und Temperaturwerte einem Diagramm [11] entnommen. $\sigma = \Delta/\nu$ ist gemäß der kinetischen Gastheorie von Druck und Temperatur unabhängig und so für jeden Stoff charakteristisch. Im Ausdruck für dm/dt geht nach Formel (1.2) der Durchmesser nicht nur in f ein. Um den Windfaktor zu erhalten, muss man also das gemessene dm/dt durch den Wert dividieren, der bei Windruhe für dasselbe D erhalten wird. Es war deshalb zweckmäßig, ein anderes Verdunstungsmaß einzuführen, das für alle Tropfengrößen dieselbe Funktion von f ergab. Dies ist bei dem Ausdruck dD^2/dt (die Verminderung des Durchmesserquadrates pro Sekunde) der Fall. Er ergibt sich zu ($\rho_1 = \text{Tropfendichte}$):

$$\frac{dD^2}{dt} = \frac{4}{\pi \rho_1 D} \cdot \frac{dm}{dt} . \quad (3.3)$$

Nach der Formel (1.2) gilt¹:

$$\frac{dD^2}{dt} = \frac{8 \Delta \mathcal{M} p}{\rho_1 \mathcal{R} T} \cdot f \quad (3.4)$$

¹ Weil D und m bei der Verdunstung vermindert werden, sollte in die Formeln für dD^2/dt und dm/dt eigentlich ein Minuszeichen eingehen, das aber aus Bequemlichkeitsgründen weggelassen ist.

oder

$$\frac{dD^2}{dt} = \left(\frac{dD^2}{dt} \right)_0 \cdot f \quad (3.5)$$

Hier ist $(dD^2/dt)_0$ der für Windruhe erhaltene Wert unabhängig von der Tropfengröße. Um die Werte von dD^2/dt vergleichbar zu machen, wurden sie auf dieselbe Außentemperatur (20°C) und denselben Druck (760 mmHg) mit festgehaltenem f umgerechnet. Man erhält leicht (weil Δ ungefähr proportional T^2/B ist; $B =$ Luftdruck), dass man bei der Umrechnung die dD^2/dt -Werte mit

$$\frac{B}{760} \cdot \frac{293p_{20}}{Tp}$$

multiplizieren muss. Die Art, in der die prozentuale Änderung des Temperaturkorrekturfaktors $293p_{20}/Tp$ pro Grad für die verschiedenen Stoffe bestimmt wurde, hing davon ab, welche Stoffkonstanten bekannt waren. Da die Abweichungen der Temperatur von 20°C meistens nur einige Zehntel betragen, musste man die Korrektur nicht mit großer Genauigkeit kennen. Für Anilin wurde sie mittels der CLAPEYRONschen Formel aus der Verdampfungswärme (104,3 bei 181°C [1]; 133,6 bei 102°C [2]; \therefore ungefähr 164 gcal/g bei 20°C) zu 9 % pro Grad berechnet. Für Naphthalin wurde sie aus einer Dampfdruckformel [53] ($\log p_{mm} = -3729/T + 11,450$) zu 10 % pro Grad erhalten. Schließlich wurde sie für Nitrobenzol aus den Dampfdruckwerten [3] bei 15, 20 und 25°C zu ungefähr 6 % pro Grad berechnet. Der systematische Fehler, der beim Reduzieren auf die gemeinsame Außentemperatur (20°C) wegen der Abhängigkeit der Tropfenabkühlung von Geschwindigkeit usw. entstand, konnte bei Naphthalin und Nitrobenzol vernachlässigt werden, und wurde bei Anilin durch Verminderung des Windstillewertes um 1.5 % vorweggenommen (vgl. Unterabschnitt 3.2.10). Für Wasser, bei dem $p =$ Differenz zwischen dem Dampfdruck an der Oberfläche (approx. Sättigungsdruck bei der Tropfentemperatur) und dem in der Luft (mit dem ASSMANN-Psychrometer gemessen) bekannt war, wurde statt dD^2/dt die Größe $dD^2/dt \cdot 1/p$ benutzt. Eine Temperaturkorrektur war hier nicht nötig, weil T (hier das Mittel aus Tropfentemperatur und Lufttemperatur) bei allen Versuchen 288-290 betrug. Bei Wasser wurde aber eine Korrektur wegen der unvollständigen Sättigung an der Oberfläche angebracht (siehe unten 3.2.5).

3.2 Diskussion einiger Fehlerquellen

Es seien im Folgenden einige Fehlerquellen außer den früher behandelten diskutiert, durch deren Einfluss das Problem kompliziert wird und eventuelle Abweichungen zwischen der Theorie und den Experimenten zu erwarten sind. Wenn eine Fehlerquelle auf die Verdunstungsgeschwindigkeit mit nicht mehr als 1 % einwirkte, wurde gewöhnlich keine Korrektur angebracht.

r (cm)	Geschwindigkeit (cm/sec)	τ_2 (sec)	τ (sec)
0,01	69	$0,26 \cdot 10^{-3}$	$0,29 \cdot 10^{-3}$
0,03	247	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$0,24 \cdot 10^{-3}$
0,10	676	$8,3 \cdot 10^{-3}$	$0,30 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 3.1

3.2.1 Abweichungen wegen des flüssigen Zustandes der Tropfen

Es wurde vorausgesetzt, dass die Tropfen wie feste Kugeln behandelt werden könnten. Die Gestalt eines fallenden Tropfens haben RAYLEIGH theoretisch und PH. LENARD experimentell mit guter Übereinstimmung [6] untersucht. Der Tropfen führt Schwingungen verschiedener Ordnung (n) aus. Wenn $\tau_n =$ Schwingungszeit, $m =$ Tropfenmasse und $H =$ Oberflächenspannung, erhält man bei kleiner Amplitude folgende Formel:

$$\tau_n = \sqrt{\frac{3\pi}{n(n-1) \cdot (n+2)} \cdot \frac{m}{H}} \quad (3.6)$$

Für $n = 1$ gibt es keine Bewegung, der Tropfen ist kugelförmig. Für $n = 2$ erhält man angenähert ellipsoidische Schwingungen und für höhere n verwickeltere Formen. Bei kleinen Tropfen ist wegen innerer Reibung eine kleinere Amplitude zu erwarten als bei großen. Wenn die Amplitude merkbar, aber die Schwingungszeit τ_n größer als die Zeit τ ist, während welcher die Luft einen Weg gleich dem Durchmesser durchströmt, folgt wahrscheinlich die Strömung quasistationär der pendelnden Bewegung der Oberfläche, und man kann für die Verdunstung keine große Veränderung erwarten. Für Wasser erhält man beim Fall für τ_2 und τ Werte, die aus der Tabelle 3.1 hervorgehen. Für die Berechnung des τ wurden Geschwindigkeitswerte benutzt, die aus einer Tabelle in einem früheren Aufsatz von mir über die Fallgeschwindigkeit der Kugel stammen [21].

Für Radien über 0,03 cm werden also die Schwingungen so langsam, dass sie auch bei merkbaren Amplituden (doch nicht allzu großen) ohne Einwirkung sind, und für kleinere Tropfen werden die Amplituden wahrscheinlich klein. Für Radien $> 0,1$ cm kann man eventuell so große Amplituden erwarten, dass deutliche Abweichungen eintreten. Es wurde hier vorausgesetzt dass die ellipsoidischen Schwingungen überwiegen, was dadurch motiviert ist, dass die höheren Schwingungen wegen der größeren Frequenz stärker gedämpft werden. Bei fallenden Tropfen, die von derselben Größe wie die in diesem Aufsatz behandelten sind, kann man also die gleiche Verdunstung wie bei festen Kugeln erwarten.

Der Transport an die Oberflächenschicht ist gering, weil das Verhältnis zwischen der Zähigkeit der Flüssigkeit und der der Luft groß ist. Bei Wasser ist es ungefähr 50, bei Nitrobenzol ~ 100 und bei Anilin ~ 250 .

Hängt der Tropfen, wie bei diesen Versuchen, an einem Glasfaden oder einem Thermo-

element, so sind die Abweichungen von den Verhältnissen bei der festen Kugel zwar nicht gleich denen bei Fallbewegung, aber sie sind von derselben Größenordnung. Die oben erwähnten Gründe dafür, dass die Verdunstung im letzteren all ungefähr dieselbe ist wie bei einer festen Kugel, sind nicht streng, aber da bei den Versuchen für die Flüssigkeitstropfen dieselben Gesetze wie für die Naphthalinkugeln erhalten werden, liegt darin eine starke Bestätigung. In meinem früher erwähnten Aufsatz [21] habe ich gezeigt, dass Wassertropfen mit Radien $< 0,75$ mm ungefähr denselben Fallgesetzen wie feste Kugeln gehorchen.

3.2.2 Die Einwirkung der Turbulenz

Früher wurde erwähnt, dass auf Grund von Rauchversuchen der Windkanal einen ruhigen Strom lieferte. Eine Untersuchung über den Einfluss der noch vorhandenen Turbulenz auf die totale Verdunstung wurde in der Weise durchgeführt, dass dD^2/dt für ungefähr gleichen Tropfendurchmesser (0,6 mm) und gleiche Windgeschwindigkeit (1 m/sec) unter Verwendung von drei Düsen gemessen wurde. Bei diesen war nämlich der Turbulenzgrad verschieden. Es zeigte sich, dass bei Nitrobenzol die Abweichungen von dem später erwähnten empirischen Gesetz für die Düsendurchmesser 20, 16 und 10 cm bzw. +2,1 %, +1,6 % und +0,1 % waren. Da, wie später erwähnt wird, die durchschnittliche Abweichung bei den Nitrobenzolversuchen 1,6 % war, liegen diese Differenzen innerhalb der Versuchsfehler. Die Turbulenz ist deshalb hier ohne Bedeutung.

3.2.3 Die Kompressibilität der Luft

Es wurde beim Aufstellen der Gleichungen für die Strömung vorausgesetzt, dass die Luft inkompressibel sei. Die relativen Variationen der Luftdichte infolge der Druckverteilung konnten vernachlässigt werden, weil der Staudruck bei den größten Geschwindigkeiten (< 12 m/sec) weniger als 0,7 mmHg war und die Druckvariationen z. B. nach KRELL [27] von der Größenordnung des Staudrucks sind. Die Luft konnte also bei Berechnung des Geschwindigkeitsfeldes als inkompressibel angesehen werden. Die druckabhängigen Stoffkonstanten (z. B. Δ) waren überall gleich.

3.2.4 Der nichtstationäre Zustand

Es wurde vorausgesetzt, dass die Verdunstung stationär sei. Die Strömung wurde sehr schnell stationär, weil der Strom jede Sekunde einen Weg zurücklegte, der im Verhältnis zum Durchmesser sehr groß war (z. B. BOLTZE [16]). Das nichtstationäre Problem ist für Windruhe von FUCHS [22] behandelt worden. Er führt folgende Formel an (nach meinen Bezeichnungen umgeändert):

$$\frac{dm}{dt} = \left(\frac{dm}{dt} \right)_S \cdot \left(1 + \frac{r}{\sqrt{\pi t \Delta}} \right) . \quad (3.7)$$

Hier ist $\left(\frac{dm}{dt} \right)_S$ die Verdunstung bei stationärem Zustand; bei $t = 0$ ist die Dampfkonzentration überall Null. Durch Integrieren von Gleichung (3.7) erhält man (wenn man r als konstant annimmt):

$$\delta m = (\delta m)_S \cdot \left(1 + \frac{2r}{\sqrt{\pi t \Delta}} \right) .$$

Das Glied $2r/\sqrt{\pi t \Delta}$ gibt den Fehler an, der erhalten wird, wenn man die gemessene Verdunstung dm/dt als stationär behandelt. Man kann leicht den kleinsten Bruchteil des Tropfens berechnen, der verdunsten muss, damit dieser Fehler (ε) kleiner als 1 % werden soll. Man hat also:

$$t = \frac{4r^2}{\varepsilon^2 \pi \Delta} = \frac{\varrho_1 \mathcal{R} T}{\Delta \mathcal{M} p} \cdot r \delta r$$

$$\therefore \frac{\delta r}{r} = \frac{4 \mathcal{M} p}{\varepsilon^2 \pi \mathcal{R} T \varrho_1} .$$

Bei den Versuchen erhält man $\delta r/r$ für Wasser $\leq 6,5$ %, Anilin = 2,7 %, Nitrobenzol = 1,8 % und Naphthalin = 0,4 %. In der Tat sind aber die Abweichungen vom stationären Zustand kleiner, weil immer eine gewisse Dampfhülle mit dem Tropfen mitgeführt wird. Bei Verdunstungsmessungen in bewegter Luft dürften die Abweichungen noch kleiner werden, weil hier der Konzentrationsgradient kleiner ist und darum nicht so viel zu verdunsten braucht, um das nötige Konzentrationsfeld zu liefern. Zwar wird dabei der Dampf teilweise fortgeführt, aber die Größenordnung dürfte dadurch nicht geändert werden. Bisher wurde der nichtstationäre Zustand, der in der Verminderung des Tropfens liegt, nicht berücksichtigt. FUCHS [22] behandelte diesen Faktor für Windruhe, und gemäß seinen Rechnungen änderte sich die Größenordnung der Abweichungen dadurch nicht.

Der Vorgang konnte also bei den Versuchen als stationär angesehen werden, was übrigens auch daraus hervorging, dass dD^2/dt bei fortgesetzter Verdunstung sich als konstant erwies.

3.2.5 Der Dampfdruck an der Oberfläche

Als Randbedingung bei den Verdunstungsversuchen wurde die Existenz des Sättigungsdruckes an der Oberfläche vorausgesetzt. Im Folgenden wird die Richtigkeit dieser Annahme geprüft. Hierbei wird teilweise einem von MÜLLER-POUILLETS [36] für die Verdunstung im Vakuum durchgeführten Gedankengang gefolgt.

Wenn die dicht an der Oberfläche in einem Kubikzentimeter vorkommende Anzahl von

Dampfmolekülen gleich N gesetzt wird, ihre mittlere Geschwindigkeit \bar{U} und ihre mittlere Weglänge ℓ_1 ist, sind nach JÄGER [25] die pro Sekunde und Quadratcentimeter die Oberfläche treffenden Dampfmoleküle ihrer Zahl nach gleich

$$\frac{N\bar{U}}{4} + \frac{\bar{U}\ell_1}{6} \cdot \frac{\partial N}{\partial n} ;$$

Für die jede Sekunde jeden Quadratcentimeter treffende Masse $(\partial^2 m / \partial F \partial t)_1$ erhält man also bei kleinen Dampfdruckwerten nach der bekannten Formel für \bar{U} leicht, weil $\Delta = \ell_1 \bar{U} / 3$:

$$\left(\frac{\partial^2 m}{\partial F \partial t} \right)_1 = \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{2\pi \mathcal{R}T}} \cdot p_0 - \frac{1}{2} \Delta \frac{\partial c}{\partial n} .$$

Hier ist p_0 der Dampfdruck in der Schicht dicht an der Oberfläche. Wenn der Bruchteil α der Moleküle von der Fläche aufgenommen wird ($\alpha =$ "Verdunstungskoeffizient"), wird die Kondensation gleich

$$\alpha \cdot \left(\sqrt{\frac{\mathcal{M}}{2\pi \mathcal{R}T}} \cdot p_0 + \frac{1}{2} \Delta \frac{\partial c}{\partial n} \right) .$$

Bei gesättigtem Dampf, wenn die Verdampfung gleich der Kondensation ist und $\frac{\partial c}{\partial n} = 0$, wird also die Verdampfung gleich

$$\alpha \cdot \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{2\pi \mathcal{R}T}} \cdot p_m ; \quad (p_m = \text{Sättigungsdruck}). \quad (3.8)$$

Da diese Verdampfung nicht vom Partialdruck p_0 des Dampfes abhängt, wird die Verdunstung (der Teil, der von der Oberfläche fortgeführt wird)

$$\left(\frac{\partial^2 m}{\partial F \partial t} \right) = \alpha \cdot \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{2\pi \mathcal{R}T}} \cdot (p_m - p_0) - \frac{\alpha}{2} \Delta \frac{\partial c}{\partial n} .$$

Da

$$\left(-\Delta \frac{\partial c}{\partial n} \right) = \left(\frac{\partial^2 m}{\partial F \partial t} \right) ,$$

wird

$$\left(\frac{\partial^2 m}{\partial F \partial t} \right) = \frac{\alpha}{1 - \frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{2\pi \mathcal{R}T}} \cdot (p_m - p_0) . \quad (3.9)$$

Die Gleichung unterscheidet sich von der, die bei sehr kleinem Druck gilt, durch den Nenner $(1 - \alpha/2)$. Die Frage, ob α sich durch die Anwesenheit der Luft geändert habe, ist schwer zu beantworten. Eventuell entsteht eine Adsorption von Luftmolekülen an die Oberfläche, wodurch der Durchgang der Moleküle erschwert wird und α sinkt. Aus Gründen, die später erwähnt werden, wird mit demselben α wie bei Vakuum gerechnet. Bei stationärem Zustand wird, wenn man Nu' aus der Definitionsgleichung (3.2) nimmt

(c_m wird durch $c_0 - c'$ ersetzt)²:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{1 - \frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{2\pi \mathcal{R}T}} \cdot (p_m - p_0) &= \frac{\Delta (c_0 - c') Nu'}{D} \\ \therefore \frac{(p_m - p_0)}{(p_0 - p')} &= \frac{2 - \alpha}{2\alpha} \cdot \frac{\sqrt{2\pi \mathcal{M}} \cdot \Delta \cdot Nu'}{D \sqrt{\mathcal{R}T}} = K \cdot Nu' . \end{aligned} \quad (3.10)$$

Hier ist $\frac{(p_m - p_0)}{(p_0 - p')}$ bei kleinem $(p_m - p_0)$ die relative Korrektur wegen unvollständiger Sättigung an der Oberfläche. Weil Nu' über der Oberfläche variiert, muss man in Formel (3.10) für diese Größe den mittleren Wert $\overline{Nu'}$ verwenden. Er wird aus folgender Gleichung erhalten:

$$\overline{Nu'} = \frac{1}{F} \cdot \int Nu' (1 - K Nu') dF = \frac{1}{F} \cdot \left(\int Nu' dF - K \cdot \int Nu'^2 dF \right) .$$

Also wird die relative Korrektur (ω) für mittleres Nu' und so für dD^2/dt gleich

$$\omega = K \cdot \frac{\int Nu'^2 dF}{\int Nu' dF} . \quad (3.11)$$

Die Korrektur ω hängt von der Verteilung des Nu' über die Oberfläche ab. Wir behandeln hier zwei einfache Fälle:

1. Die Verteilung über die Oberfläche ist konstant (wie bei Windstille):

$$\omega = K \overline{Nu'} .$$

Weil $\overline{Nu'}$ nach Gleichung (3.2) gleich $2f$ ist, erhält man in diesem Fall

$$\omega = 2Kf . \quad (3.12)$$

2. Im $Nu' - \cos \vartheta$ -Diagramm (das beim Berechnen der totalen Verdunstung bei Naphthalin verwendet wird) fällt Nu' linear von einem Maximalwert ($2\overline{Nu'}$) im vorderen Staupunkt zu Null im rückwärtigen. Dies sollte der Verteilung bei starkem Wind entsprechen. Zwar fällt (wie später besprochen wird) Nu' zu einem Minimalwert unter dem Äquator ab und steigt dann an; aber die in Gleichung (3.11) vorkommenden Integrale behalten durch diese einfache Annahme ungefähr dieselben Werte. In diesem Fall erhält man

$$\omega = \frac{4}{3} K \overline{Nu'} = \frac{8}{3} Kf . \quad (3.13)$$

Die Gleichungen (3.12) und (3.13) sind nahezu gleich. Die vorkommenden Variationen in der Nu' -Verteilung sind also für die Berechnung der Korrektur ohne Bedeutung. Bei Windruhe kann man Gleichung (3.12) (die $\omega = 2K$ ergibt) und bei Wind Gleichung

² Wie auf Seite 8, Fußnote, bedeuten c' und p' Konzentration und Druck in der ungestörten Luft.

(3.13) verwenden.

Der Verdunstungskoeffizient α ist leider nur für wenige Stoffe bekannt. Für Wasser wurde von ALTY und MACKAY [14] $\alpha = 0,036$ für kleine Druckwerte erhalten. Für mehrere Metalle ist α sehr nahe 1 und für Benzophenon 0,2-0,5 (Intern. Crit. Tab.). Bei Tetrachlorkohlenstoff ist $\alpha = 1$ (ALTY [13]).

Für die Wasserversuche beträgt die Korrektur für $\alpha = 0,036$ höchstens 6 %, die Werte wurden unter Berücksichtigung dieser Korrektur umgerechnet. Für Naphthalin, Nitrobenzol und Anilin wurden keine Korrekturen angebracht, weil α unbekannt und (weil diese Stoffe mit Tetrachlorkohlenstoff und Benzophenon mehr verwandt sind) wahrscheinlich viel größer als bei Wasser ist. Übrigens würde eine große Korrektur die Genauigkeit, mit der die Ähnlichkeitsgesetze nach den Versuchen gelten (siehe unten) stören, was für die Richtigkeit dieser Annahme einer kleinen Korrektur spricht.

MACHE [33] hat bei Messungen von Diffusionskonstanten mit der WINKELMANN'schen Methode eine Differenz zwischen dem Sättigungsdruck und dem an der Oberfläche sich einstellenden Druck gefunden. Er setzte entsprechend meiner Formel (3.9) Proportionalität zwischen $\partial^2 m / \partial F \partial t$ und $(p_m - p_0)$ voraus. Für Wasser wurde aber nach seinen Versuchen bei 27°C ein Proportionalitätsfaktor erhalten, der ungefähr 16-mal kleiner als der aus meiner Formel berechnete ist. Dadurch würde die Korrektur 16-mal größer als die hier gewonnene sein.

Zur Entscheidung dieser Frage können folgende Tatsachen angeführt werden:

1. Bei den Versuchen von MACHE wurde die Verdunstung von Wasser in einem zylindrischen Rohr als Funktion des Abstandes (h) der Oberfläche vom freien Ende des Rohres, wo die Dampfkonzentration gleich Null gesetzt wurde, bestimmt. Zwischen der Verdampfungszeit τ (die Zeit für die Verdunstung von 1 mm Wasser) und der Höhe h wurde folgende Beziehung erhalten: $\tau = A + B h$.

Hier sind A und B Konstanten, von denen zumindest B von der Temperatur abhängt. Die große Dampfdruckdifferenz an der Oberfläche wurde wegen des Auftretens der Zahl A festgestellt. Der Effekt wird aber sehr vermindert, wenn man annimmt, dass der wirkliche Wert von h etwas größer sei als die Rohrlänge, was davon abhängen könnte, dass bei der Mündung keine völlige Ausgleichung entstände. Bei der Verdunstung von Wasser in Luft wurde A/B bei 92,4° gleich 4,0 mm, bei 87,8° gleich 2,8 mm und bei 27,5° gleich 0,08 mm. Der Wert von h brauchte also nur um diese Längen vermehrt zu werden, was plausibel erscheint, da der innere Rohrdurchmesser 2,7 mm war. Auch eine unvollständige Temperaturlausgleichung an der Wasseroberfläche gibt zu einer scheinbaren Differenz Veranlassung. Durch die Versuche von MACHE kann man also keine genauen Schlüsse auf die tatsächliche Dampfdruckdifferenz ziehen.

2. Man könnte erwarten, dass man durch Ausmessung der Feuchtegrenzschicht die Dampfdruckdifferenz an der Oberfläche genügend genau finden könnte. BÜTTNER [17] hat einige derartige Ausmessungen veröffentlicht, aber die Grenzschichtdicke war hier so groß, dass die Druckdifferenz $(p_m - p_0)$ nach MACHE nur 1 % der Dampfdruckdifferenz $(p_0 - p')$ betrug und deshalb nicht sicher nachweisbar war. Um größere Differenzen zu erhalten, müsste man so dünne Grenzschichten benutzen, dass das Hygrometer eine große Störung ergeben würde.

3. Bei meinen Versuchen wurde eine gute Übereinstimmung mit der Ähnlichkeitstheorie

erhalten. Wenn die Korrektur nach MACHE angebracht werden müsste, würde man für die größten Tropfen ($D = 1,8$ mm) Werte erhalten, die ~ 25 % mehr als die für die kleinsten ($D = 1,0$ mm) betragen. Dies spricht also dafür, dass die Korrektur mit dem Wert $\alpha = 0,036$ von richtiger Größenordnung ist.

4. Die mit Thermoelement gemessenen Temperaturen der Wassertropfen lagen nur einige Zehntelgrade über der des feuchten Psychrometerthermometers, obgleich die Temperaturdifferenz ca. $7-10^\circ$ betrug. Da der zylindrische Quecksilberbehälter des Psychrometers eine Länge von 15 mm und einen Durchmesser von 4 mm hatte, wäre für das Psychrometer eine viel kleinere Dampfdruckdifferenz ($p_m - p_0$) zu erwarten als für Tropfen. Nach den MACHESchen Resultaten wäre für die Tropfen eine scheinbare Psychrometerkonstante zu erwarten, die ungefähr doppelt so groß sein müsste wie die gewöhnliche, was einer Temperaturdifferenz gegenüber dem feuchten Psychrometerthermometer von mehreren Graden entsprechen würde. Übrigens würde bei Verwendung der größeren Korrektur eine Erhöhung der Tropfentemperatur bei erhöhter Windgeschwindigkeit zu erwarten sein. Tatsächlich wurde das Gegenteil (wie beim Psychrometer) beobachtet.

Wegen der oben genannten Tatsachen wurde die angebrachte Korrektur (mit $\alpha = 0,036$) für wenigstens angenähert richtig angenommen.

3.2.6 Die Reinheit und Beständigkeit der Stoffe

Bei den Versuchen wurden die reinsten Kahlbaumschen Präparate ohne weiteres Reinigungsverfahren benutzt. Man könnte erwarten, dass, wenn die Stoffe nicht völlig rein wären, große Fehler bei Bestimmung der Verdunstung eintreten müssten. Aber selbst wenn der Dampfdruck durch Verunreinigungen auch um 10 % erniedrigt wäre, würde sich der Dampfdruck, weil der Tropfenradius meistens um ca. 10 %, das Volumen also um ca. $\frac{1}{4}$ vermindert wurde, während des Versuches nur um etwa 3 % ändern. Der mittlere Dampfdruck würde sich bei dieser großen Unreinheit nur um 1,5 % ändern, und bei allen Versuchen wäre derselbe (und zwar überall um ca. 11 % erniedrigte) Dampfdruck vorhanden, weshalb keine Einwirkung auf die hergeleiteten Gesetze entstehen kann.

Auch wenn der Stoff nicht völlig beständig wäre, könnte eine Dampfdruckerniedrigung entstehen, die aber schwer berechenbar ist. Dass bei den Versuchen Abweichungen zufolge mangelnder Reinheit oder Beständigkeit in der Tat nicht entstanden, geht daraus hervor, dass bei wiederholter Verdunstung desselben Tropfens keine Abweichungen eintraten und dass die Werte am Ende der Untersuchungsreihe mit den zuerst erhaltenen gut übereinstimmten.

3.2.7 Die Einwirkung der Krümmung der Oberfläche auf den Dampfdruck

Wegen der Krümmung werden bei sehr kleinen Tropfen der Dampfdruck und also auch die Verdunstungsgeschwindigkeit erhöht. Mit dem bekannten THOMSONschen Gesetz kann man aber leicht zeigen, dass diese Veränderung bei den in diesen Versuchen benutzten

Tropfengrößen völlig ohne Einwirkung ist. Zwar wurde das THOMSONsche Gesetz von SCHREBER [43] kritisiert (es sollte z. B. zu einem Perpetuum mobile führen) und durch ein etwas Abgeändertes ersetzt, aber die Größenordnung der Dampfdruckzunahme wurde dadurch nicht geändert.

3.2.8 Die Gültigkeit der Gesetze eines idealen Gases

Im vorigen wurde die Gleichung $c_m = \mathcal{M}p/\mathcal{R}T$ für Dampf benutzt, obgleich er völlig oder beinahe gesättigt war. Dass der Fehler dabei für Temperaturen unter 40°C höchstens 0,5 % beträgt, wurde bei Wasser durch Vergleichung der berechneten Werte mit den experimentellen [4] gezeigt. Für die übrigen benutzten Stoffe müssen die Abweichungen noch kleiner sein, da sie viel höhere Siedepunkte haben.

3.2.9 Ist der Dampfdruck gegen den Luftdruck vernachlässigbar?

Es wurde früher vorausgesetzt, dass die Verdunstung der Dampfdruckdifferenz proportional sei. Dies gilt aber nur bei kleinen Dampfdruckwerten. Bei größeren wird sie dem Ausdruck $B \cdot \log(B - p') / (B - p_0)$ proportional³ (STEFAN). In die TAYLOR-Reihe entwickelt, erhält man:

$$(p_0 - p') + \frac{p_0^2 - p'^2}{2B} + \dots$$

Bei kleinem Dampfdruck ist der Andruck gleich $(p_0 - p') = p$. Die prozentuale Abweichung davon ist in erster Annäherung $\frac{(p_0+p')}{2B}$. Da der Durchschnittswert $\frac{(p_0+p')}{2}$ bei den Wasserversuchen < 9,5 mmHg war, beträgt also diese Abweichung höchstens 1,3 % und wurde daher nicht berücksichtigt.

3.2.10 Die Temperaturerniedrigung der Tropfen

Bei den Versuchen mit Nitrobenzol, Anilin und Naphthalin wurden die Verdunstungswerte auf gemeinsame Lufttemperatur umgerechnet. Der Fehler, der dabei eintrat, wird im Folgenden berechnet.

Es stellt sich ein Temperaturgleichgewicht ein, wenn die pro Sekunde vom Tropfen weggeführte Wärmemenge gleich der während derselben Zeit zugeführten ist. Die erstgenannte Menge ist die bei der Verdampfung gebundene

$$= \ell \cdot \frac{dm}{dt} = 4\pi \Delta \frac{\mathcal{M}p}{\mathcal{R}T} \cdot r \ell f$$

ℓ = spezifische Verdampfungswärme.

³ Die Definition von p_0 und p' geht aus 3.2.5 hervor.

Die letztgenannte Menge setzt sich aus vier Teilen zusammen:

1. Die durch Leitung und Konvektion zugeführte Wärme, die wegen der Analogie des Wärme- und Massenüberganges gleich $4\pi\lambda r\theta \cdot f_1$ ist. Hier ist $\lambda =$ Wärmeleitvermögen; $\theta =$ Temperaturerniedrigung; $f_1 =$ Windfaktor für den Fall, dass $\sigma_1 = \frac{\lambda}{\nu c_p \rho}$ ist (vgl. Abschnitt 2 "Theoretischer Teil").
2. Die durch Strahlung zugeführte Wärme. Da die Abhängigkeit des Absorptionskoeffizienten des Tropfens von Wellenlänge und Temperatur unbekannt ist, kann diese Wärme nicht genau berechnet werden, aber man kann eine obere Grenze erhalten, wenn man den Tropfen als schwarzen Körper betrachtet. Wenn die STEFAN-BOLTZMANNsche Konstante ($1,374 \cdot 10^{-12}$ gcal/cm²·sec·grad [26] mit $\bar{\sigma}$ bezeichnet wird, ist die pro Seite durch Strahlung zugeführte Wärme gleich

$$4\pi r^2 \cdot 4T^3 \bar{\sigma} \theta a ,$$

wobei a eine Zahl < 1 ist.

3. Die durch den Glasfaden zugeführte Wärme. Sie ist

$$\pi r_1^2 \cdot \frac{\theta}{a_2 r} \cdot \lambda_1 ,$$

wobei r_1 der Radius des Glasfadens, λ_1 das Wärmeleitvermögen des Glases und a_2 der schwer bestimmbare Bruchteil des Halbmessers ist, auf den der Temperaturfall θ kommt (schätzungsweise ~ 1).

4. Die durch die Reibung der Luft entwickelte Wärme. Nur ein sehr kleiner Teil davon gelangt zum Tropfen. Der Rückstand wird von der Luft weggeführt. Um eine obere Grenze zu bekommen, berechnet man die ganze entwickelte Wärme. Wenn die Widerstandszahl c ist, wird der Widerstand $\frac{1}{2} c \pi r^2 \cdot \rho U^2$, und die pro Sekunde der Strömungsenergie entnommene Wärme wird

$$\frac{c \pi r^2 \rho U^3}{2J} \quad (J = \text{mechanisches Wärmeäquivalent}).$$

Die dem Tropfen zugeführte Wärme ist

$$\frac{a_1 c \pi r^2 \rho U^3}{2J} ,$$

wobei a_1 eine Zahl, viel kleiner als 1, ist. Ein großer Teil der Energie wird bei großen Re -Zahlen auf die Wirbelbewegung verwendet, die erst weit vom Tropfen abgedämpft wird.

Durch Gleichsetzen der zugeführten Wärme mit der abgeführten erhält man eine Gleichung, aus der man die Temperaturerniedrigung θ berechnen kann. Es wird, wenn

$$\frac{8\Delta\mathcal{M}p}{\varrho_1\mathcal{R}T} = \left(\frac{dD^2}{dt}\right)_0 \quad (3.14)$$

gesetzt wird:

$$\theta = \frac{\varrho_1\ell}{8\lambda} \cdot \frac{f}{f_1} \cdot \frac{\left(\frac{dD^2}{dt}\right)_0 - \frac{a_1 cr \varrho U^3}{J\varrho_1\ell f}}{1 + \frac{4T^3\bar{\sigma}a}{\lambda} \cdot \frac{r}{f_1} + \frac{r_1^2\lambda_1}{4r^2\lambda a_2 f_1}} \quad (3.15)$$

Für [5] $\lambda = 0,000060$ gcal/cm·sec·grad wird das zweite Glied des Nenners für das größte r (0,9 mm) gleich $0,21 a/f_1$, also immer $\leq 0,2$. Das dritte Glied des Nenners ist für die bei den Anilinversuchen (bei denen die Abkühlung am größten und deshalb die Größenordnung der verschiedenen Glieder am wichtigsten ist) benutzten Werte für $\frac{r_1}{r}$ ($< \frac{1}{10}$) und $\lambda_1 = 0,0022$ kleiner als $0,09 \cdot \frac{1}{a_2 f_1}$. Das Verhältnis zwischen dem zweiten und dem ersten Glied des Zählers ist bei Anilin für die größten Re -Zahlen (wobei das zweite Glied am größten ist) gleich $0,09 a_1$. Wegen der Kleinheit der Zahl a_1 kann also das zweite Glied des Zählers immer vernachlässigt werden.

Als obere Grenze des θ ergibt sich die Formel

$$\theta_{max} = \frac{\varrho_1\ell}{8\lambda} \cdot \left(\frac{dD^2}{dt}\right)_0 \cdot \frac{f}{f_1} \quad (3.16)$$

Bei großen Re -Zahlen gilt diese Formel sehr genau, weil f und f_1 in den Nennern der vernachlässigten Brüche vorkommen, f/f_1 ist hier (nach dem Experiment) gleich

$$\frac{k\sqrt{Re}}{k_1\sqrt{Re}} = \sqrt[3]{\frac{\sigma_1}{\sigma}}; \quad (\sigma_1 = 1,4).$$

Bei Windruhe ($f = f_1 = 1$) sind die Angaben der Formel (3.16) wegen des zweiten Gliedes im Nenner weniger als $1/5$ zu groß. Bemerkenswert ist, dass die Formel (3.16) bei gegebenen Re -Zahlen dieselbe Abkühlung für alle Tropfengrößen gibt.

Für die verschiedenen Stoffe wurden die θ_{max} -Werte für Windruhe und für große Re -Zahlen nach Formel (3.16) berechnet. $\left(\frac{dD^2}{dt}\right)_0$ wurde aus den Windruhemessungen erhalten. Als Verdampfungswärme ℓ wurde für Anilin der Wert 164 gcal/g (aus dem Unterabschnitt 3.1.8) und für Nitrobenzol und Naphthalin bzw. 77 und 133 (nach den l. c. erwähnten Dampfdruckwerten) verwendet. Für σ wurden die später (Tabelle 4.2) angeführten Werte benutzt. Zur Kontrolle wurde für Anilin und Nitrobenzol θ in der Weise bestimmt, dass ein Tropfen dieser Stoffe an die eine Lötstelle des Thermoelements und einer aus Paraffinöl an die andere gesetzt wurde. Mit den Paraffinöltropfen, die keine merkbare Abkühlung haben konnten, wurde die Trägheit der Temperaturfluktuationen gewonnen. Zwar mussten die Angaben etwas zu kleine Werte ergeben (wegen des größeren Wärmeleitvermögens bei Konstantan und Manganin) und die möglichen Fehler der Angaben etwas größer als $0,05^\circ$ sein, aber die Größenordnung konnte doch geprüft werden. Die Tabelle 3.2 gibt einen Vergleich der berechneten und gemessenen Werte.

Die berechneten und gemessenen Werte stimmen gut überein. Wie oben (Unterabschnitt

Stoff	Bei Windstille		Bei großen Re -Zahlen	
	θ_{max}	θ gemessen	θ_{max}	θ gemessen
Anilin	0,42°	0,32°	0,61°	0,49°
Nitrobenzol	0,12°	0,12°	0,19°	0,21°
Naphthalin	0,048°	–	0,074°	–

Tabelle 3.2

3.1.8) erwähnt, wurden beim Umrechnen auf 20°C Außentemperatur für Anilin, Nitrobenzol und Naphthalin die Korrekturen bzw. 9, 6 und 10 % pro Grad benutzt. So zeigt die Tabelle 3.2, dass durch die Tropfenabkühlung bei Anilin Veränderungen von mehreren Prozenten in der Verdunstung $\left(\frac{dD^2}{dt}\right)$ eingetreten sind. Da es bei der Bestimmung von f nur auf die Differenzen der θ -Werte ankommt, wurden bei Anilin die $\left(\frac{dD^2}{dt}\right)$ -Werte um 1,5 % für Windruhe (eigentlich $0,18 \times 9$) vermindert und dadurch alle Tropfen auf ungefähr 19,5°C Tropfentemperatur reduziert. Zwar liegen für die kleinsten Re -Zahlen die θ -Werte zwischen denen in der Tabelle 3.2 angegeben, aber die Abweichung wird ohne Bedeutung, weil ein Fehler in θ von 0,11° nur 1 % ausmacht. Bei Nitrobenzol wurde die entsprechende Korrektur nicht angebracht, weil sie nur $0,07 \times 6 = 0,4$ % beträgt. Die Temperatur der Nitrobenzoltropfen betrug also durchschnittlich 19,84°. Bei Naphthalin war auch keine Korrektur nötig, die Temperatur betrug durchschnittlich 19,94°.

3.2.11 Die Einwirkung des Aufhängegerätes

Durch die Benetzung des Glasfadens bzw. des Metalldrahtes wurde die Kugelform der Tropfen ein wenig gestört (Abbildung 3.2, 4-11). Diese Störung war infolge der Schwerkraft auf der oberen Seite (also auf der Leeseite) am größten. Weil die Verdunstung hier relativ klein war, wurde eine nur sehr kleine Einwirkung der Störung auf die Resultate erwartet. Auf der anderen Seite entstand oft eine kleine Spitze (durch das Hervorragen des Aufhängegerätes), die bei der Ausmessung des D abgezogen wurde. Dass diese Spitze ohne Einwirkung war, geht daraus hervor, dass dasselbe $\left(\frac{dD^2}{dt}\right)$ bei Tropfen ohne Spitzen gemessen wurde. Wenn aber der Tropfen so viel abgenommen hatte, dass die Abweichung von der Kugelform zu groß war (Abbildung 3.2, 8), wurde er nicht mehr ausgemessen. Dass bei den benutzten Dimensionen des Aufhängegerätes (wie erwartet) keine bedeutende Störung eintrat, geht daraus hervor, dass bei Variationen des Glasfadendurchmessers und konstanter Tropfengröße keine Änderung des $\left(\frac{dD^2}{dt}\right)$ entstand.

Aus den oben angeführten Tatsachen geht hervor, dass man trotz der Anzahl der komplizierenden Faktoren eine gute Übereinstimmung mit den im theoretischen Teil gewonnenen Ergebnissen erwarten kann. Zwar wurden die Rechnungen im Unterabschnitt 3.2.5 teilweise darauf gegründet, dass die Ähnlichkeitsbedingungen bei den Experimenten bestätigt werden würden, aber weil dies in der Tat (siehe unten) geschah, konnte man auch für die übrigen theoretischen Resultate Übereinstimmung erwarten.

4 Versuchsergebnisse

4.1 Die Messung der totalen Verdunstung

4.1.1 Bei Windruhe

Für Nitrobenzol wurden bei Windruhe folgende $\left(\frac{dD^2}{dt}\right)$ -Werte (auf 760 mm Hg Luftdruck und 20°C Außentemperatur reduziert) erhalten.

Wie oben (Unterabschnitt 3.1.7) unter den Gründen für die erlaubte Vernachlässigung des Konvektionseinflusses angeführt wurde, sind die gemessenen $\left(\frac{dD^2}{dt}\right)$ -Werte von r unabhängig, trotzdem r mehr als im Verhältnis 1 : 2 variiert wurde. Es wurde folgender Mittelwert (mit dem angegebenen durchschnittlichen Fehler) erhalten

$$\left(\frac{dD^2}{dt}\right)_0 = (0,651 \pm 0,004) \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{sec.}$$

Nach der Formel

$$\left(\frac{dD^2}{dt}\right)_0 = \frac{8 \Delta \mathcal{M} p}{\varrho_1 \mathcal{R} T}$$

wurde Δ unter Benutzung des in Unterabschnitt 3.1.8 angeführten Wertes des Dampfdrucks berechnet. Da die Tropfentemperatur 19,84° betrug (nach 3.2.10), war der Dampfdruck = $0,262 \cdot (1 - 0,06 \cdot 0,16) = 0,259$ mmHg. Es wurde der Wert $\Delta = 0,0560$ erhalten. Für Anilin ergab sich

$$\left(\frac{dD^2}{dt}\right)_0 = (1,210 \pm 0,022) \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{sec.}$$

Die Tropfentemperatur betrug dabei 19,5°C (nach Unterabschnitt 3.2.10). Bei Messungen von Diffusionskonstanten verschiedener Stoffe wurden von MACK [34] für 25°C Werte für die Verdunstung von einer ebenen Fläche durch ein Rohr gefunden, die zur Berechnung des $\left(\frac{dD^2}{dt}\right)_0$ verwendet werden können. Man erhält $2,02 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{sec.}$ Mit

$r(\mu\text{m})$	172	175	233	295	301	361
$\left(\frac{dD^2}{dt}\right)_0 \cdot 10^9 \text{ (CGS.)}$	652	654	639	650	658	652

Tabelle 4.1

der Korrektur von 9 % pro Grad erhält man daraus für 19,5°C Tropfentemperatur

$$2,02 \cdot e^{-0,09 \cdot 5,5} \cdot 10^{-6} = 1,23 \cdot 10^{-6} .$$

Die Übereinstimmung ist gut. Dies wurde oben (Unterabschnitt 3.2.6) unter den Gründen für die Vernachlässigung des Konvektionseinflusses angeführt. Die von MACK unter Benutzung eines von ihm bestimmten Dampfdruckwertes berechnete Diffusionskonstante $\Delta = 0,0702$ (auf 20°C umgerechnet) wird im Folgenden benutzt.

Für Naphthalin wurde $\left(\frac{dD^2}{dt}\right)_0 = (0,1534 \pm 0,0007) \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{sec}$ erhalten. Die Tropfentemperatur betrug 19,94°C (nach 3.2.10). Aus den oben genannten Messungen von MACK erhält man bei 25°C $\left(\frac{dD^2}{dt}\right)_0 = 0,308 \cdot 10^{-6}$, was für 19,94°C bei einer Temperaturkorrektur von 10 % pro Grad (Unterabschnitt 3.1.8) $0,186 \cdot 10^{-6}$ ergibt. Die große Abweichung zwischen meinem und dem MACKschen Wert ist daraus zu erklären, dass seine Methode für die Untersuchung fester Stoffe wahrscheinlich zufolge eines Leckens des Instruments zu große Werte gibt, was TOPLEY und WHYTLAW-GRAY [52] für Jod gezeigt haben. Bei der Untersuchung von Flüssigkeiten benutzte MACK eine Methode, bei der die Leckage bei dem absorbierenden Stoff entstand und deshalb ohne Bedeutung war. Darum waren die Werte von MACK für Flüssigkeiten zuverlässig und der oben angeführte Vergleich bei Anilin ist haltbar. Die dort angeführte Übereinstimmung als Beweis für die erlaubte Vernachlässigung der Konvektion ist auch haltbar, da eine derartige Konvektion für meine Versuche höhere Werte geben würde. Für Naphthalin wird im Folgenden mein Wert benutzt, und mit dem in Unterabschnitt 3.1.8 angeführten Dampfdruck erhält man $\Delta = 0,0593$. Zwar fand MACK für 20°C beinahe denselben Wert (0,0591), aber die Übereinstimmung kommt daher, dass er für den Dampfdruck einen anderen Wert (von BARKER) benutzt hat, der wahrscheinlich weniger zuverlässig ist [53].

Für Wasser wurde bei Windruhe keine Untersuchung gemacht, weil eine derartige genaue Untersuchung mit meiner Methode ziemlich schwer durchführbar ist, da wegen der Luftfeuchtigkeit der Glaszylinder an die Kamera und an das Aufhängegerät luftdicht angefügt werden müsste und die Verbindung mit der umgebenden Luft durch ein Absorptionsgefäß stattfinden müsste. Es sind aber so zuverlässige Werte des Dampfdruckes und der Diffusionskonstante [54] für Wasser bekannt, um daraus das hier nach 3.1.8 zu verwendende Verdunstungsmaß $dD^2/dt \cdot 1/p$ berechnen zu können. Weil das Mittel von Luft- und Oberflächentemperatur (3.1.8) 288-290°K betrug, kann man die Stoffkonstanten für 16°C benutzen. Mit $\Delta = 0,246$ erhält man für diese Temperatur $dD^2/dt \cdot 1/p = 0,197 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{sec mmHg}$. Um eine ungefähre Kontrolle zu haben, wurde $dD^2/dt \cdot 1/p$ mit dem für die anderen Stoffe benutzten Glaszylinder ohne absorbierenden Stoff bestimmt, wobei der mittlere Dampfdruck im Zylinder aus der verdunsteten Menge berechnet wurde. Es wurde auch der Fall untersucht, bei dem ein großer Pappezyylinder von etwa 0,4 m³ über die ganze Anordnung gesetzt werde, wobei die Feuchtigkeitsänderung zufolge der Verdunstung zwar vernachlässigt werden, die Luftunruhe dagegen einwirken konnte. Der Einfluss der freien Konvektion wurde hierbei nicht berücksichtigt. Es wurde bspw. $0,193 \cdot 10^{-5}$ und $0,208 \cdot 10^{-5}$ erhalten, was den oben genannten Wert stützt. Dieser wird auch im Folgenden benutzt.

4.1.2 Bei Wind

Die gemessene Verdunstung dD^2/dt oder $dD^2/dt \cdot 1/p$ für Nitrobenzol, Anilin, Wasser und Naphthalin ist in den Abbildungen 4.1 bis 4.5 als Funktion von \sqrt{Re} dargestellt. Die Messresultate sind a. a. O. auch angeführt worden. Die verschiedenen Tropfengrößen sind durch verschiedene Zeichen charakterisiert (Definition in Abbildung 4.1). Bei Nitrobenzol ist dD^2/dt auch als Funktion von Re dargestellt. Aus den Diagrammen ersieht man, dass für alle Tropfengrößen dieselbe Kurve erhalten wurde, und aus der Formel (3.5) geht hervor, dass f bei gegebenem Stoff nur von der Re -Zahl abhängt. Die Ähnlichkeitsgesetze werden also genau bestätigt. Aus den Diagrammen geht auch hervor, dass die $f - \sqrt{Re}$ -Kurve eine gerade Linie ist, die durch den Windruhwert geht. Man erhält also empirisch

$$f = 1 + k\sqrt{Re} . \quad (4.1)$$

Die ausgezogenen Geraden sind nach dem Augenmaß passend ausgewählt. Die durchschnittliche Abweichung der gefundenen Verdunstung von der aus Gleichung (4.1) berechneten ist bei Nitrobenzol 1,6 %, Anilin 2,0 %, Wasser 2,4 % und Naphthalin 4,2 %. Bei Wasser ist eine größere Streuung als bei Nitrobenzol und Anilin zu erwarten, weil durch die notwendige Messung der Luftfeuchtigkeit noch eine Unsicherheit hinzukommt. Bei Naphthalin war auch eine ziemlich große Streuung wegen der Unebenheiten der Oberfläche zu erwarten. Die untersuchten Bereiche der Reynoldsschen Zahlen und Tropfengrößen gehen aus den Abbildungen hervor. Bei Wasser und Naphthalin konnte man nicht so kleine Tropfen wie bei Anilin und Nitrobenzol untersuchen, weil die Aufhängegeräte ziemlich grob sein mussten. Die kleinste Re -Zahl war 2,27 (bei Nitrobenzol) und die größte 1283 (bei Naphthalin). Die Formel (4.1) gilt wegen der komplizierten Natur des Problems vielleicht nicht exakt, sondern gibt nur eine gute Annäherung, die innerhalb der Versuchsfehler gilt.

Für große Re -Zahlen geht f in $k\sqrt{Re}$ über, was aus der Theorie zu erwarten war. Für kleine Re -Zahlen geht f in 1 über. Die Theorie von FUCHS (siehe oben) verlangt aber, dass $df/d(Re) = 0$ bei $Re = 0$ ist, was mit der Formel (4.1) nicht übereinstimmt. Dies ist aber kein Widerspruch, weil meine halbempirische Formel (4.1) nur bis zu $Re = 2$ abgeleitet ist. Bei sehr kleinen Re -Zahlen (für die die FUCHSsche Rechnung ausgeführt ist) kann $df/d(Re)$ gegen 0 gehen, ohne dass meine Kurve für $Re > 2$ geändert werden braucht. Die Untersuchung gilt also nicht als Prüfung der FUCHSschen Theorie.

Die aus den Diagrammen erhaltenen verschiedenen Werte für k in Formel (4.1) sind in Tabelle 4.2 u. a. mit den σ -Werten zusammengestellt. Die Zahl σ , die, wie in Unterabschnitt 3.1.8 erwähnt wurde, von der Temperatur und dem Druck unabhängig ist, wurde in der Weise berechnet, dass Δ für 20° und 760 mmHg (in der dritten Kolonne) durch den ν -Wert für Luft bei demselben Zustand [11] (0,150 cm²/sec) dividiert wurde. Wie aus der zweiten und der vierten Kolonne hervorgeht, fällt k im Allgemeinen bei steigendem σ , wie es aus der Theorie zu erwarten war. Zwar ist k bei Naphthalin ein wenig höher

Stoff	k	Δ	$\sigma = \Delta/\nu$	$\log k$	$\log \sigma$	$k \sqrt[3]{\sigma}$	$k \sqrt{\sigma}$
Nitrobenzol	0,378	0,0560	0,373	0,578-1	0,572-1	0,272	0,231
Naphthalin	0,387	0,0593	0,395	0,588-1	0,597-1	0,284	0,243
Anilin	0,358	0,0702	0,468	0,554-1	0,670-1	0,278	0,245
Wasser	0,229	0,253	1,687	0,360-1	0,227	0,273	0,297

Durchschnittswert: 0,276

Tabelle 4.2

als bei Nitrobenzol, aber die Δ sind so wenig verschieden, dass dies aus Versuchsfehlern erklärt werden kann. Um ein genaues Bild vom Verlauf der $k(\sigma)$ -Funktion zu erhalten, müsste man eigentlich einige Stoffe mit Δ -Werten, die zwischen denen von Anilin und Wasser liegen, untersuchen, aber es zeigte sich, dass es in diesem Bereich keinen für die Experimente geeigneten Stoff gibt. Wie im theoretischen Teil erwähnt wurde, kann man es aber mit der Funktion $k = \text{Konst}/\sigma^n$ versuchen. Deshalb ist $\log k$ als Funktion von $\log \sigma$ in Abbildung 4.7 dargestellt. Nach dem Diagramm scheint es nicht unmöglich, dass k die vorgeschlagene Form haben kann. Die gezogene Gerade ergibt $n = 0,348$, also nahe $\frac{1}{3}$. Aus der vorletzten Kolonne geht hervor, dass $k \sqrt[3]{\sigma}$ gut konstant ist, während die letzte zeigt, dass z. B. $k \sqrt{\sigma}$ nicht konstant ist. Man erhält also für die untersuchten Stoffe

$$k = \frac{0,276}{\sqrt[3]{\sigma}} \quad (4.2)$$

mit guter Übereinstimmung. Die Formel kann aber wenigstens approximativ auch für andere Stoffe benutzt werden, wenigstens im Zwischengebiet, weil k mit steigendem σ fällt. Man erhält also die endgültigen Formeln (nach (3.4) und nach (1.2):

$$\left(\frac{dD^2}{dt}\right) = \frac{8\Delta \mathcal{M} p}{\rho_1 \mathcal{R} T} \cdot \left(1 + \frac{0,276}{\sqrt[3]{\sigma}} \sqrt{Re}\right) \quad (4.3)$$

oder

$$\left(\frac{dm}{dt}\right) = 4\pi \Delta \frac{\mathcal{M} p}{\mathcal{R} T} r \cdot \left(1 + \frac{0,276}{\sqrt[3]{\sigma}} \sqrt{Re}\right) . \quad (4.4)$$

Die Gültigkeit dieser Formeln ist eine Bestätigung der am Ende des theoretischen Teils in den Punkten 1-3 zusammengefassten theoretischen Ergebnisse und eine Antwort auf die dort aufgestellten Fragen.

Die gute Übereinstimmung der Messungen bei Naphthalin mit denen bei den Flüssigkeiten wurde oben (3.2.1) mit als Grund dafür angeführt, dass die Flüssigkeitstropfen im untersuchten Gebiet bei Berechnung der Verdunstung wie feste Kugeln behandelt werden dürfen. Nach der Formel (2.1d) und Abbildung 3.1 meines oben erwähnten Aufsatzes [21] erhält man bei Vernachlässigung der Einwirkung des flüssigen Zustandes, dass bei

Re bei stat. Fallbewegung	1000	600	100	10	2	1
r (mm)	1,07	0,79	0,30	0,105	0,058	0,042

Tabelle 4.3

stationärer Fallbewegung die verschiedenen Re -Werte Tropfen folgender Größen (bei $\varrho_1 = 1$) entsprechen.

4.1.3 Vergleich mit den Resultaten von TAKAHASI

Wie in der Einleitung erwähnt wurde, hat TAKAHASI [50, 51] Messungen über die Verdunstung von Wassertropfen bei $r = 0,2 - 1$ mm und Geschwindigkeit = 1 – 6 m/sec veröffentlicht. Er gab (mit seinen Bezeichnungen) die Formel

$$\left(\frac{dr^2}{dt}\right) = (0,45 + 0,078v) \Delta b \cdot 10^{-4} \quad (4.5)$$

an, wobei r in mm, t in sec, v (Geschwindigkeit) in m/sec und Δb in mm Hg ausgedrückt sind. Die Größe Δb ist die Differenz zwischen der absoluten Luftfeuchtigkeit und dem Sättigungsdruck bei der Lufttemperatur. Die Formel, die auf rein empirischem Weg erhalten wurde, widerspricht den Ähnlichkeitsgesetzen, weil nach diesen in der Klammer die Reynoldssche Zahl anstatt des v eingehen soll.

Bei den Versuchen von TAKAHASI wurden die Tropfen an Glasfäden aufgehängt und von der Seite mit dem Luftstrom eines elektrischen Ventilators angeblasen. Zur Verminderung der Turbulenz wurde die Luft nur durch trichterförmige Rohre geblasen. Zur Messung der Luftgeschwindigkeit wurde ein Flügelradanemometer benutzt. Die Tropfen wurden wiederholt photographiert, das Quadrat ihres mittleren Halbmessers (r^2) wurde als Funktion der Zeit dargestellt; es wurde dann eine Gerade erhalten, deren Neigung der Formel (4.5) approximativ folgte. Δb betrug 1-9 mm Hg, die durchschnittliche Streuung $\pm 0,3 \cdot 10^{-4}$ mm²/sec.

Meine Messungen geben aus verschiedenen Gründen genauere Resultate. Der Luftstrom hatte nach Kontrollversuchen eine gute Beschaffenheit und seine Geschwindigkeit wurde beinahe in einem Punkt und ohne Störung gemessen. Mein Anblasen von unten (siehe Unterabschnitt 3.1.4) war jedoch vorteilhafter. Dazu kommen das genauere Ausmessungsverfahren (3.1.8), die Messbarkeit der Tropfentemperatur und die Berücksichtigung mehrerer Fehlerquellen. Das $r^2 - t$ -Diagramm ist für eine Untersuchung der Abhängigkeit der Verdunstung vom Tropfenhalbmesser nicht geeignet, weil die Kurve dann scheinbar geradlinig wird. Wenn r^2 z. B. auf ein Viertel vermindert wird, wird \sqrt{r} nur im Verhältnis 1 : $\sqrt{2}$ vermindert, und die Neigung der Kurve (siehe Formel (4.3)) erfährt nur eine sehr kleine Änderung. Man erhält also nach dieser Methode $\left(\frac{dr^2}{dt}\right)$ für einen mittleren Wert des Halbmessers.

Für die Verdunstung ist die Differenz p zwischen den Dampfdruckwerten an der Oberfläche und in der Luft maßgebend. Mit ziemlich guter Annäherung war p der Psychrometerdampfdruckdifferenz (z. B. p^{mmHg}) gleich (3.2.5), weil die Tropfentemperatur meistens nur einige Zehntelgrade über der Temperatur des nassen Thermometers lag. Trotz der verschiedenen Genauigkeit der Messungen ist eine wenigstens qualitative Übereinstimmung zwischen den Resultaten von mir und von TAKAHASI zu erwarten. Die Proportionalität zwischen $\left(\frac{dr^2}{dt}\right)$ und Δb , die er erhielt, soll eigentlich zwischen $\left(\frac{dD^2}{dt}\right)$ und p , also approximativ p^{mmHg} bestehen. Dies kann aber auch approximativ für Δb zutreffen, weil $\Delta b/p^{\text{mmHg}}$ in kleineren Bereichen mit grober Annäherung konstant ist. Für so kleine Bereiche, dass man den Dampfdruck von der Temperatur linear abhängig ansehen kann, erhält man dies leicht aus der gewöhnlichen Psychrometerformel. Wenn man das Verhältnis $\Delta b/p^{\text{mmHg}} = 3$ setzt, muss man also die TAKAHASIschen Werte für $\left(\frac{dr^2}{dt}\right) \cdot 1/\Delta b$ ungefähr mit $4 \cdot 3$ multiplizieren, um mit meinen Werten für $\frac{dD^2}{dt} \cdot 1/p$ entsprechende Resultate zu erhalten. Abbildung 4.8 enthält die aus meiner Formel (4.3) berechneten Kurven für $\frac{dD^2}{dt} \cdot 1/p$ als Funktion von v . Für die verschiedenen Tropfengrößen wurden verschiedene Kurven erhalten. In dem gestrichelten Gebiet liegen nach meiner Formel die Werte für das von TAKAHASI untersuchte Bereich der Tropfengrößen und Windgeschwindigkeiten. Die Abbildung zeigt auch die TAKAHASIsche Linie. Es wird eine qualitative Übereinstimmung erhalten. Die große Streuung der TAKAHASIschen Werte ist nach diesen Ausführungen erklärlich. Die Abweichungen der TAKAHASIschen Formel von den Ähnlichkeitsgesetzen sind den Abweichungen wegen unvollständiger Sättigung an der Oberfläche (Unterabschnitt 3.2.5) gerade entgegengesetzt. Nach den oben angeführten Tatsachen bedeuten die TAKAHASIschen Resultate keinen haltbaren Einwand gegen meine Ergebnisse.

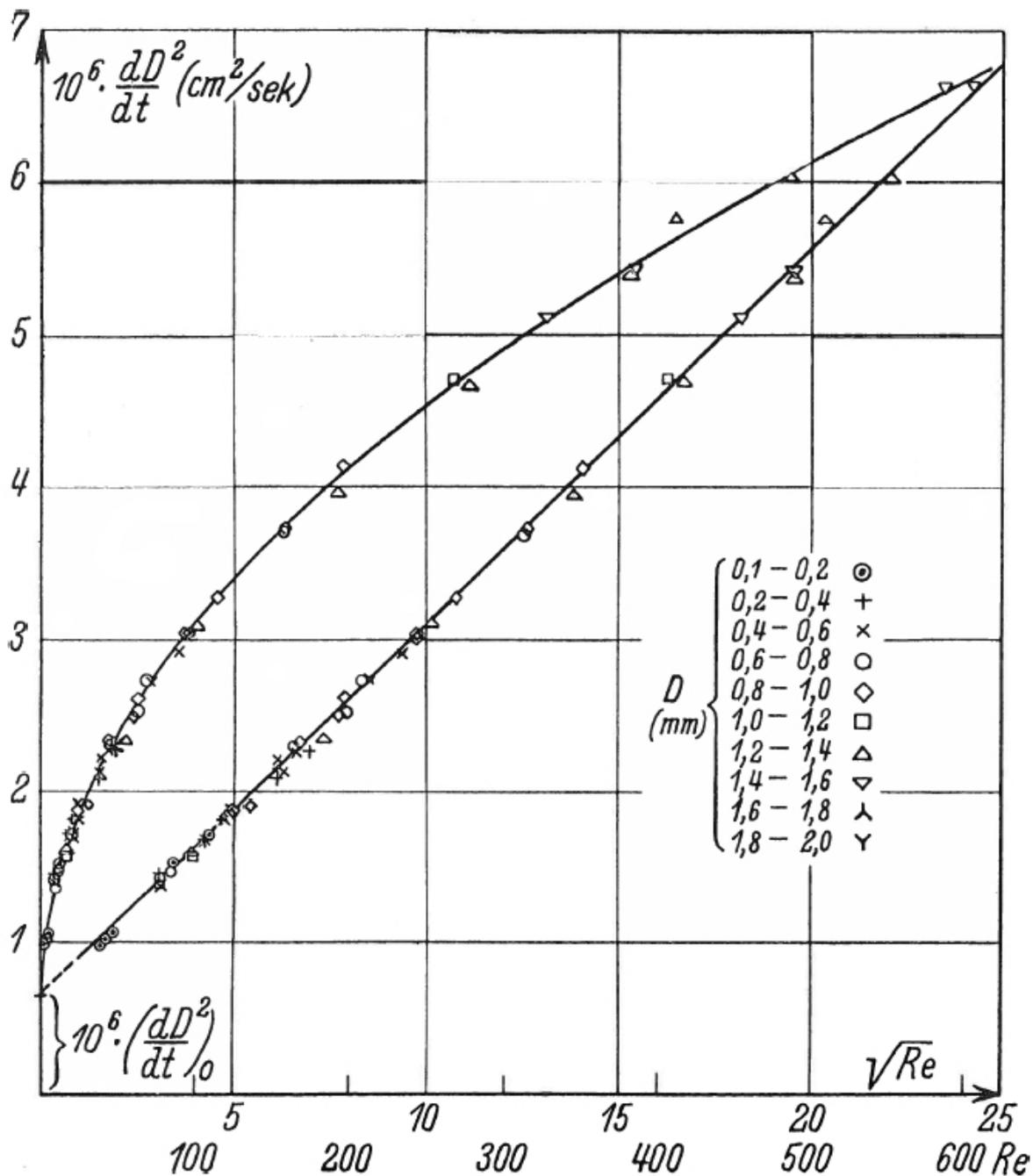


Abbildung 4.1
Nitrobenzol

Re	\sqrt{Re}	$\frac{dD^2}{dt}$	Z	Re	\sqrt{Re}	$\frac{dD^2}{dt}$	Z	Re	\sqrt{Re}	$\frac{dD^2}{dt}$	Z
		$\cdot 10^{-6}$				$\cdot 10^{-6}$				$\cdot 10^{-6}$	
0	0	0.651		72.08	8.49	2.742	×	29.23	5.41	1.910	◇
24.55	4.95	1.838	◇	86.84	9.32	2.917	×	15.79	3.97	1.574	□
9.70	3.11	1.424	○	19.41	4.40	1.712	○	276.4	16.63	4.694	△
11.51	3.39	1.493	○	18.30	4.28	1.695	+	381.5	19.53	5.396	△
9.27	3.04	1.381	×	22.95	4.79	1.814	×	412.0	20.30	5.760	△
37.77	6.14	2.206	×	2.27	1.51	0.992	○	586.0	24.21	6.643	▽
24.72	4.97	1.900	×	42.95	6.55	2.299	○	383.8	19.59	5.441	▽
9.52	3.08	1.458	+	17.74	4.21	1.679	×	328.7	18.13	5.117	▽
114.7	10.71	3.256	◇	3.67	1.92	1.055	○	485.1	22.02	6.036	△
95.24	9.76	3.024	◇	9.40	3.06	1.381	○	197.1	14.04	4.134	◇
60.78	7.80	2.625	◇	2.93	1.71	1.019	○	267.1	16.34	4.724	□
42.77	6.54	2.263	×	38.63	6.22	2.136	×	157.4	12.54	3.718	○
11.54	3.40	1.522	○	48.5	6.96	2.264	+	192.4	13.87	3.956	△
36.36	6.03	2.080	+	158.5	12.59	3.735	◇	101.7	10.08	3.104	△
21.60	4.65	1.823	+	94.14	9.70	3.037	◇	52.75	7.26	2.352	△
62.15	7.88	2.524	○	45.23	6.72	2.311	◇	15.79	3.97	1.611	△
69.12	8.31	2.737	○	59.14	7.69	2.493	◇				

Abbildung 4.2

Messwerte, die der Abbildung 4.1 zugrunde liegen.

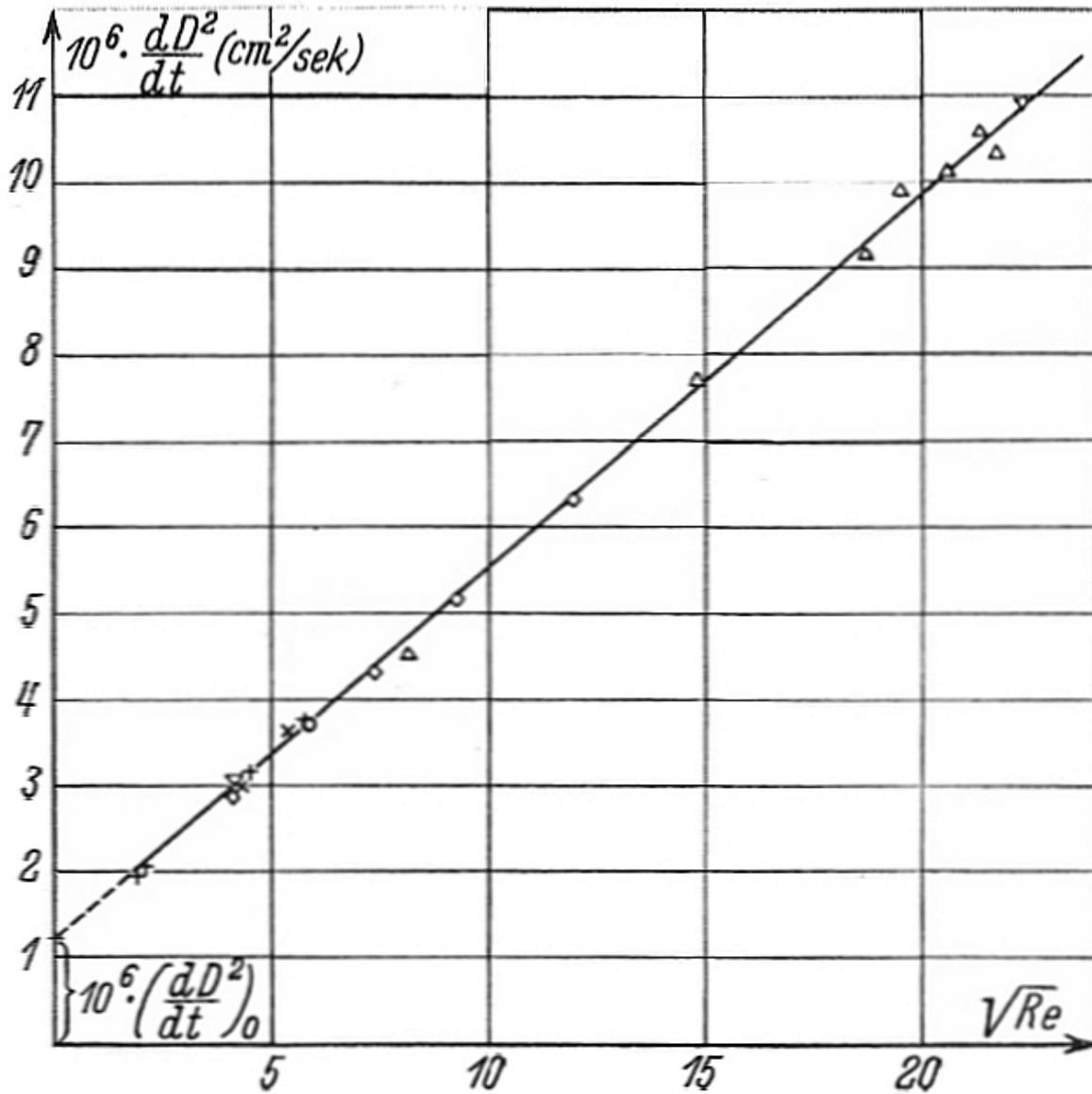


Abbildung 4.3
Anilin

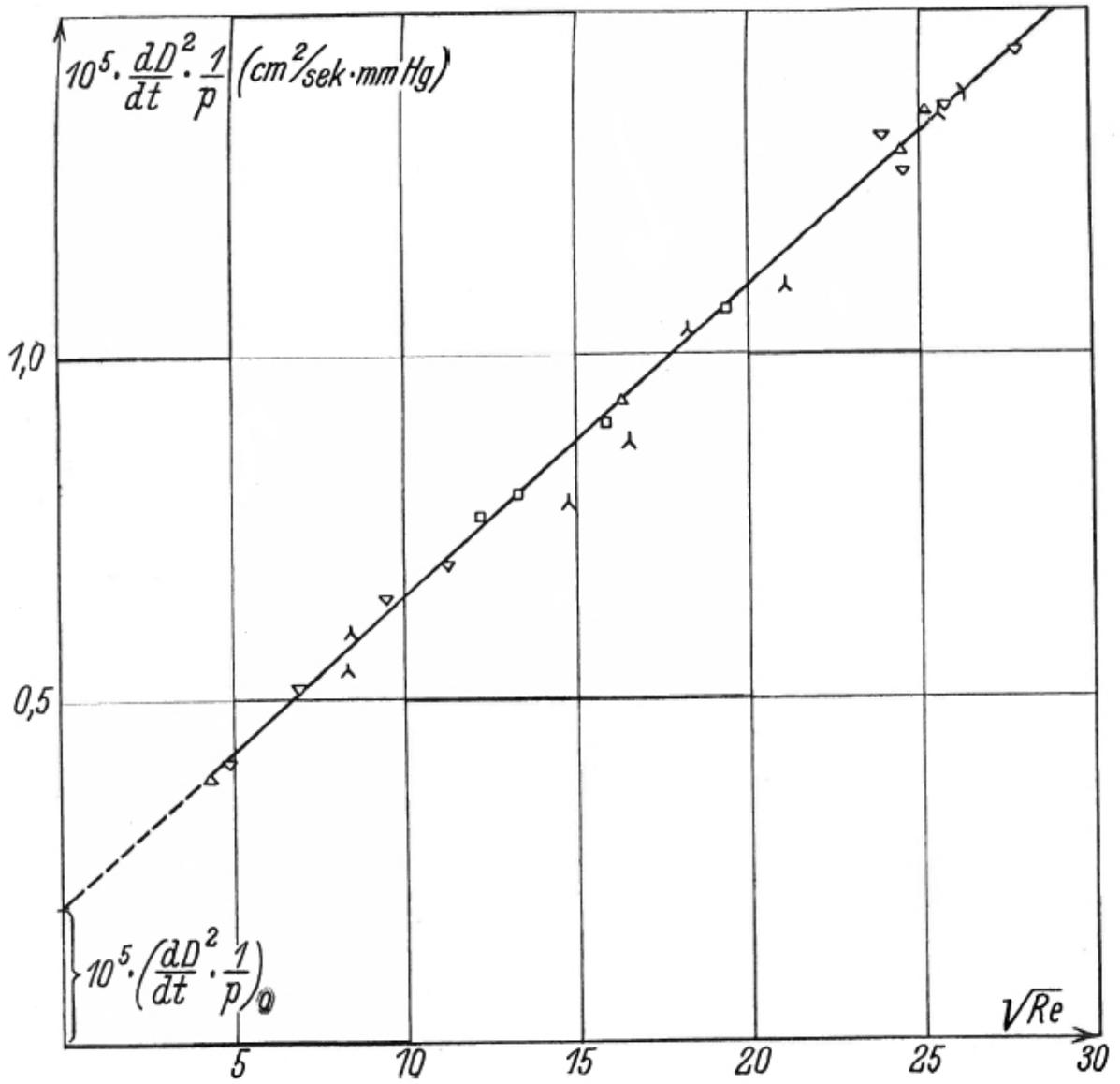


Abbildung 4.4
Wasser

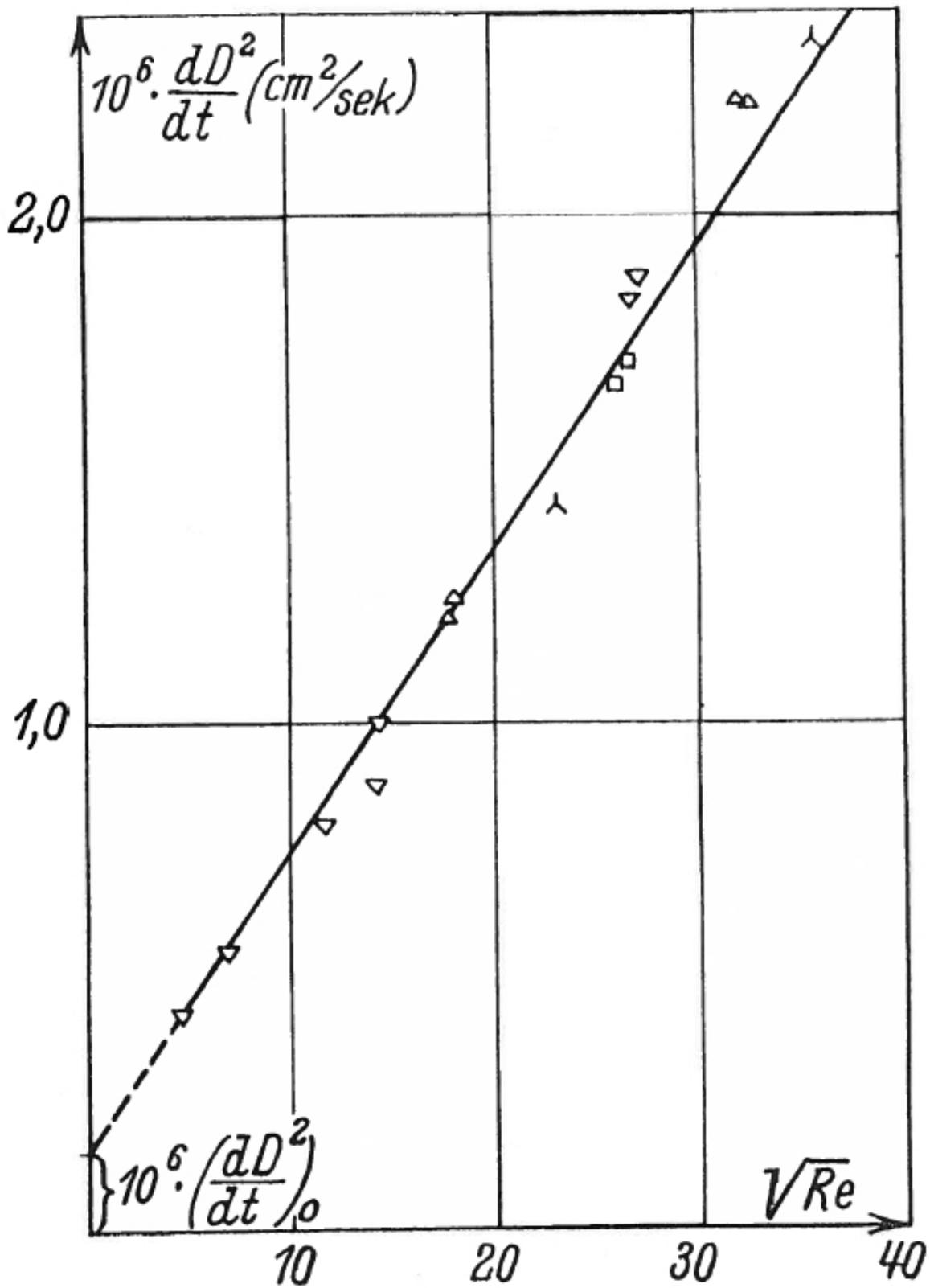


Abbildung 4.5
Naphthalin

Abb. 4.3			Abb. 4.4			Abb. 4.5		
\sqrt{Re}	$\frac{dD^2}{dt}$	Z	\sqrt{Re}	$\frac{dD^2}{dt} \cdot \frac{1}{p}$	Z	\sqrt{Re}	$\frac{dD^2}{dt}$	Z
	$\cdot 10^{-6}$			$\cdot 10^{-5}$			$\cdot 10^{-6}$	
0	1.120		0	0.197		0	0.153	
8.18	4.542	△	12.16	0.763	□	26.48	1.710	□
5.85	3.735	○	13.30	0.797	□	25.95	1.659	□
4.30	3.002	×	11.20	0.693	▽	32.51	2.224	△
5.36	3.659	×	9.48	0.647	▽	32.00	2.234	△
9.25	5.179	◇	8.41	0.595	∧	18.00	1.246	△
4.47	3.167	+	8.28	0.544	∧	17.73	1.205	△
7.37	4.342	◇	6.92	0.517	▽	6.96	0.547	▽
11.91	6.319	◇	4.26	0.381	△	4.55	0.429	▽
5.76	3.766	+	4.86	0.405	▽	14.38	1.002	▽
4.16	2.858	◇	16.24	0.932	△	14.10	0.878	▽
1.92	1.961	+	15.93	0.899	□	11.68	0.800	▽
2.08	2.041	+	19.32	1.065	□	27.15	1.877	▽
4.18	3.079	▽	23.95	1.317	△	26.67	1.836	▽
19.43	9.889	△	25.57	1.348	∧	23.00	1.424	∧
18.67	9.139	△	24.55	1.264	▽	35.82	2.344	∧
21.37	10.58	△	24.49	1.296	△			
20.60	10.12	△	25.84	1.361	▽			
14.83	7.693	△	25.21	1.355	△			
22.35	10.90	▽	27.79	1.442	▽			
21.66	10.32	△	26.34	1.380	∨			
			21.07	1.096	∧			
			18.22	1.032	∧			
			16.54	0.872	∧			
			14.75	0.781	∧			

Abbildung 4.6

Messwerte, die den Abbildungen 4.3 bis 4.5 zugrunde liegen

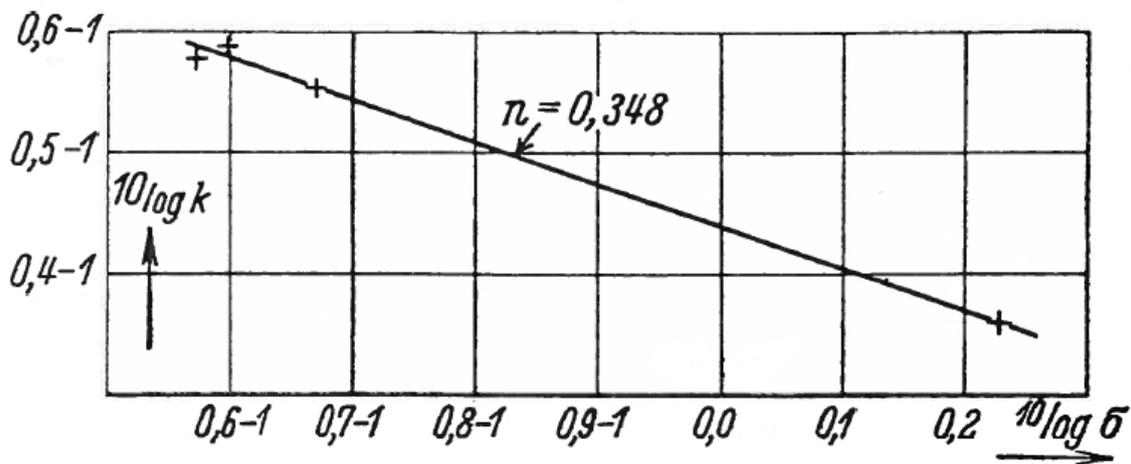


Abbildung 4.7

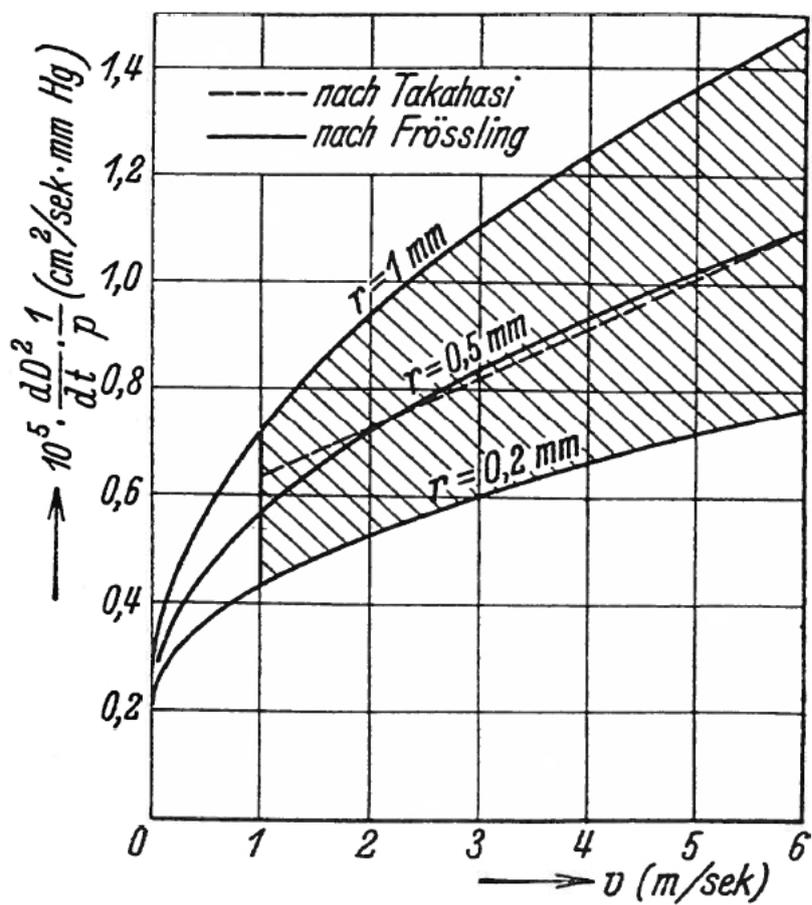


Abbildung 4.8

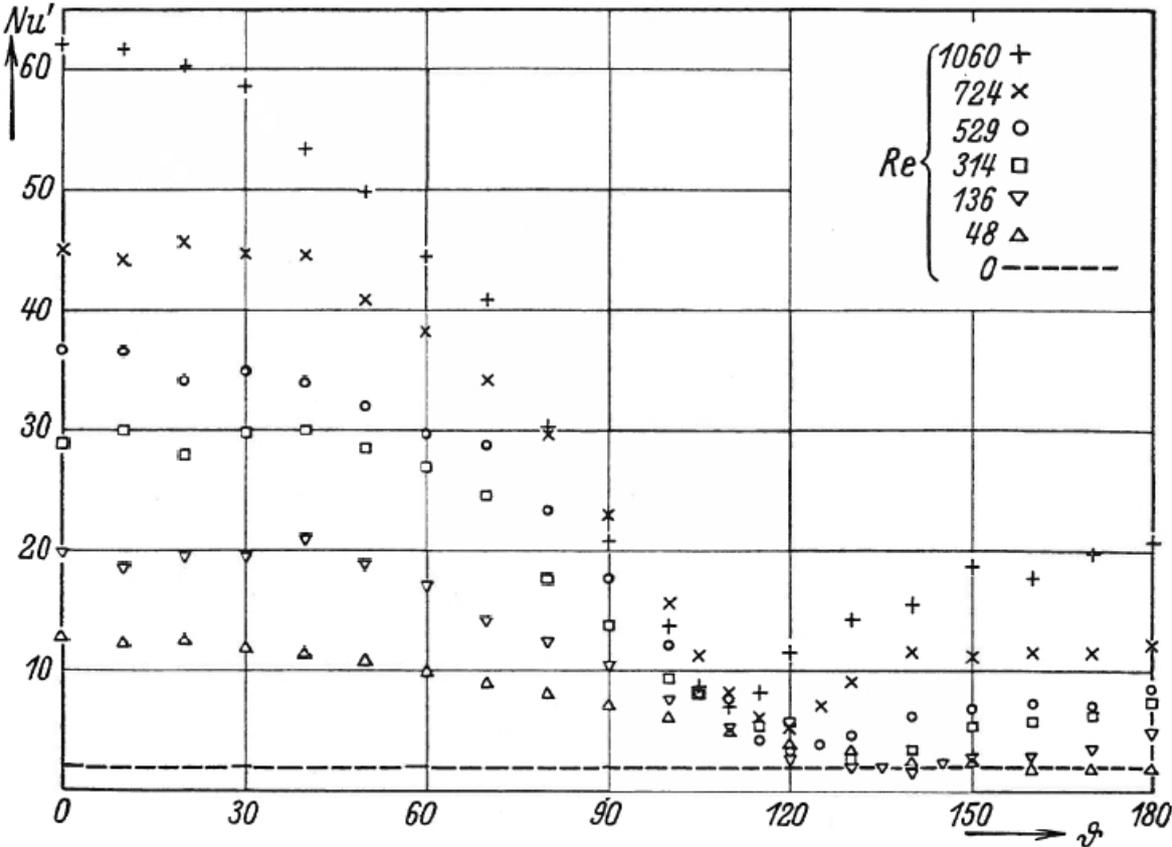


Abbildung 4.9

4.2 Die Messung der Verdunstungsverteilung

Die Verteilung der Verdunstung über die Oberfläche wurde in der in Unterabschnitt 3.1.2 und 3.1.8 beschriebenen Weise bestimmt. Die Verdunstung wurde auf 20°C und 760 mmHg reduziert und Nu' aus Gleichung (3.2) berechnet. Für verschiedene Re -Werte wurde Nu' als Funktion des Winkels ϑ (vom Staupunkt gerechnet) in Abbildung 4.9 graphisch dargestellt. Wegen der Unebenheiten der Oberfläche ist die Streuung ziemlich groß, aber die Punkte geben ein gutes qualitatives Bild der Verteilung. Abbildung 3.2 (1-3) zeigt einige Aufnahmen ($Re = 0; 48; 1040$ bzw.). Bei Windruhe erhält man eine gleichmäßige Verteilung, die in Unterabschnitt 3.1.7 unter den Gründen für die Vernachlässigung des Konvektionswindes angeführt wurde. Als Durchschnittswert für einige Platten wurde hier $Nu' = 2$ über die ganze Oberfläche (wie erwartet) erhalten. Bei Luftbewegung stimmt die Verteilung mit der überein, die man aus den Strömungsbildern für den Zylinder [41], wo die Strömung analog ist, erhalten kann. Bei $Re > 1$ beginnt das Totwasser zu entstehen und die Verdunstung der hinteren Seite ist viel kleiner als auf der vorderen. Bei größeren Re -Zahlen werden die Rückströmung und die Pendelung im Kielwasser so stark, dass man eine Vermehrung der Verdunstung am "hinteren Staupunkt" erwarten kann. Dies traf in der Tat ein. Ein ausgeprägtes Minimum entstand unter dem Äquator. Die Tatsache, dass die Verdunstung auf der hinteren Seite klein war, wurde oben im theoretischen Teil benutzt.

Eine Fehlerquelle konnte dadurch entstehen, dass die Naphthalinkugeln wegen des Druckes in die Windrichtung verschoben wurden und dadurch auf der hinteren Seite zu kleine Verdunstungen gemessen wurden. Dass diese Einwirkung nur sehr kleine Bedeutung haben konnte, geht aus den folgenden Tatsachen hervor:

1. Beim Photographieren im Äquatorschnitt anstatt im Meridianschnitt, wobei die Biegung des Glasfadens ohne Einwirkung war, trat qualitativ dieselbe Verteilung ein. Um die Verhältnisse im "hinteren Staupunkt" untersuchen zu können, wurde der der Kugelform besser entsprechende Meridianschnitt photographiert.
2. Mit einer Lupe wurde auf der Mattscheibe, die zum Justieren der Kamera benutzt wurde, die Verschiebung beim Einsetzen des Windes beobachtet. Sie war sehr klein und verschwand, wenn der Strom (wie beim Exponieren) abgeschirmt wurde.

Schlussworte: Die Untersuchungen sind im Physikalischen Institut der Universität Lund ausgeführt worden, und es ist mir eine angenehme Pflicht, dem Direktor des Instituts, Herrn Prof. Dr. J. KOCH für die Überlassung eines guten Arbeitsplatzes und für die Bereitwilligkeit, mit der er die nötigen Apparate mir zur Verfügung stellte, meinen besten Dank zu sagen.

Lund, Phys. Institut

(Eingelaufen: 17. Juli 1937.)

Literaturverzeichnis

- [1] In: *Landolt-Börnstein. Phys. Chem. Tab. 1. Erg.-Bd.* Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, S. 806
- [2] In: *Landolt-Börnstein. Phys. Chem. Tab. 3. Erg.-Bd.* Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, S. 2462. – umgerechnet
- [3] In: *Landolt-Börnstein. Phys. Chem. Tab. 3. Erg.-Bd.* Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, S. 2462
- [4] In: *Landolt-Börnstein. Phys. Chem. Tab. 3. Erg.-Bd.* Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, S. 2421
- [5] In: *Landolt-Börnstein. Phys. Chem. Tab. 2. Erg.-Bd.* Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, S. 1280
- [6] In: WIENS-HARMS (Hrsg.): *Handb. d. Exp.-Phys.* Bd. VI. Akad. Verlagsges., 1928, S. 184
- [7] In: WIENS-HARMS (Hrsg.): *Handb. d. Exp.-Phys.* Bd. IV. Akad. Verlagsges., 1931, S. 239
- [8] In: WIENS-HARMS (Hrsg.): *Handb. d. Exp.-Phys.* Bd. IV. Akad. Verlagsges., 1931, S. 285
- [9] In: WIENS-HARMS (Hrsg.): *Handb. d. Exp.-Phys.* Bd. IV. Akad. Verlagsges., 1931, S. 279
- [10] In: WIENS-HARMS (Hrsg.): *Handb. d. Exp.-Phys.* Bd. IV. Akad. Verlagsges., 1931, S. 639. – Formel 4b
- [11] In: WIENS-HARMS (Hrsg.): *Handb. d. Exp.-Phys.* Bd. IV. Akad. Verlagsges., 1931, S. 113
- [12] ALBRECHT: In: *Meteor. Z.* 47 (1930), 465 S.
- [13] ALTY: In: *Canadian Journal of Research* 4 (1931), 547 S.
- [14] ALTY ; MACKAY: In: *Proc. Roy. Soc. London* 149 (1935), 104 S.
- [15] BECKER: *Theorie der Elektrizität.* Bd. 1. 1933. – 64 S.

- [16] BOLTZE: *Grenzschichten an Rotationskörpern in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung*, Göttingen, Diss., 1908
- [17] BÜTTNER: Die Wärmeübertragung durch Leitung und Konvektion, Verdunstung und Strahlung usw. / Veröff. preuß. met. Inst. X. 1934 (5). – Forschungsbericht
- [18] COOPER ; LINTON: In: *Proc. Nova Scotian Inst. of Science* 19 (1934/35), 119 S. – Nr. 1
- [19] COOPER ; LINTON: In: *Referat Physik. Ber.* 17 (1936), 1097 S.
- [20] FLACHSBART: In: *Physik. Z.* 28 (1927), 461 S.
- [21] FRÖSSLING: In: *Gerl. Beitr. Geophys.* 51 (1937), 167 S.
- [22] FUCHS: In: *Physik. Z. d. Sowj.-Union* 6 (1934), 224 S.
- [23] GUDRIS ; KULIKOWA: In: *Z. Physik* 25 (1924), 121 S.
- [24] HOUGHTON: In: *Physics* 4 (1933), 419 S.
- [25] JÄGER: *Fortschritte der kinetischen Gastheorie*. 2. Aufl. Vieweg, 1919. – 48 S.
- [26] JEFFREYS: In: *Philos. Mag.* 35 (1918), Nr. 6, 270 S.
- [27] KRELL: In: *Z. f. Flugtechnik u. Motorluftschiffahrt* 22 (1931), 97 S.
- [28] KROUJILINE: In: *Techn. Physics USSR* 3 (1936), 311 S.
- [29] KROUJILINE: In: *Referat Zentralbl.f. Mech.* 4 (1936), 430 S.
- [30] LANGMUIR: In: *Physik. Rev.* 12 (1918), Nr. 2, 368 S.
- [31] LUTHANDER ; RYBERG: In: *Physik. Z.* 36 (1935), 552 S. – Fig. 5 und 6
- [32] LUTHANDER ; RYBERG: In: *Physik. Z.* 36 (1935), 552 S. – Fig. 12
- [33] MACHE: In: *Wiener Sitzber.* 119 (1910), 1399 S.
- [34] MACK: In: *J. Amer. Chem. Soc.* 47 (1925), 2468 S.
- [35] MORSE: In: *Proc. Amer. Acad. Arts Sci. (Boston)* 45 (1910), 363 S.
- [36] MÜLLER-POUILLETS: *Lehrb. d. Physik*. Bd. III. Braunschweig Friedr, Vieweg & Sohn Verlag, 1926. – 585 S.
- [37] NUSSELT: In: *Gesundheits-Ing.* (1915), 477 S.
- [38] NUSSELT: In: *Z. angew. Math. Mech.* 10 (1930), 105 S.
- [39] PAESCHKE: In: *Physik. Z.* 36 (1935), 564 S.

- [40] POHLHAUSEN: In: *Z. angew. Math. Mech.* 1 (1921), 115 S.
- [41] PRANDTL-TIETJENS: *Hydro- und Aeromechanik*. Bd. II. 1. Aufl. Berlin, Julius Springer, 1931. – Tafel 3, 4 und 23
- [42] ROLLER: In: *Praktische Schulphysik (Berlin)* 15 (1935), 166–169 S.
- [43] SCHREBER: In: *Beitr. Physik fr. Atm.* 12 (1925), 215 S.
- [44] SCHUBAUER: In: *Bur. of. Stand.* 15 (1935), 575 S.
- [45] SMULOCHOWSKI: In: *Physik. Z.* 17 (1916), 557 S.
- [46] SRESNEWSKY: In: *J. Russ. Phys. Ges.* 14 (1882), 420 S.
- [47] STEFAN: In: *Wien. Ber.* 65 (1872), 323 S.
- [48] STEFAN: In: *Wien. Ber.* 68 (1874), 385 S.
- [49] STEFAN: In: *Wien. Ber.* 83 (1881), 343 S.
- [50] TAKAHASI: In: *J. Met. Soc. Jap.* 13 (1935), 302 S. – (Japanisch)
- [51] TAKAHASI: In: *Geophys. Mag. (Japan)* 10 (1936), 321 S. – (Englisch)
- [52] TOPLEY ; WHYTLAW-GRAY: In: *Philos. Mag.* (1927), Nr. 4, 873 S.
- [53] WASHBURN: *Intern. Crit. Tables*. Bd. III. 1. edition. McGraw-Hill, New York, 1928. – 208 S.
- [54] WASHBURN: *Intern. Crit. Tables*. Bd. V. 1. edition. McGraw-Hill, New York, 1929. – 63 S.